4. Właściwości mechaniczne I

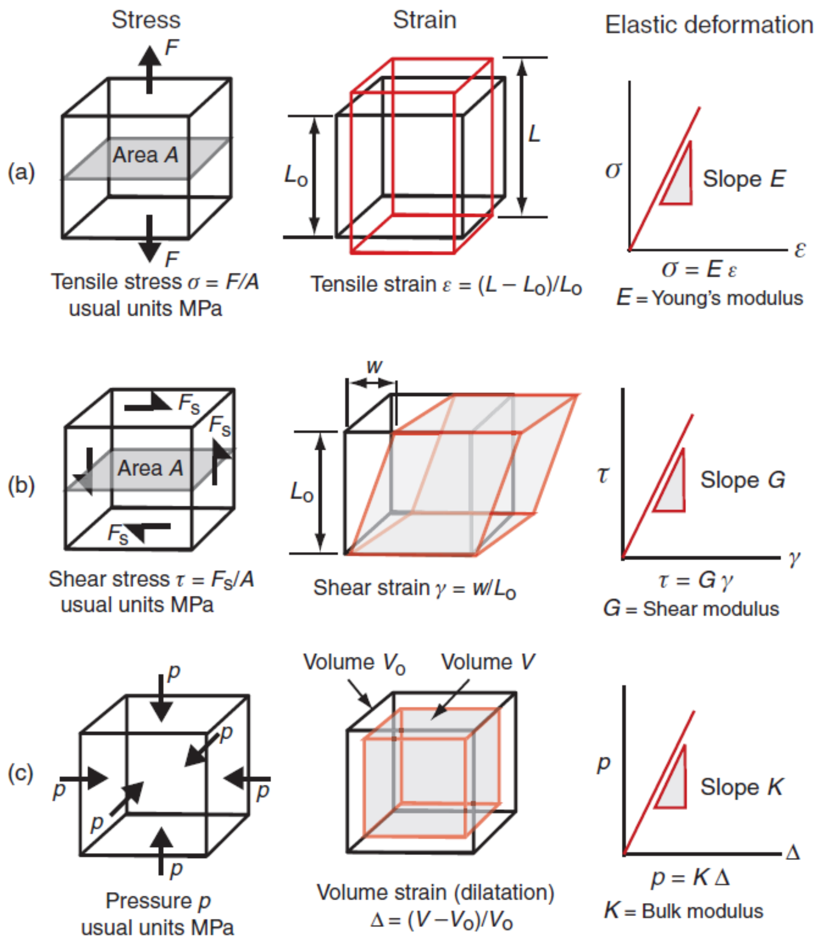
4.1. Terminologia i podstawowe wielkości

Na bieżących zajęciach, zajmiemy się wybranymi właściwościami mechanicznymi materiałów. Zacznijmy od wprowadzenia krótkiego słowniczka:

σ - *tensile stress* - naprężenie rozciągające
ε - *tensile strain* - odkształcenie przy rozciąganiu
E- *Young's modulus* - moduł Younga
τ - *shear stress* - naprężenie ścinające
γ - *shear strain* - odkształcenie przy ścinaniu
G - *shear modulus* - moduł sprężystości poprzecznej (Kirchoffa)
p - *pressure* - ciśnienie
K - *bulk modulus* - moduł odkształcalności objętościowej (Helmholtza)
Δ - *volume strain* - odkształcenie objętościowe
σ_y - *yield strength* - granica plastyczności
σ_{ts} - *tensile strength* - wytrzymałość na rozciąganie
υ - *Poisson's ratio* - współczynnik Poissona

4.2. Typy naprężeń

Na poniższym rysunku zestawione zostały podstawowe zależności obciążenie - reakcja obserwowane w materiałach:



Rys. 4.1. Definicje i podstawowe zależności dla różnych wariantów obciążenia materiału.

