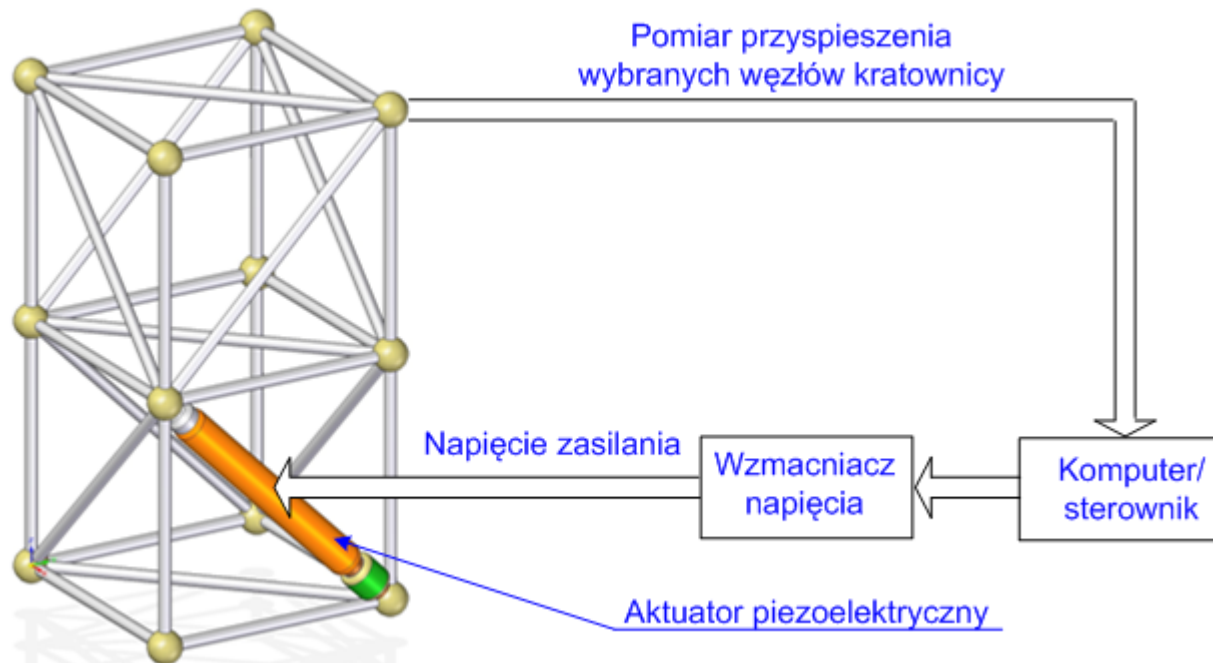


Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR

1. Schemat ideowy układu sterowania kratownicą

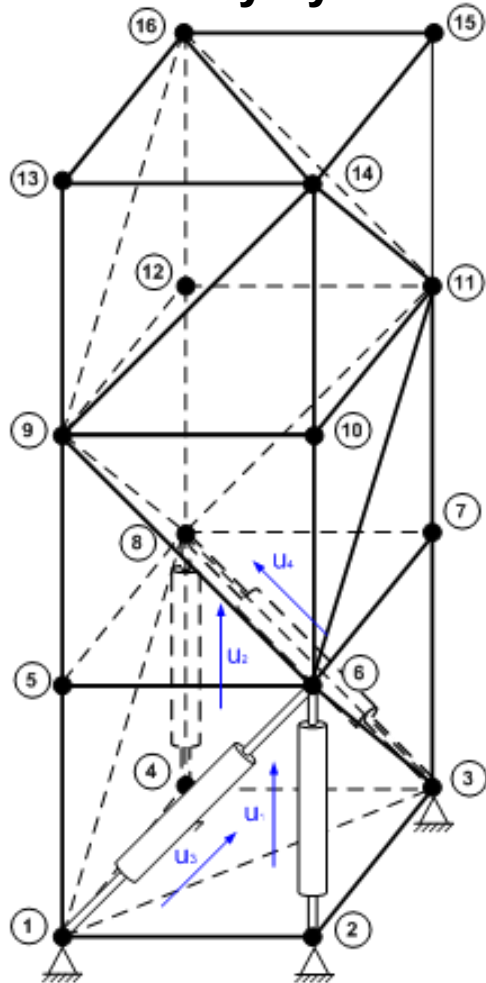
Obiektem sterowania jest kratownica z aktywnymi prętami, których zadaniem jest generowanie sił w odpowiednich punktach kratownicy. Głównym elementem każdego z aktywnych prętów jest aktuator piezoelektryczny.



