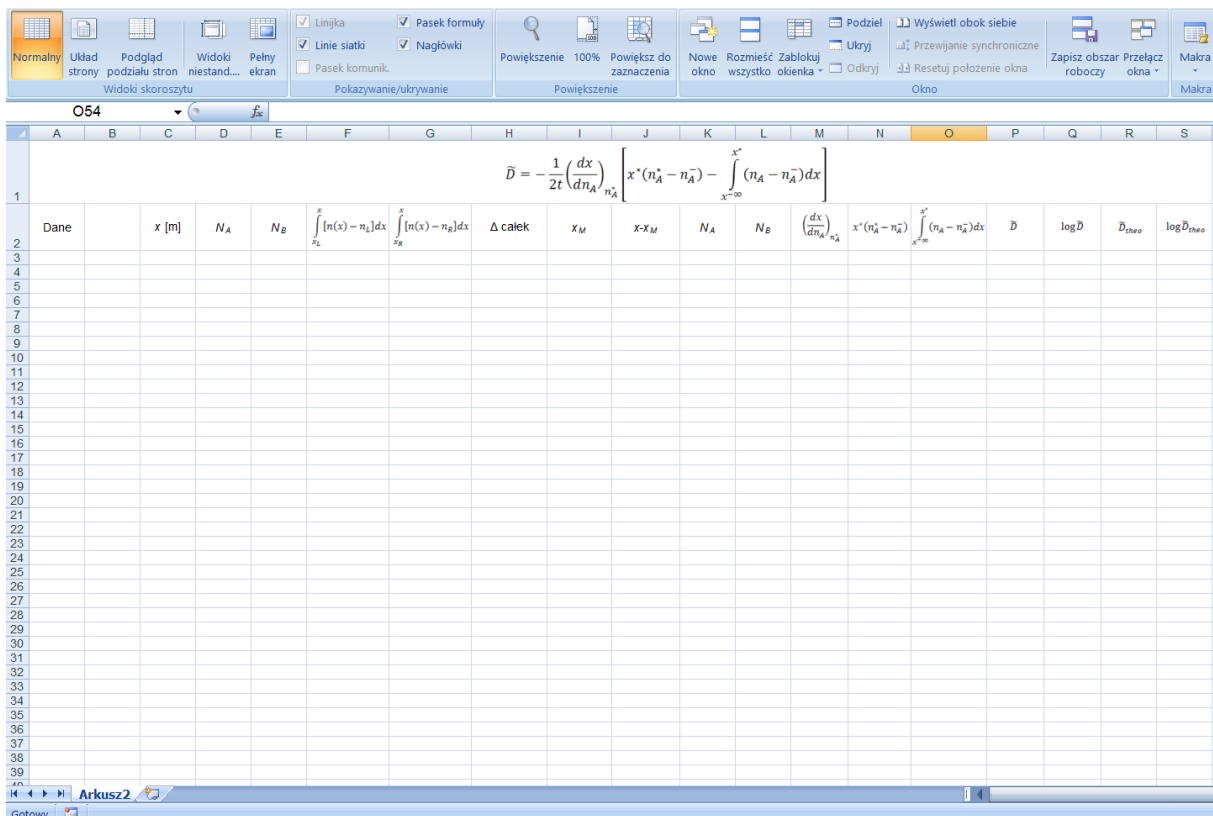
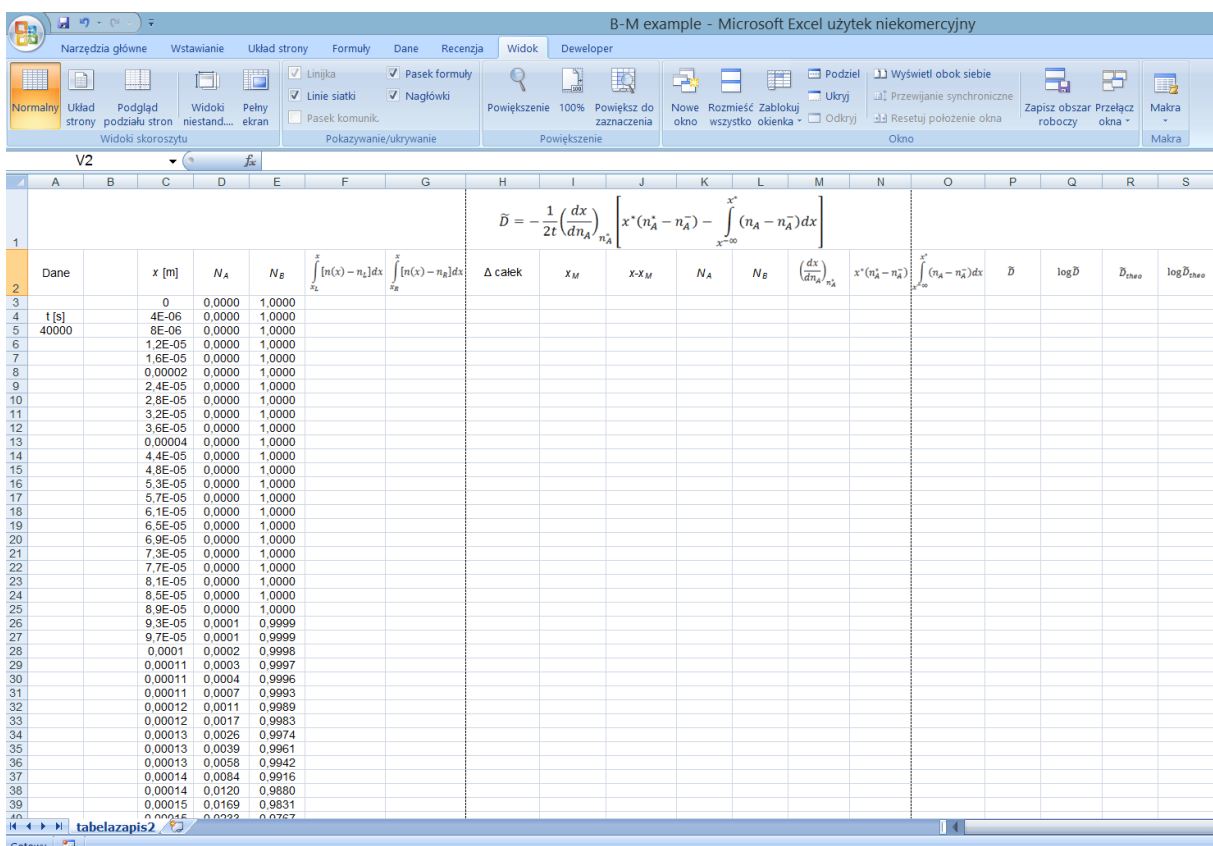