Podstawowymi typami naprężeń występującymi w materiałach są:

Naprężenie rozciągające - rozważamy je przy wariancie obciążenia pokazanym na Rys. 4.1.a. Każda płaszczyzna o powierzchni *A*, normalna do kierunku działania siły *F*, będzie pod wpływem naprężenia:

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{4.1}$$

Dla sił rozciągających, znak naprężenia będzie dodatni, dla sił ściskających - ujemny. W stanie równowagi, każda przyłożona siła *F* jest równoważona przez drugą siłę, o tej samej wartości ale przeciwnym zwrocie

Naprężenie ścinające - dotyczy ono sytuacji przedstawionej na Rys. 4.1.b, gdy siła przyłożona jest równolegle do powierzchni materiału. Naprężenie przenoszone przez zacienioną płaszczyznę, będzie dane wzorem:

$$\tau = \frac{F_s}{A} \tag{4.2}$$

W stanie równowagi, aby zrównoważyć siłę ścinającą, konieczne jest pojawienie się trzech kolejnych sił.

Cieśnienie hydrostatyczne - kolejnym typem obciążenia jest przypadek, gdy siły ściskające bądź rozciągające, działają na wszystkie powierzchnie materiału (Rys. 4.1.c). Każda płaszczyzna w materiale podlega tutaj dokładnie takiemu samemu naprężeniu. W przypadku działania sił ściskających, ciśnienia mają znak dodatni, w przypadku ściskających - ujemny.

Każdy z tych sposobów obciążenia, powiązany jest z odpowiednim typem odkształcenia:

Odkształcenie przy rozciąganiu - gdy materiał będący pod wpływem naprężenia rozciągającego, ulega wydłużeniu do długości *L*, w stosunku do stanu początkowego L_0, odkształcenie możemy zdefiniować jako:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\delta L}{L_0} \tag{4.3}$$

W przypadku działania naprężenia rozciągającego, element ulega wydłużeniu, w przypadku naprężenia ściskającego, element ulega skróceniu. Odkształcenie przy rozciąganiu jest wielkością bezwymiarową.

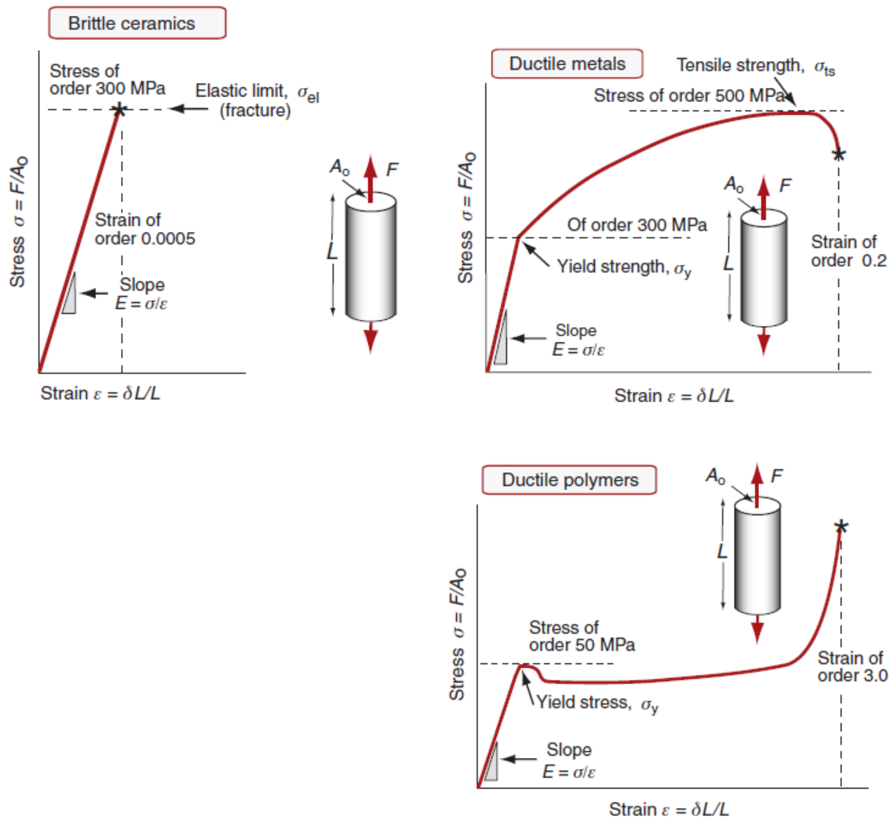
Odkształcenie przy ścinaniu - w oparciu o wielkości przedstawione na Rys. 4.1.b, możemy je zdefiniować jako:

$$\tan\gamma = \frac{w}{L_0} \approx \gamma \tag{4.4}$$

Odkształcenie objętościowe - gdy materiał znajduje się pod wpływem działania ciśnienia hydrostatycznego, pojawiające się odkształcenie możemy zdefiniować jako:

$$\Delta = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{\delta V}{V_0} \tag{4.5}$$