Rys. 1. Schemat ideowy układu sterowania

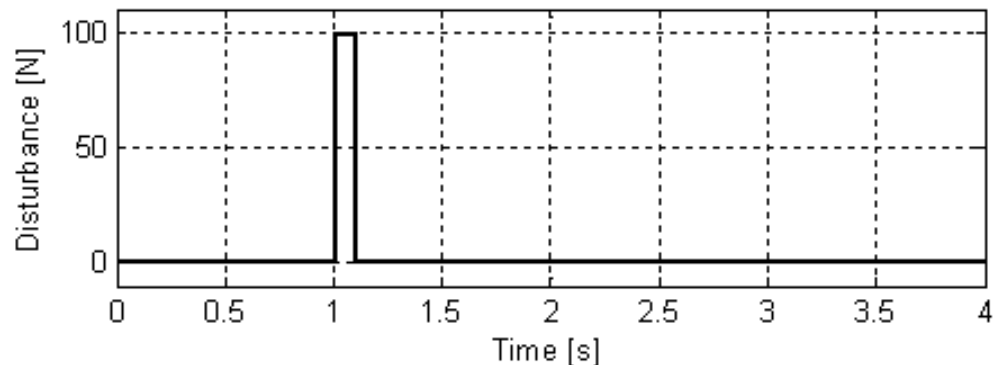
Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR

2. Charakterystyka kratownicy będącej obiektem sterowania w przykładzie



- liczba stopni swobody: 36
- wysokość: 0,75 m
- szerokość: 0,25 m
- liczba pasywnych prętów: 42
- liczba aktywnych prętów: 4
- liczba węzłów: 16

Przebieg sił zewnętrznych oddziałujących na wybrane węzły:

