

8. Zmęczenie materiałów

Do tej pory rozważaliśmy bardzo proste przypadki obciążenia materiałów - do materiału przykładana była siła, generowane było w nim naprężenie, materiał ulegał odkształceniu i na tym kończyliśmy. W rzeczywistych zastosowaniach jednak, obciążenia nie są przykładane jednorazowo lub w sposób ciągły, tylko cyklicznie. Jest to związane z szeregiem nowych zjawisk, które niekiedy drastycznie zmieniają nasze podejście do projektowania materiałów i elementów z nich wykonanych.

8.1. Współczynnik tłumienia

W trakcie poprzednich zajęć, zawsze gdy liczyliśmy energię odkształcenia sprężystego, zakładaliśmy prostą, odwracalną relację pomiędzy naprężeniem i energią. Rzeczywistość jest jednak bardziej skomplikowana. Nawet materiał odkształcony tylko sprężysto, po zdjęciu naprężenia nie oddaje całej zgromadzonej energii - jej część jest dyssypowana. Gdy przykładamy naprężenie jednorazowo, ta strata energii jest praktycznie niezauważalna, ale gdy materiał jest obciążany cyklicznie dziesiątki, czy setki razy na sekundę, straty energetyczne przestają być zaniedbywalne. Stałą materiałową opisującą to zjawisko jest współczynnik tłumienia η . Opisuje on stosunek wartości energii nieodwracalnie traconej przy zdjęciu obciążenia, do całkowitej energii sprężystej zgromadzonej w materiale podczas obciążania. Im wyższa wartość η , tym lepiej nasz materiał będzie tłumił drgania.

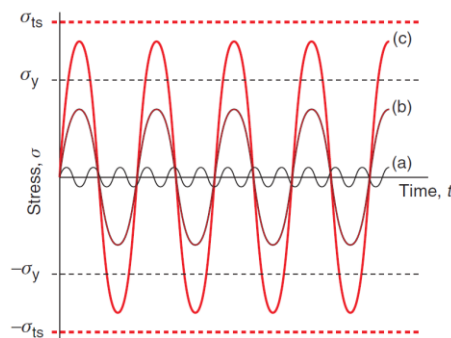
8.2. Zmęczenie

Zmiany zachodzące w materiale pod wpływem cyklicznych obciążeń ściśle zależą od amplitudy generowanych przez nie naprężeń. W przypadku małych amplitud, zazwyczaj nie ma mowy o trwałych zniszczeniach w materiale. Jednak gdy amplitudy naprężeń ulegną zwiększeniu, materiał zaczyna ulegać umocnieniu na skutek splątywania się wędrujących dyslokacji, co może stać się zaczątkiem powstania szczeliny w materiale i jego dalszej degradacji.

W ogólnym przypadku możemy rozróżnić 3 podstawowe kategorie obciążeń cyklicznych:

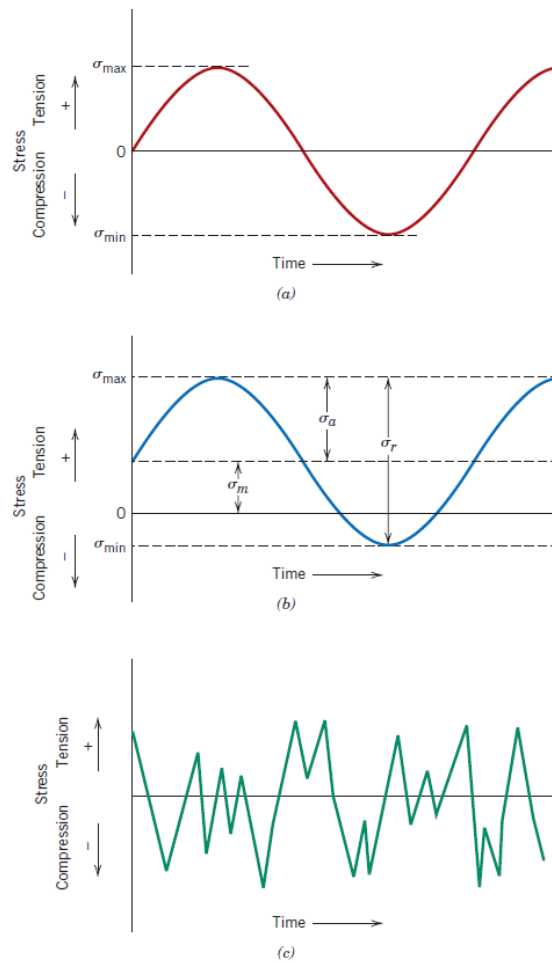
- nisko-amplitudowe, nie prowadzące do zniszczenia materiału,
- obciążenia mierzone pod kątem długotrwałej pracy w warunkach cyklicznych, gdzie pozostajemy cały czas w obrębie odkształceń sprężystych ($\sigma_{max} < \sigma_y$) (ang. *high-cycle fatigue*)
- obciążenia mierzone pod kątem krótkotrwałej pracy w warunkach cyklicznych, gdzie naprężenia przekraczają granicę plastyczności ($\sigma_y < \sigma_{max} < \sigma_{ts}$) (ang. *low-cycle fatigue*)

Wszystkie te przypadki zostały przedstawione na Rys. 8.1.