12. Metoda Boltzmana-Matano - wykonanie

1. Pracę zaczynamy z pustym arkuszem:



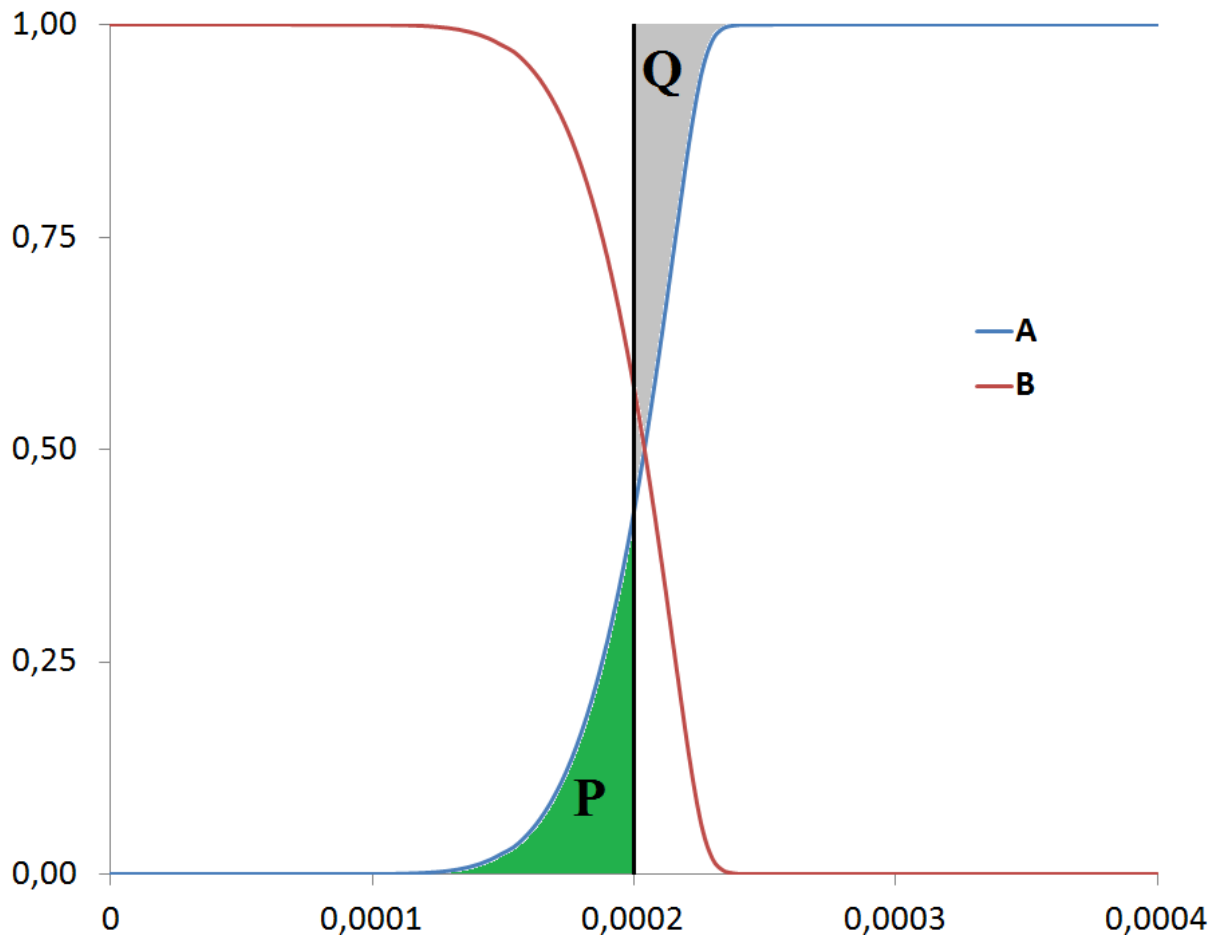
W pierwszym kroku wprowadzamy dane będące wynikiem eksperymentu, czyli wykresy $N_i(x)$:



2. Następnym krokiem będzie wyznaczenie płaszczyzny Matano zgodnie ze wzorem:

$$\int_{-\infty}^{x_M} [c(x) - c_L] dx = \int_{x_M}^{\infty} [c_R - c(x)] dx$$

Oznacza to, iż musimy znaleźć położenie, w którym pola oznaczone literami P i Q są sobie równe:



Aby policzyć pole pod wykresem, oczywiście musimy skorzystać z całki, która musi zostać policzona numerycznie. W tym celu możemy wykorzystać metodę trapezów (omówimy na zajęciach). Po uzyskaniu całek P i Q w całym przedziale wartości x , odejmujemy te wartości od siebie aby znaleźć punkt, w którym są sobie równe:

B-M example - Microsoft Excel użytek niekomercyjny

Narzędzia główne Wstawianie Układ strony Formuły Dane Recenzja Widok Deweloper Projektowanie Układ Forma

Normalny Układ Podgląd Widoki Pełny Widoki skróty Pokazywanie/ukrywanie Powiększenie 100% Powiększ do zaznaczenia Nowe Rozmieść Zablokuj

