Przedmiot:	Projektowanie sieci telekomunikacyjnych
Prowadzący:	Piotr Chołda piotr.cholda@agh.edu.pl
Kierunek:	Elektronika i Telekomunikacja
Specjalność:	Sieci i usługi
Semestr:	II sem. (zimowy) studiów magisterskich

Konspekt

Piotr Chołda

10 stycznia 2018

1 Zoptymalizowane projektowanie sieci odpornych na uszkodzenia

1.1 Zoptymalizowane projektowanie sieci niezawodnych

Sformułowania problemów optymalizacyjnych podane w ramach dzisiejszego wykładu używają podejścia typu łącze-ścieżka (*link-path*). Przynajmniej niektóre z nich dają się również sformułować z użyciem podejścia typu węzeł-łącze (*node-link*).

1. Projektowanie przepływów rozdzielonych na wiele ścieżek (*path diversity*):
   - Indeksy:
     - ⋆ $d = 1, 2, \ldots, D$ zapotrzebowania;
     - ⋆ $p = 1, 2, \ldots, P_d$ ścieżki służące potencjalnie do realizacji zapotrzebowania d (ścieżki dopuszczalne);
     - ⋆ $e = 1, 2, \ldots, E$ łącza;
     - ⋆ $s = 0, 1, \ldots, S$ scenariusze/sytuacje uszkodzeń, (0: stan normalny/nominalny).
   - Stałe:
     - ⋆ ξ_e jednostkowy koszt instalacji przepływności na łączu e;
     - ⋆ δ_{edp} $= 1$ jeśli łącze e jest elementem ścieżki p, potencjalnie realizującej zapotrzebowanie d, w przeciwnym przypadku: 0;
     - ⋆ h_{ds} minimalny rozmiar zapotrzebowania d, który ma być zrealizowany w sytuacji s;
     - ⋆ α_{es} współczynnik opisujący uszkodzenie łącza e w sytuacji s (wartość binarna: $\alpha_{es} \in \{0, 1\}$, ewentualnie ułamkowa, np. utożsamiana z gotowością: $0 \leq \alpha_{es} \leq 1$, ale ta druga opcja zazwyczaj prowadzi na manowce);
     - ⋆ θ_{dps} $= \prod_{\{e:\delta_{edp}=1\}} \alpha_{es} = \min \{\alpha_{es} : e \in \mathcal{P}_{dp}\}$ (ma sens dla binarnych wartości α_{es}).
   - Zmienne (ciągłe, nieujemne):
     - ⋆ x_{dp0} rozmiar przepływu realizującego zapotrzebowanie d na ścieżce p w stanie nominalnym 0;
     - ⋆ y_e przepływność łącza e.

- Funkcja celu: $\min F(\mathbf{y}) = \sum_e \xi_e y_e$.
- Ograniczenia:
  - ⋆ $\sum_p \theta_{dps} x_{dp0} \geq h_{ds}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D \quad s = 0, 1, \ldots, S$;
  - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dp0} \leq y_e$ $\quad e = 1, 2, \ldots, E$.

2. Problem projektowania sieci niezawodnych bez ograniczeń na realokację przepływów (DR-U, *Design of Resilient Networks — Unrestricted Flow Reallocation*) z możliwym ponownym użyciem przepływności (*stub release*), właściwości rozwiązania optymalnego (nieużyteczność alokacji na najkrótszych ścieżkach w ramach scenariusza; bifurkacja przepływów optymalnych):

   - Indeksy, stałe, funkcja celu: (*jak poprzednio*).
   - Zmienne:
     - ⋆ y_e (*jak poprzednio*);
     - ⋆ x_{dps} rozmiar przepływu realizującego zapotrzebowanie d na ścieżce p w sytuacji s.
   - Ograniczenia:
     - ⋆ $\sum_p x_{dps} = h_{ds}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D \quad s = 0, 1, \ldots, S$;
     - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dps} \leq \alpha_{es} y_e$ $\quad e = 1, 2, \ldots, E \quad s = 0, 1, \ldots, S$;
       - ∗ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dps} \leq \alpha_{es} M y_e$ (jeśli y_e przyjmuje tylko wartości całkowite).

