Zadanie 1.1.

Mając podane dwa wektory: $\vec{u} = (4, -1, 2)$ oraz $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ oblicz:

- moduły obu wektorów
- sumę tych wektorów
- kąt między nimi
- ich iloczyn wektorowy oraz długość powstałego wektora i jego wektor jednostkowy

Zadanie 1.2.

Dla wektorów $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ oraz $\vec{w} = (-2, 4, 1)$, oblicz dwoma sposobami objętość równoległościanu zbudowanego na tych wektorach

Zadanie 1.3.

Mając podane liczby zespolone: $z_1 = 3 - i, z_2 = -1 + 2i, z_3 = 3 + 4i$:

- oblicz $(z_1 + z_2) \cdot z_3 + \frac{z_1}{z_3}$
- zapisz $z_4 = z_1 + z_3$ w postaci biegunowej
- zapisz $z_5 = z_1 \cdot z_2$ w postaci trygonometrycznej

Zadanie 1.4.

Wiedząc, że ruch atomu w krysztale można opisać równaniem falowym:

$$U = A \exp\left(i\left(kx - \omega t\right)\right)$$

oblicz:

- prędkość atomu
- przyspieszenie atomu
- pochodną $\dfrac{\partial U}{\partial x}$

Zadanie 1.5.

W wyniku eksperymentu, określono następujące związki dla gazu:

$$\frac{\partial p}{\partial V} = -n \cdot R \cdot T \cdot f(V)$$

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{n \cdot R}{V} - 2 \cdot n \cdot R \cdot T \cdot a$$

Gdzie:

n – liczba moli

a – znana stała

f(V) – nieznana funkcja zależna od objętości

Znajdź równanie stanu dla tego gazu. **Wskazówka**: Wykorzystaj twierdzenie Schwarza w celu określenia f(V) a następnie scałkuj jedno z powyższych równań i wykorzystaj drugie z nich by określić wartość stałej całkowania.

Zadanie 1.6. Rozwiń w szereg Maclaurina funkcje:

a) $sin(x)$

b) $cos(x)$

c) $ln(x+1)$

Zadanie 1.7. Oblicz gradient funkcji:

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = 6xyz^2 + \sin x^2 z + e^{y^2 z}}$$

Zadanie 1.8. Oblicz dywergencję funkcji:

$$\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2 yz, y\cos y^2 z, ze^{x^2 z}\right)$$