Wykres 11

$$\bar{D} = -\frac{1}{2t} \left(\frac{dx}{dn_A} \right)_{n_A^*} \left[x^*(n_A^* - n_A^-) - \int_{x^-}^{x^*} (n_A - n_A^-) dx \right]$$

| Dane | x [m] | N _A | N _B | ∫ _{n_A⁻} ^x (n(x) - n _A ⁻) dx | Δ całek | x _M | x - x _M | N _A | N _B | (dx/dn _A) _{n_A[*]} | x*(n _A [*] - n _A ⁻) | ∫ _{n_A⁻} ^x (n _A - n _A ⁻) dx | D̄ | log D̄ | D̄ _{max} | log D̄ _{max} |
|------|-------|----------------|----------------|--|----------|----------------|--------------------|----------------|----------------|--|--|--|----------|----------|-------------------|-----------------------|
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | 0 | 0,0000 | 1,0000 | 2,00E-04 | 2,00E-04 | 1,9997E-04 | -1,9997E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 0 | 0,00E+00 | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 4 | t [s] | 4E-06 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,98E-04 | 1,98E-04 | -1,9897E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 5 | 40000 | 0,000008 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,92E-04 | 1,92E-04 | -1,9197E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 6 | | 0,000012 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,88E-04 | 1,88E-04 | -1,8797E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 7 | | 0,000016 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,84E-04 | 1,84E-04 | -1,8397E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 8 | | 0,000020 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,80E-04 | 1,80E-04 | -1,7997E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 9 | | 0,000024 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,76E-04 | 1,76E-04 | -1,7597E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 10 | | 0,000028 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,72E-04 | 1,72E-04 | -1,7197E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 11 | | 0,000032 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,68E-04 | 1,68E-04 | -1,6797E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 12 | | 0,000036 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,64E-04 | 1,64E-04 | -1,6397E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 13 | | 0,000040 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,60E-04 | 1,60E-04 | -1,5997E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 14 | | 0,000044 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,56E-04 | 1,56E-04 | -1,5597E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 15 | | 0,000048 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,52E-04 | 1,52E-04 | -1,5197E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 16 | | 0,000052 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,47E-04 | 1,47E-04 | -1,4697E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 17 | | 0,000056 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,43E-04 | 1,43E-04 | -1,4297E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 18 | | 0,000060 | 0,0000 | 1,0000 | 0,00E+00 | 1,39E-04 | 1,39E-04 | -1,3897E-04 | 0,0000 | 1,0000 | #DZIELI/0! | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #DZIELI/0! | 1E-14 |
| 19 | | 0,000064 | 0,0000 | 1,0000 | 2,00E-12 | 1,35E-04 | 1,35E-04 | -1,3497E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 8 | 0 | 0,00E+00 | 0,00E+00 | #LICZBA! | 1E-14 |
| 20 | | 0,000068 | 0,0000 | 1,0000 | 6,00E-12 | 1,31E-04 | 1,31E-04 | -1,3097E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 4 | -1,35E-10 | 2,00E-12 | 1,37E-14 | -13,88337 | 1E-14 |
| 21 | | 0,000072 | 0,0000 | 1,0000 | 1,40E-11 | 1,27E-04 | 1,27E-04 | -1,2697E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 2 | -3,81E-10 | 6,00E-12 | 8,85E-15 | -14,1644 | 1E-14 |
| 22 | | 0,000077 | 0,0000 | 1,0000 | 3,00E-11 | 1,23E-04 | 1,23E-04 | -1,2297E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 1,3333333 | -8,17E-10 | 1,40E-11 | 9,87E-15 | -14,00565 | 1E-14 |
| 23 | | 0,000081 | 0,0000 | 1,0000 | 5,80E-11 | 1,19E-04 | 1,19E-04 | -1,1897E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 0,6666667 | -1,07E-09 | 3,00E-11 | 1,07E-14 | -13,96989 | 1E-14 |
| 24 | | 0,000085 | 0,0000 | 1,0000 | 1,10E-10 | 1,15E-04 | 1,15E-04 | -1,1497E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 0,3809524 | -1,95E-09 | 6,80E-11 | 9,47E-15 | -14,02658 | 1E-14 |
| 25 | | 0,000089 | 0,0000 | 1,0000 | 2,04E-10 | 1,11E-04 | 1,11E-04 | -1,1097E-04 | 0,0000 | 1,0000 | 0,2222222 | -3,33E-09 | 2,04E-10 | 9,81E-15 | -14,00814 | 1E-14 |
| 26 | | 0,000093 | 0,0001 | 0,9999 | 3,70E-10 | 1,07E-04 | 1,07E-04 | -1,0697E-04 | 0,0001 | 0,9999 | 0,1290323 | -5,67E-09 | 3,70E-10 | 9,74E-15 | -14,01139 | 1E-14 |
| 27 | | 0,000097 | 0,0001 | 0,9999 | 6,60E-10 | 1,03E-04 | 1,03E-04 | -1,0297E-04 | 0,0001 | 0,9999 | 0,0776899 | -9,47E-09 | 6,60E-10 | 9,84E-15 | -14,00708 | 1E-14 |
| 28 | | 0,000101 | 0,0002 | 0,9998 | 1,18E-09 | 9,90E-05 | 9,90E-05 | -9,8972E-05 | 0,0002 | 0,9998 | 0,047619 | -1,54E-08 | 1,18E-09 | 9,88E-15 | -14,00531 | 1E-14 |
| 29 | | 0,000105 | 0,0003 | 0,9997 | 1,99E-09 | 9,50E-05 | 9,50E-05 | -9,4972E-05 | 0,0003 | 0,9997 | 0,0290296 | -2,47E-08 | 1,99E-09 | 9,88E-15 | -14,00516 | 1E-14 |