3. Problem projektowania sieci niezawodnych z ograniczeniami na realokację przepływów (DR-R, *Design of Resilient Networks — Restricted Flow Reallocation*), czyli z założeniem użycia przepływów, które „przeżyły" uszkodzenie (*stub reuse*):

   - Indeksy, stałe, zmienne, funkcja celu: (*jak poprzednio*).
   - Ograniczenia:
     - ⋆ $\sum_p x_{dps} = h_{ds}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D,\ s = 0, 1, \ldots, S$;
     - ⋆ $x_{dps} \geq \theta_{dps} x_{dp0}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D,\ p = 1, 2, \ldots, P_d,\ s = 0, 1, \ldots, S$;
     - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dps} \leq \alpha_{es} y_e$ $\quad e = 1, 2, \ldots, E,\ s = 0, 1, \ldots, S$.

4. Sformułowanie alternatywne DR-R:

   - Indeksy, stałe, zmienne, funkcja celu: (*jak poprzednio*).
   - Ograniczenia:
     - ⋆ $\sum_p x_{dp0} = h_{d0}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D$;
     - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dp0} \leq y_e$ $\quad e = 1, 2, \ldots, E$;
     - ⋆ $\sum_p x_{dps} + \sum_p \theta_{dps} x_{dp0} \geq h_{ds}$ $\quad d = 1, 2, \ldots, D,\ s = 1, 2, \ldots, S$;
     - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dps} \leq \alpha_{es} \left(y_e - \sum_d \sum_p \delta_{edp} \theta_{dps} x_{dp0} \right)$ $\quad e = 1, 2, \ldots, E,\ s = 1, \ldots, S$.

5. Problem projektowania sieci niezawodnych z przeliczonym zestawem **współdzielonych** ścieżek zapasowych, pojęcie ścieżki rozłącznej (*disjoint*):

- Indeksy:
  - $\star$ $e = 1, 2, \ldots, E$ (*jak poprzednio*);
  - $\star$ $d = 1, 2, \ldots, D$ (*jak poprzednio*);
  - $\star$ $s = 1, 2, \ldots, S$ (*jak poprzednio*);
  - $\star$ $p = 1, 2, \ldots, P_d$ pary rozłącznych ścieżek potencjalnych $(\mathcal{P}_{dp}, \mathcal{Q}_{dp})$ dla zapotrzebowania d; $\mathcal{P}_{dp}$: ścieżka normalna, $\mathcal{Q}_{dp}$: ścieżka zapasowa.
- Stałe:
  - $\star$ ξ_e (*jak poprzednio*);
  - $\star$ α_{es} (*jak poprzednio*);
  - $\star$ θ_{dps} (*jak poprzednio*);
  - $\star$ h_d rozmiar zapotrzebowania d (dla wszystkich scenariuszy);
  - $\star$ δ_{edp} $= 1$ jeśli łącze e należy do dopuszczalnej ścieżki normalnej $\mathcal{P}_{dp}$, w przeciwnym przypadku: 0;
  - $\star$ β_{edp} $= 1$ jeśli łącze e należy do dopuszczalnej ścieżki zapasowej $\mathcal{Q}_{dp}$, w przeciwnym przypadku: 0.
- Zmienne:
  - $\star$ y_e (*jak poprzednio*);
  - $\star$ u_{dp} zmienna binarna, oznaczająca (gdy przyjmuje wartość 1), że wybrano parę $(\mathcal{P}_{dp}, \mathcal{Q}_{dp})$.
- Funkcja celu: (*jak poprzednio*).
- Ograniczenia:
  - $\star$ $\sum_p u_{dp} = 1 \qquad d = 1, 2, \ldots, D$;
  - $\star$ $\sum_d \sum_p \left[\delta_{edp}\theta_{dps} + \beta_{edp}(1 - \theta_{dps})\right] h_d u_{dp} \le \alpha_{es} y_e$
    $e = 1, 2, \ldots, E,\ s = 1, 2, \ldots, S$;

6. Problem projektowania sieci niezawodnych z przeliczonym zestawem **dedykowanych** (1+1, tzw. rezerwa gorąca, *hot-standby*; lub 1:1) ścieżek zapasowych:
   - Indeksy, stałe, zmienne, funkcja celu: (*jak poprzednio*).
   - Ograniczenia:
     - $\star$ $\sum_p u_{dp} = 1 \qquad d = 1, 2, \ldots, D$;
     - $\star$ $\sum_d \sum_p (\delta_{edp} + \beta_{edp}) h_d u_{dp} \le y_e$
       $e = 1, 2, \ldots, E$.