Rys. 8.1. 3 podstawowe kategorie obciążeń cyklicznych, opis w tekście.

Oprócz tego, istotną rolę spełnia przebieg zmienności naprężeń w czasie. Poniżej przedstawiono 3 podstawowe typy - obciążenia symetryczne względem stanu zerowego, asymetryczne oraz losowe:



Rys. 8.2. Podstawowe typy przebiegów czasowych dla obciążeń cyklicznych: a) sinusoidalny przebieg symetryczny względem 0; b) sinusoidalny przebieg asymetryczny względem 0; c) przebieg przypadkowy

Patrząc na Rys. 8.2b, możemy zdefiniować pewne podstawowe pojęcia dotyczące cyklicznych naprężeń:

- amplituda:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (8.1)$$

- średnie naprężenie:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (8.2)$$

- parametr R:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (8.3)$$

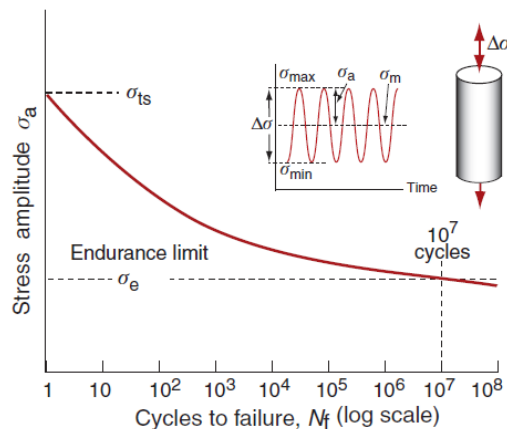
- limit wytrzymałości (ang. *endurance limit*) σ_e - wartość σ_a dla której nie następuje zniszczenie materiału, lub pojawia się ono dla bardzo dużej liczby cykli $N_f > 10^7$
 - dla metali i polimerów:

$$\sigma_e \approx 0.33 \sigma_{ts} \quad (8.4)$$

- dla ceramiki i szkieł:

$$\sigma_e = 0.9 \sigma_{ts} \quad (8.5)$$

W ostatnim przypadku pojawia się wielkość N_f , będąca krytyczną liczbą cykli, którym materiał może zostać poddany zanim ulegnie zniszczeniu. Będzie ona zależała od amplitudy zastosowanych naprężeń, co schematycznie przedstawione zostało na rys. 8.3 (tzw. wykres S-N):



Rys. 8.3. Schematyczna zależność amplitudy naprężeń od krytycznej liczby cykli.

Relacje pomiędzy $\Delta\sigma$ a N_f możemy wyrazić za pomocą **prawa Basquina**:

$$\Delta\sigma N_f^b = C_1 \quad (8.6)$$

gdzie b i C_1 są wartościami stałymi (b zazwyczaj z przedziału 0.07-0.13). Dzielic $\Delta\sigma$ przez moduł Younga otrzymujemy zakres odkształceń:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} = \frac{C_1}{N_f^b} \quad (8.7)$$

Logarytmując obustronnie:

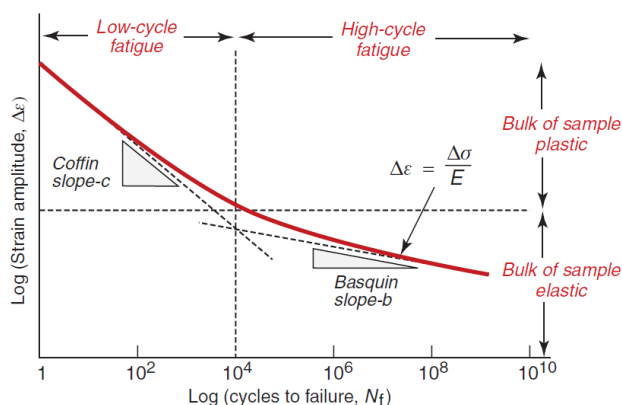
$$\log(\Delta\varepsilon) = -b \log(N_f) + \log\left(\frac{C_1}{E}\right) \quad (8.8)$$

Prawo Basquina znajduje zastosowanie dla przypadku, gdy poruszamy się w granicach sprężystości materiału. W przypadku gdy rozważany jest zakres plastyczności, stosuje się **prawo Coffina**:

$$\Delta\varepsilon_{pl} = \frac{C_2}{N_f^c} \quad (8.9)$$

gdzie $\Delta\varepsilon_{pl}$ oznacza zakres odkształceń plastycznych, w przybliżeniu równy całkowitym (część sprężysta jest zazwyczaj zaniedbywalnie mała). Pojawiający się tu współczynnik Coffina c , spełnia

podobną rolę jak b w prawie Basquina, jednak zazwyczaj cechuje się znacznie większą wartością (około 0.5). Sporządzając teraz wykres funkcji 8.6 i zlogarytmowanej funkcji 8.7 otrzymujemy:



Rys. 8.4. Zakresy *low* i *high-cycle fatigue* wraz z naniesionymi relacjami empirycznymi.