| 30 | | 0,000109 | 0,0004 | 0,9996 | 3,38E-09 | 9,10E-05 | 9,10E-05 | -9,0972E-05 | 0,0004 | 0,9996 | 0,0187354 | -3,88E-08 | 3,38E-09 | 9,88E-15 | -14,006 | 1E-14 |
| 31 | | 0,000113 | 0,0007 | 0,9993 | 5,69E-09 | 8,70E-05 | 8,70E-05 | -8,6972E-05 | 0,0007 | 0,9993 | 0,0120846 | -5,98E-08 | 5,69E-09 | 9,87E-15 | -14,0057 | 9,99E-15 |
| 32 | | 0,000117 | 0,0011 | 0,9989 | 9,14E-09 | 8,30E-05 | 8,30E-05 | -8,2972E-05 | 0,0011 | 0,9989 | 0,0079444 | -9,03E-08 | 9,14E-09 | 9,87E-15 | -14,0056 | 9,98E-15 |
| 33 | | 0,000121 | 0,0017 | 0,9983 | 1,47E-08 | 7,90E-05 | 7,90E-05 | -7,8972E-05 | 0,0017 | 0,9983 | 0,0053191 | -1,34E-07 | 1,47E-08 | 9,87E-15 | -14,00568 | 9,98E-15 |
| 34 | | 0,000125 | 0,0026 | 0,9974 | 2,33E-08 | 7,50E-05 | 7,50E-05 | -7,4972E-05 | 0,0026 | 0,9974 | 0,0038281 | -1,94E-07 | 2,33E-08 | 9,87E-15 | -14,00575 | 9,98E-15 |
| 35 | | 0,000129 | 0,0039 | 0,9961 | 3,63E-08 | 7,10E-05 | 7,10E-05 | -7,0972E-05 | 0,0039 | 0,9961 | 0,0025205 | -2,77E-07 | 3,63E-08 | 9,86E-15 | -14,0061 | 9,98E-15 |
| 36 | | 0,000133 | 0,0056 | 0,9942 | 5,09E-08 | 6,70E-05 | 6,70E-05 | -6,6972E-05 | 0,0056 | 0,9942 | 0,0017841 | -3,88E-07 | 5,09E-08 | 9,84E-15 | -14,00649 | 9,98E-15 |
| 37 | | 0,000137 | 0,0084 | 0,9918 | 8,39E-08 | 6,31E-05 | 6,30E-05 | -6,2972E-05 | 0,0084 | 0,9918 | 0,0012862 | -5,28E-07 | 8,39E-08 | 9,84E-15 | -14,0072 | 9,92E-15 |
| 38 | | 0,000141 | 0,0120 | 0,9880 | 1,25E-07 | 5,91E-05 | 5,90E-05 | -5,8972E-05 | 0,0120 | 0,9880 | 0,0009437 | -7,07E-07 | 1,25E-07 | 9,81E-15 | -14,0084 | 9,89E-15 |
| 39 | | 0,000145 | 0,0169 | 0,9831 | 1,82E-07 | 5,52E-05 | 5,50E-05 | -5,4972E-05 | 0,0169 | 0,9831 | 0,0007047 | -9,27E-07 | 1,82E-07 | 9,77E-15 | -14,01008 | 9,85E-15 |
| 40 | | 0,000149 | 0,0233 | 0,9767 | 2,63E-07 | 5,12E-05 | 5,10E-05 | -5,0972E-05 | 0,0233 | 0,9767 | 0,0006023 | -1,19E-06 | 2,63E-07 | 1,09E-14 | -13,9612 | 9,79E-15 |
| 41 | | 0,000154 | 0,0318 | 0,9682 | 4,01E-07 | 4,74E-05 | 4,70E-05 | -4,6972E-05 | 0,0318 | 0,9682 | 0,0004853 | -1,48E-06 | 4,01E-07 | 1,08E-14 | -13,96528 | 9,71E-15 |
| 42 | | 0,000158 | 0,0427 | 0,9573 | 5,50E-07 | 4,25E-05 | 4,20E-05 | -4,1972E-05 | 0,0427 | 0,9573 | 0,0003246 | -1,79E-06 | 5,50E-07 | 9,50E-15 | -14,02229 | 9,62E-15 |
| 43 | | 0,000162 | 0,0564 | 0,9438 | 7,48E-07 | 3,87E-05 | 3,80E-05 | -3,7972E-05 | 0,0564 | 0,9438 | 0,0002588 | -2,14E-06 | 7,48E-07 | 9,35E-15 | -14,02903 | 9,49E-15 |
| 44 | | 0,000166 | 0,0738 | 0,9264 | 1,01E-06 | 3,50E-05 | 3,40E-05 | -3,3972E-05 | 0,0738 | 0,9264 | 0,0002094 | -2,6E-06 | 1,01E-06 | 9,18E-15 | -14,03704 | 9,34E-15 |