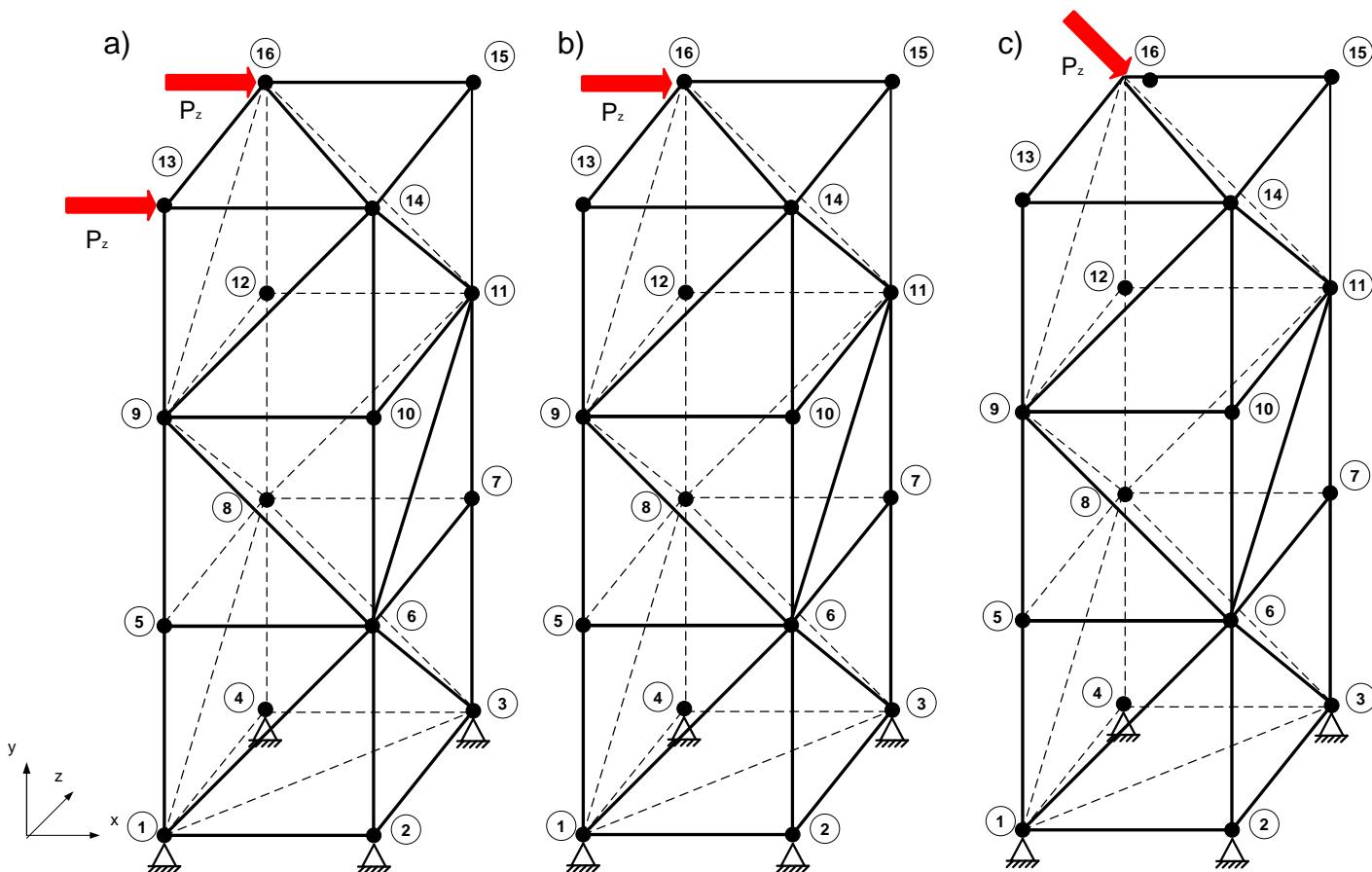


Rys. 2. Schemat obiektu sterowania

Rys. 3. Przebieg siły zewnętrznej

Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR

Warianty oddziaływania sił zewnętrznych na kratownicę:



Rys. 4. Warianty oddziaływania sił zewnętrznych na kratownicę: a) pierwszy, b) drugi, c) trzeci.

Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR

3. Model w przestrzeni stanów obiektu sterowania

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{z}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}$$

gdzie:

\mathbf{x} - zmienne stanu: przemieszczenia i prędkości wszystkich węzłów (72 zmienne stanu),

\mathbf{u} - zmienne sterujące: napięcie zasilania poszczególnych aktuatorów,

\mathbf{y} - zmienna wyjściowa: przemieszczenie węzła nr 16 wzdłuż osi x ,

\mathbf{z} - zmienne zakłócające: siły zewnętrzne,

\mathbf{M} - macierz mas,

\mathbf{K}_s - macierz sztywności,

\mathbf{C}_d - macierz tłumienia,

\mathbf{H} - macierz zakłóceń,

\mathbf{E} - macierz lokalizacji sygnałów sterowania w strukturze kratownicy.

Numeryczny przykład i zastosowania algorytmu LQR

4. Prawo sterowania

Poszukiwane prawo sterowania:

$$u(t) = -R^{-1}B^T Px(t) = -Kx(t)$$

gdzie: K – macierz wzmocnień.