Jednym z podstawowych sposobów charakteryzowania materiałów, jest wyznaczanie krzywych naprężenia w funkcji odkształcenia (*stress-strain curves*). Poniżej, przedstawione zostały tego typu krzywe, charakterystyczne dla najpopularniejszych grup materiałowych.



Rys. 4.2. Typowe krzywe naprężenia w funkcji odkształcenia dla wybranych grup materiałowych.

Warto tutaj zwrócić uwagę na wielkości scharakteryzowane na Rys. 4.2: granicę plastyczności σ oraz wytrzymałość na rozciąganie σ_{ts}. Odgrywają one niezwykle istotną rolę podczas projektowania materiałów do zastosowań strukturalnych.

4.4. Moduły

Wróćmy na moment do Rys. 4.1. Jak można zauważyć, w przypadku każdego typu naprężenia, pojawia się nam odpowiednia stała proporcjonalności (dla zakresu liniowego). Stałe te nazywamy modułami:

***E* - moduł Younga**, definiowany równaniem:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{4.6}$$

Definicja ta jest prawdziwa zarówno dla rozciągania, jak i ściskania

***G* - moduł Kirchoffa**, definiowany równaniem:

$$\tau = G\gamma \tag{4.7}$$

***K* - moduł Helmholtza**, definiowany jako:

$$p = K\Delta \tag{4.8}$$

Wszystkie te wielkości możemy ze sobą powiązać odpowiednimi zależnościami, jednak w tym celu potrzebna nam jest jeszcze jedna wartość - **współczynnik Poissona υ**. Gdy materiał ulega odkształceniu ε w danym kierunku, np. w trakcie rozciągania, towarzyszy temu zazwyczaj odpowiednie odkształcenie w kierunku prostopadłym do kierunku działa siły ε_T (np. rozciągany pręt ulega zwężeniu). Współczynnikiem Poissona nazywamy:

$$\upsilon = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon} \tag{4.9}$$

Ze względu na fakt, iż odkształcenie w kierunku prostopadłym jest zazwyczaj wartością ujemną, współczynnik Poissona przeważnie przyjmuje wartości dodatnie, często zbliżone do 1/4.

Dla materiałów anizotropowych, możemy teraz zdefiniować następujące zależności między modułami:

$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \tag{4.10}$$

oraz:

$$K = \frac{E}{3(1-2\upsilon)} \tag{4.11}$$

4.4. Energia sprężystości

Gdy materiał zostaje poddany odkształceniu, wiąże się to zawsze ze zmagazynowaniem w nim energii potencjalnej związanej z tym odkształceniem (*elastic energy*). Siła F działająca na materiał przy odkształceniu dL, w przeliczeniu na jednostkę objętości wykonuje pracę:

$$dW = \frac{FdL}{AL} = \sigma d\varepsilon \tag{4.12}$$

gdzie jednostką jest J/m$^{4.}$ Wiedząc, że $\sigma=E\varepsilon$, możemy zapisać powyższe równanie w postaci:

$$dW = \sigma d\varepsilon = \frac{\sigma}{E} d\sigma \tag{4.13}$$

Aby obliczyć teraz całkowitą energię zgromadzoną w materiale podczas przejścia od stanu bez naprężeń, aż do naprężenia σ*, musimy równanie 4.14. scałkować we wspomnianym przedziale:

$$W = \int_0^{\sigma^*} \frac{\sigma}{E} d\sigma = \frac{1}{2}\frac{\left(\sigma^*\right)^2}{E} \tag{4.14}$$

Powyższe równanie ma zastosowanie w zakresie odkształceń elastycznych i równe jest polu pod krzywą naprężenia w funkcji odkształcenia.