| 45 | | 0,00017 | 0,0946 | 0,9054 | 1,34E-06 | 3,13E-05 | 3,00E-05 | -2,9972E-05 | 0,0946 | 0,9054 | 0,0001718 | -2,84E-06 | 1,34E-06 | 8,98E-15 | -14,04697 | 9,15E-15 |
| 46 | | 0,000174 | 0,1201 | 0,8799 | 1,77E-06 | 2,77E-05 | 2,60E-05 | -2,5972E-05 | 0,1201 | 0,8799 | 0,0001429 | -3,12E-06 | 1,77E-06 | 8,74E-15 | -14,05828 | 8,92E-15 |
| 47 | | 0,000178 | 0,1506 | 0,8494 | 2,32E-06 | 2,43E-05 | 2,20E-05 | -2,1972E-05 | 0,1506 | 0,8494 | 0,0001204 | -3,31E-06 | 2,32E-06 | 8,47E-15 | -14,07234 | 8,64E-15 |
| 48 | | 0,000182 | 0,1866 | 0,8134 | 2,99E-06 | 2,10E-05 | 1,80E-05 | -1,7972E-05 | 0,1866 | 0,8134 | 0,0001027 | -3,35E-06 | 2,99E-06 | 8,14E-15 | -14,08932 | 8,32E-15 |
| 49 | | 0,000186 | 0,2283 | 0,7715 | 3,73E-06 | 1,78E-05 | 1,40E-05 | -1,3972E-05 | 0,2283 | 0,7715 | 8,3589E-06 | -3,119E-06 | 3,73E-06 | 7,77E-15 | -14,10881 | 7,92E-15 |
| 50 | | 0,00019 | 0,2789 | 0,7231 | 4,63E-06 | 1,48E-05 | 9,97E-06 | -9,9724E-06 | 0,2789 | 0,7231 | 7,73E-06 | -2,78E-06 | 4,63E-06 | 7,34E-15 | -14,13455 | 7,51E-15 |
| 51 | | 0,000194 | 0,3320 | 0,6680 | 6,05E-06 | 1,20E-05 | 5,97E-06 | -5,9724E-06 | 0,3320 | 0,6680 | 6,821E-06 | -1,98E-06 | 6,05E-06 | 6,85E-15 | -14,16441 | 7,01E-15 |
| 52 | | 0,000198 | 0,3942 | 0,6058 | 7,50E-06 | 9,47E-06 | 1,97E-06 | -1,9724E-06 | 0,3942 | 0,6058 | 6,088E-06 | -7,78E-07 | 7,50E-06 | 6,30E-15 | -14,20058 | 6,45E-15 |
| 53 | | 0,000202 | 0,4634 | 0,5368 | 9,22E-06 | 7,19E-06 | -2,03E-06 | 2,0278E-06 | 0,4634 | 0,5368 | 5,504E-06 | 9,398E-07 | 9,22E-06 | 5,69E-15 | -14,24457 | 6,33E-15 |
| 54 | | 0,000206 | 0,5396 | 0,4605 | 1,12E-05 | 5,19E-06 | -6,03E-06 | 6,0278E-06 | 0,5396 | 0,4605 | 5,048E-06 | 3,252E-06 | 1,12E-05 | 5,03E-15 | -14,29845 | 6,14E-15 |
| 55 | | 0,00021 | 0,6219 | 0,3781 | 1,35E-05 | 3,52E-06 | -1,00E-06 | 1,0028E-06 | 0,6219 | 0,3781 | 4,723E-06 | 6,238E-06 | 1,35E-05 | 4,32E-15 | -14,36496 | 5,94E-15 |
| 56 | | 0,000214 | 0,7089 | 0,2911 | 1,62E-05 | 2,18E-06 | -1,40E-06 | 1,4028E-06 | 0,7089 | 0,2911 | 4,558E-06 | 9,944E-06 | 1,62E-05 | 3,57E-15 | -14,44758 | 5,72E-15 |
| 57 | | 0,000218 | 0,7974 | 0,2026 | 1,92E-05 | 1,19E-06 | -1,80E-06 | 1,8028E-06 | 0,7974 | 0,2026 | 4,659E-06 | 1,438E-05 | 1,92E-05 | 2,82E-15 | -14,54954 | 5,52E-15 |
| 58 | | 0,000222 | 0,8806 | 0,1194 | 2,28E-05 | 5,48E-07 | -2,20E-06 | 2,2028E-06 | 0,8806 | 0,1194 | 5,382E-06 | 1,94E-05 | 2,28E-05 | 2,14E-15 | -14,67005 | 5,27E-15 |
| 59 | | 0,000226 | 0,9461 | 0,0539 | 2,62E-05 | 2,02E-07 | -2,60E-06 | 2,6028E-06 | 0,9461 | 0,0539 | 7,867E-06 | 2,462E-05 | 2,62E-05 | 1,58E-15 | -14,80172 | 5,14E-15 |

