

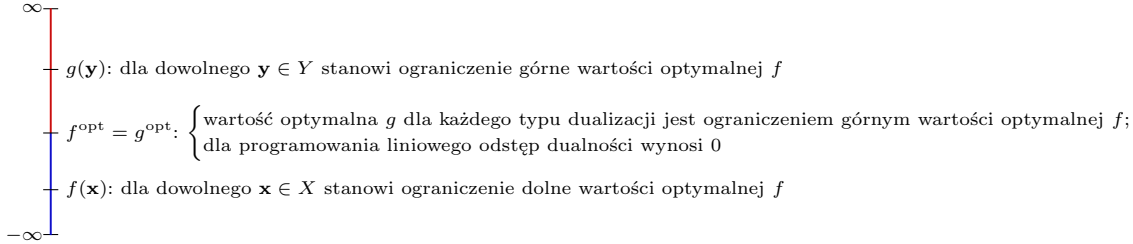
Dualność dla programowania liniowego:

Problem primalny	Problem dualny
\max s.t.: $X = \{\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$	\min s.t.: $Y = \{\mathbf{A}^T \mathbf{y} \geq \mathbf{c}, \mathbf{y} \geq \mathbf{0}\}$
Funkcja celu (max \mathbf{cx}) Wektor ograniczeń \mathbf{b} \mathbf{A} — macierz ograniczeń	Wektor ograniczeń \mathbf{c} Funkcja celu (min \mathbf{by}) \mathbf{A}^T — macierz ograniczeń
Nieograniczony Sprzeczny	Sprzeczny Nieograniczony lub sprzeczny

Słaba dualność: $\forall \mathbf{x} \in X \forall \mathbf{y} \in Y \mathbf{cx} \leq \mathbf{by}$

Silna dualność (zasada dualności): $f^{\text{opt}} = g^{\text{opt}}$

Ograniczenia (dla problemu primalnego, który nie jest ani sprzeczny ani nieograniczony):



Dualność oparta na relaksacji Lagrange'a:

Problem primalny: $\max z = F(\mathbf{x}), h_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \dots, k, g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, \dots, m, \mathbf{x} \in X$ (X może też być zadane za pomocą równości i nierówności).

Funkcja Lagrange'a: $L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = F(\mathbf{x}) + \sum_i \mu_i h_i(\mathbf{x}) + \sum_j \lambda_j g_j(\mathbf{x})$

Dualizowane ograniczenia: równościowe $h_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \dots, k$ oraz nierównościowe $g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, \dots, m$

Zmienne dualne (określone tak, żeby zdefiniować poprawną relaksację): $\mu_i \in \mathbb{R}, \lambda_j \in \mathbb{R}, \lambda_j \geq 0$

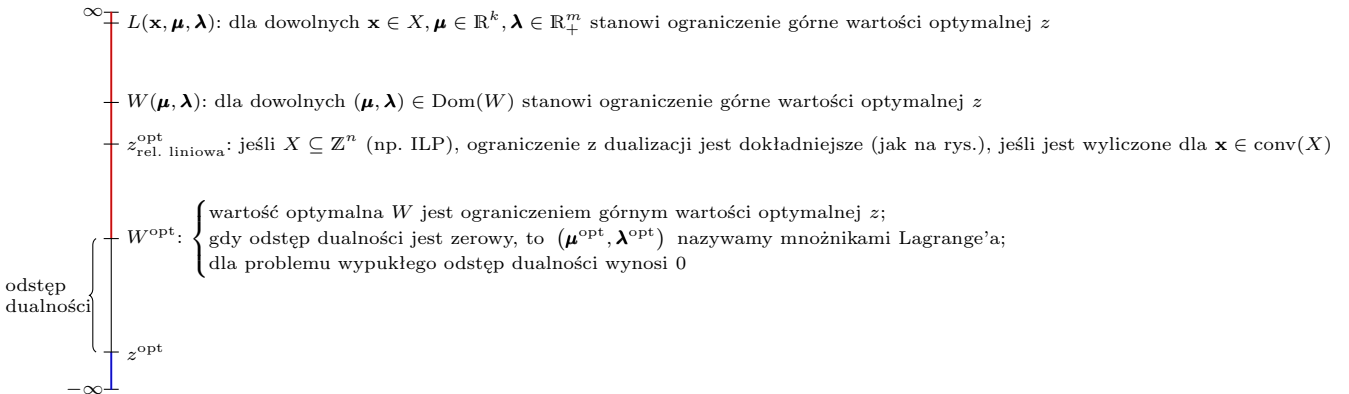
Relaksacja Lagrange'a: $\max L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}), \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^k, \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}_+^m$

Funkcja dualna: $W(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \max_{\mathbf{x} \in X} L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda})$

Dziedzina funkcji dualnej: $\text{Dom}(W) = \{(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) \mid \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^k, \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}_+^m, W(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) < \infty\}$

Problem dualny (dualizacja relaksacji Lagrange'a): $\min W(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}), (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) \in \text{Dom}(W)$

Ograniczenia:



Dla problemu wypukłego:

- X : zbiór wypukły,
- h_i : funkcje liniowe,
- g_j : funkcje wypukłe na X ,
- $\min F$ (F : funkcja wypukła na X) lub $\max F$ ($-F$: funkcja wypukła na X).

właściwości:

- zerowy odstęp dualności,
- zachodzi twierdzenie o odstępach komplementarnych,
- istnieje punkt siodłowy: $W(\boldsymbol{\lambda}^{\text{opt}}) = L(\mathbf{x}^{\text{opt}}; \boldsymbol{\lambda}^{\text{opt}})$.