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & \dots & k_{3n} \\ k_{41} & k_{42} & \dots & k_{4n} \end{bmatrix}$$

Wskaźnik jakości:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt$$

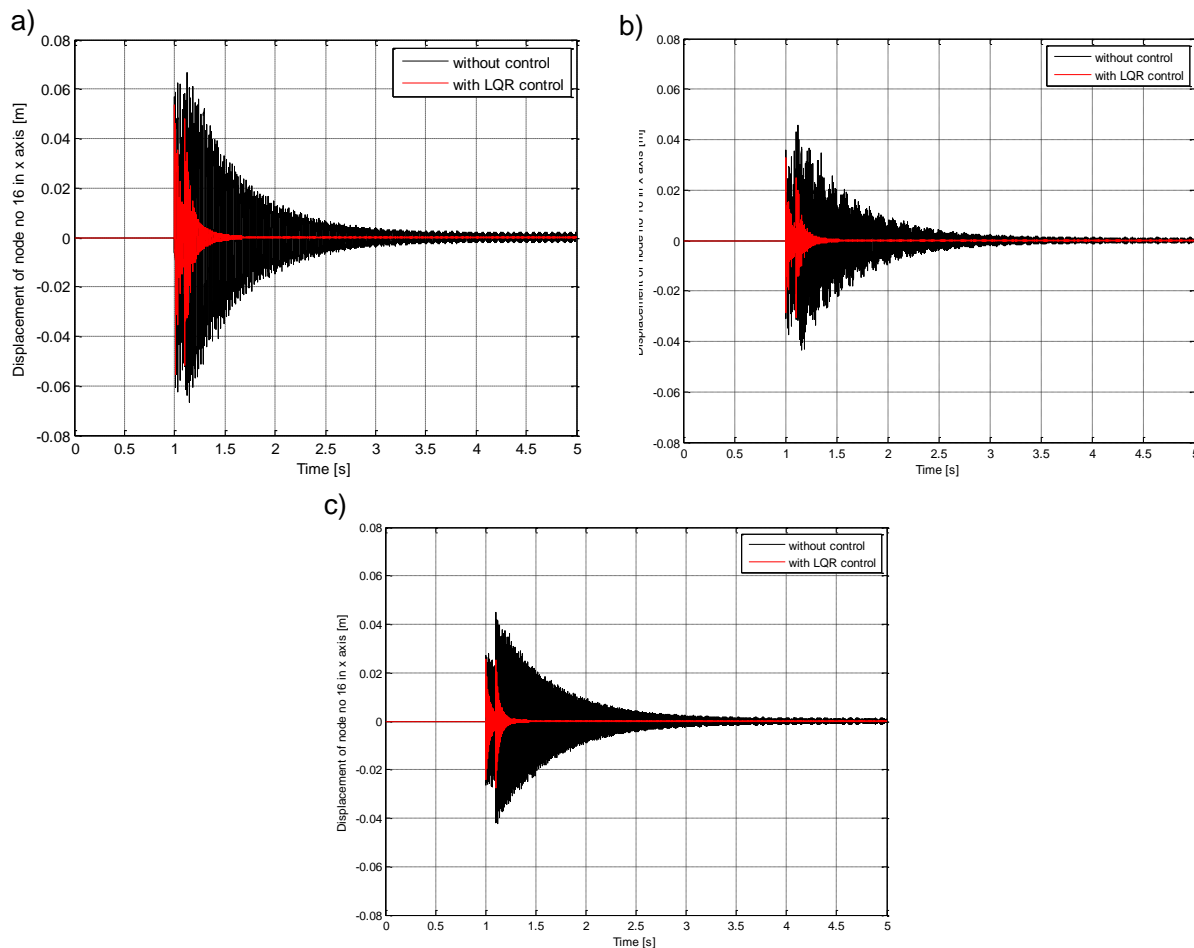
gdzie:

$$Q = \begin{bmatrix} K_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M \end{bmatrix}$$

$$R = \text{diag}(r_{11}, r_{22}, r_{33}, r_{44}) = 1,11 \cdot 10^{-5} \cdot \mathbf{I}_{4 \times 4}$$