1.2 Zadania

1. Proszę precyzyjnie zinterpretować poniższe sformułowanie, tłumacząc sens ograniczeń i wyróżnionych stałych oraz zmiennych. Sformułowanie dotyczy pewnego problemu optymalnego projektowania sieci.
   - Indeksy:
     - $\star$ $e = 1, 2, \ldots, E$ łącza;
     - $\star$ $d = 1, 2, \ldots, D$ zapotrzebowania (żądania);

- ⋆ $s = 0, 1, \ldots, S$ scenariusze uszkodzeń łączy (0: stan nominalny, bez żadnych uszkodzeń w sieci);
- ⋆ $p = 1, 2, \ldots, P_{ds}$ ścieżki przepływów mogących realizować zapotrzebowanie d w sytuacji uszkodzeń s.

- Stałe:
  - ⋆ δ_{edps} $= 1$ jeśli łącze e należy do ścieżki p realizującej zapotrzebowanie d w sytuacji s, w przeciwnym przypadku: 0;
  - ⋆ h_d rozmiar zapotrzebowania d;
  - ⋆ χ_{ds} pewien współczynnik charakterystyczny dla zapotrzebowania d w sytuacji s (należy podać jego interpretację);
  - ⋆ ξ_e koszt dodania jednostki przepływności na łączu e;
  - ⋆ α_{es} stała bin. opisująca zachowanie się łącza e w sytuacji s:
    $= 1$ jeśli łącze e jest zdatne w sytuacji s,
    $= 0$ w przeciwnym przypadku;
  - ⋆ θ_{dps} stała opisująca zachowanie się ścieżki p dla zapotrzebowania d w sytuacji s:
    $= \prod_{\{e:\delta_{edp0=1}\}} \alpha_{es}$.
- Zmienne:
  - ⋆ x_{dp0} ciągła wielkość przepływu realizującego zapotrzebowanie d, korzystającego ze ścieżki p w stanie nominalnym sieci;
  - ⋆ x_{dps} pewna zmienna ciągła określona dla $s > 0$ (należy podać jej interpretację);
  - ⋆ y_e ciągła wielkość przepływności przydzielonej do zainstalowania na łączu e.
- Funkcja celu: zminimalizować $\sum_e \xi_e y_e$.
- Ograniczenia (należy podać interpretację każdego z nich):
  - ⋆ $\sum_p x_{dp0} = h_d \qquad d = 1, 2, \ldots, D$
  - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edp0} x_{dp0} = y_e \qquad e = 1, 2, \ldots, E$
  - ⋆ $\sum_p x_{dps} + \sum_p \theta_{dps} x_{dp0} \geq \chi_{ds} h_d \qquad d = 1, 2, \ldots, D,\ s = 1, 2, \ldots, S$
  - ⋆ $\sum_d \sum_p \delta_{edps} x_{dps} \leq \alpha_{es} \left(y_e - \sum_d \sum_p \delta_{edp0} \theta_{dps} x_{dp0} \right)$
    $e = 1, 2, \ldots, E,\ s = 1, 2, \ldots, S$

Proszę zdualizować (posługując się relaksacją Lagrange'a) pierwszą i drugą grupę ograniczeń.

2. Proszę sformułować w postaci problemu programowania matematycznego LP lub MIP z użyciem jedynie funkcji liniowych (i wyraźnym rozpisaniem indeksów, stałych, zmiennych, funkcji celu i ograniczeń) następujący problem projektowania sieci opisany werbalnie: dana jest sieć, a w niej zestaw zapotrzebowań między wybranymi parami węzłów. Dla każdego zapotrzebowania określono jego rozmiar, tj. wielkość danych do przesłania. Dodatkowo operator chce chronić każde zapotrzebowanie przed skutkami uszkodzeń za pomocą protekcji dedykowanej (zakłada się, że nie wystąpi więcej niż jedno uszkodzenie na raz). Operator dąży do minimalizacji kosztu instalacji przepływności na łączach, przy czym dla każdego łącza jest znany koszt instalacji przepływności i wiadomo, że zależy on od kwadratu wielkości użytej przepływności.