Jak można zauważyć, możemy wyróżnić dwa obszary naszego wykresu, pokrywające się z wcześniej wymienionymi obszarami *low* i *high-cycle fatigue*. W oparciu o styczne do poszczególnych części naszego wykresu, możemy wyznaczyć granice pomiędzy oboma reżimami obciążeń.

Oba wymienione prawa opisują przypadek próbki, w których naprężenia są symetryczne względem zera i o stałych amplitudach, a w samym materiale nie występują w chwili początkowej pęknięcia. W rzeczywistości tak wyidealizowany przypadek rzadko jednak ma miejsce. Z pomocą przychodzą nam tutaj empiryczne zasady Goodmana i Minera.

Zasada Goodwina umożliwia przeskalowanie zakresu naprężeń symetrycznych względem zera $\Delta\sigma_{\sigma_0}$ na zakres naprężeń symetrycznych względem dowolnej wartości $\Delta\sigma_{\sigma_m}$:

$$\Delta\sigma_{\sigma_m} = \Delta\sigma_{\sigma_0} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{ts}} \right) \quad (8.10)$$

Tak przeskalowaną wartość, możemy następnie podstawić do prawa Basquina.

Przypadek, gdy amplituda naprężeń zmienia się w trakcie okresu "życia" materiału, opisuje natomiast **zasada Minera**. Załóżmy, że historię naprężeń dla naszej próbki, możemy podzielić na konkretne przedziały. W ramach każdego z nich wykonujemy N_i cykli, i dla każdego przedziału możemy zdefiniować wartość N_f wynoszącą $N_{f,i}$. W każdym kolejnym przedziale "zużywamy" jakiś ułamek całkowitej liczby dopuszczalnych cykli. Nasz materiał ulegnie zniszczeniu gdy:

$$\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{f,i}} = 1 \quad (8.11)$$

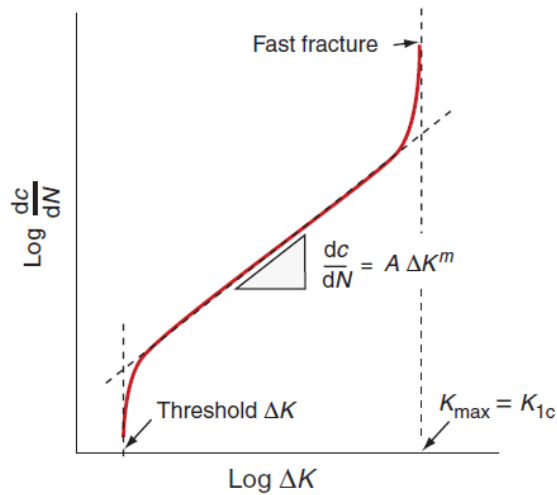
8.3. Zmęczenie w materiałach z pęknięciem

W przypadku np. dużych, odlewanych elementów, występujących w praktycznie każdym typie konstrukcji nośnych, praktycznie zawsze pojawiają się w nich niedoskonałości. Poddając te elementy cyklicznym obciążeniom, oczywiście narażamy je na propagację tych defektów. Aby określić bezpośredni wpływ obciążeń na rozwój pęknięcia, stosujemy bardzo zbliżoną metodologię do tej wykorzystywanej przy zwykłym kruchym pękaniu - wprowadzamy do badanej próbki szczelinę i

poddajemy ją obciążeniu, tylko w tym przypadku cyklicznemu. Zakres koncentracji naprężeń dany jest w tym przypadku wzorem:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta\sigma\sqrt{\pi c} \quad (8.12)$$

Oczywiście, z każdym kolejnym cyklem długość szczeliny c ulega zmianie, a zatem wartość ΔK również się będzie zmieniała. Relacja pomiędzy zmianą wartości ΔK a przyrostem długości szczeliny na jeden cykl dc/dN zazwyczaj ma następujący charakter:



Rys. 8.5. Wzrost szczeliny w trakcie cyklicznych zmian obciążenia.

Jak można zauważyć, w większości zakresu, zależność ta ma charakter liniowy (w układzie logarytmicznym), który można opisać tzw. **prawem Parisa**:

$$\frac{dc}{dN} = A \Delta K^m \quad (8.13)$$