Gotowy

Widzimy, że pomiędzy komórką H52 i H53 następuje zmiana znaku różnicy obu całek. Z interpolacji liniowej znajdujemy dokładną pozycję x dla której różnica wynosi 0. Wartość ta jest położeniem płaszczyzny Matano (I3).

3. W następnym kroku normalizujemy nasz układ względem położenia płaszczyzny Matano, aby pozostawał w zgodzie z parametrem Boltzmanna, którego używamy w wyprowadzeniach:

$$\lambda = \frac{x - x_M}{\sqrt{t}}$$

Tworzymy w tym celu kolumnę J, w której mamy wartości z kolumny C pomniejszone o wartość x_M. Dla wygody kopiujemy sobie kolumny D i

- kolumna N: $x^*(n_A^* - n_A^-)$ - przemnażamy wartość położenia z kolumny J, przez wartość ułamka molowego danego punktu pomniejszoną o zawartość składnika na lewym końcu (u nas 0)

- kolumna O: $\int_{x-\infty}^{x^*} (n_A - n_A^-) dx$ - kopiujemy całkę z kolumny F

5. Obliczamy współczynnik dyfuzji ze wzoru. Potrzebujemy do tego tylko dane z kolumn M, N i O oraz czas trwania eksperymentu dany w komórce A5