3. Poniżej zdefiniowano problem optymalizacyjny (z użyciem sformułowania typu węzeł-łącze, *node-link*) służący do znalezienia przepływów w sieciach, które mają używać jednej z metod wznawiania pracy. **(a)** O którą metodę wznawiania pracy chodzi? — proszę ją nazwać (z punktu widzenia sposobu ustanawiania, zakresu oraz sposobu współdzielenia zasobów). **(b)** Proszę zinterpretować znaczenie zmiennych $f^{(s,t)}_{(i,j)}$, funkcji celu oraz wszystkich ograniczeń po kolei. **(c)** Jak rozwiązać ten problem bez użycia algorytmu służącego do rozwiązywania problemów programowania liniowego (tj. np. algorytmu simpleks) — proszę pokazać rozwiązanie na sieci przedstawionej na rys. 1 (waga łuku (i, j) oznacza $c_{(i,j)}$). **(d)** Proszę sformułować to samo zagadnienie optymalizacyjne z użyciem sformułowania typu łącze-ścieżka (*link-path*) — można użyć albo ogólnego opisu (jak poniżej) albo użyć stałych/zmiennych odnoszących się do rysunku.

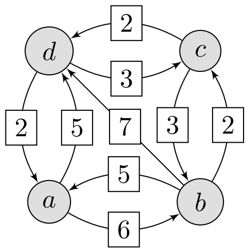
- Indeksy/zbiory:
  - ⋆ $s, t, i, j, k, a, b, c, d \in V$ węzły sieci (V: zbiór węzłów sieci);
  - ⋆ A zbiór łuków sieci.
- Stałe:
  - ⋆ $c_{(s,t)}$ przepływność zaalokowana na potrzeby ścieżek roboczych używających łuku $(s, t) \in A$.
- Zmienne:
  - ⋆ $y_{(i,j)}$ dodatkowa przepływność, która ma być zaalokowana na łuku $(i, j) \in A$;
  - ⋆ $f^{(s,t)}_{(i,j)}$ wielkość pewnego przepływu, takiego że $(s, t) \in A$ oraz $(i, j) \in A$ (należy zinterpretować znaczenie zmiennych $f^{(s,t)}_{(i,j)}$).
- Funkcja celu: $\min \mathbf{F}(\mathbf{y}) = \sum_{(i,j)\in A} y_{(i,j)}$.
- Ograniczenia:
  - ⋆ $\forall_{(s,t)\in A} \forall_{k\in V} \quad \sum_{j:(k,j)\in A} f^{(s,t)}_{(k,j)} - \sum_{i:(i,k)\in A} f^{(s,t)}_{(i,k)} = \begin{cases} c_{(s,t)} & \text{jeśli } k = s \\ 0 & \text{jeśli } k \neq s, k \neq t; \\ -c_{(s,t)} & \text{jeśli } k = t \end{cases}$
  - ⋆ $\forall_{(s,t)\in A} \forall_{(i,j)\in A} \quad f^{(s,t)}_{(i,j)} \leq y_{(i,j)}$;
  - ⋆ $\forall_{(s,t)\in A} \quad f^{(s,t)}_{(s,t)} + f^{(s,t)}_{(t,s)} = 0$;
  - ⋆ wszystkie zmienne są ciągłe i nieujemne.

1.3 Lektury

1.3.1 Materiał wykładu

Zagadnienia omówione w ramach tego wykładu są w dużym stopniu opisane w następującej książce:

- Michał Pióro and Deepankar Medhi. *Routing, Flow and Capacity Design in Communication and Computer Networks.* Morgan Kaufmann Publishers—Elsevier, San Francisco, CA, 2004: chapter 9.1-9.3.



Rysunek 1: Przykładowa sieć do zadania 3.