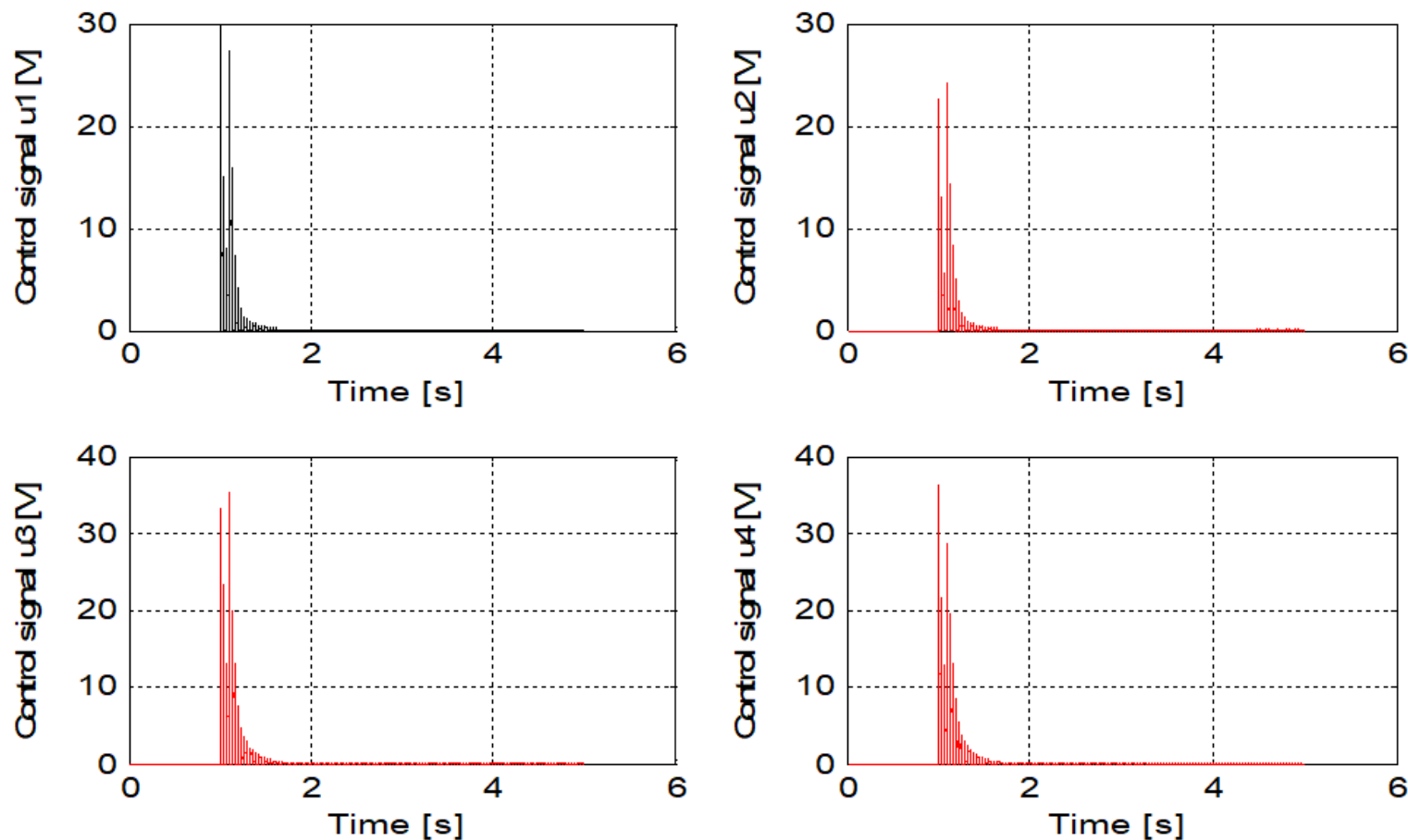
Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR

5. Wyniki badań symulacyjnych



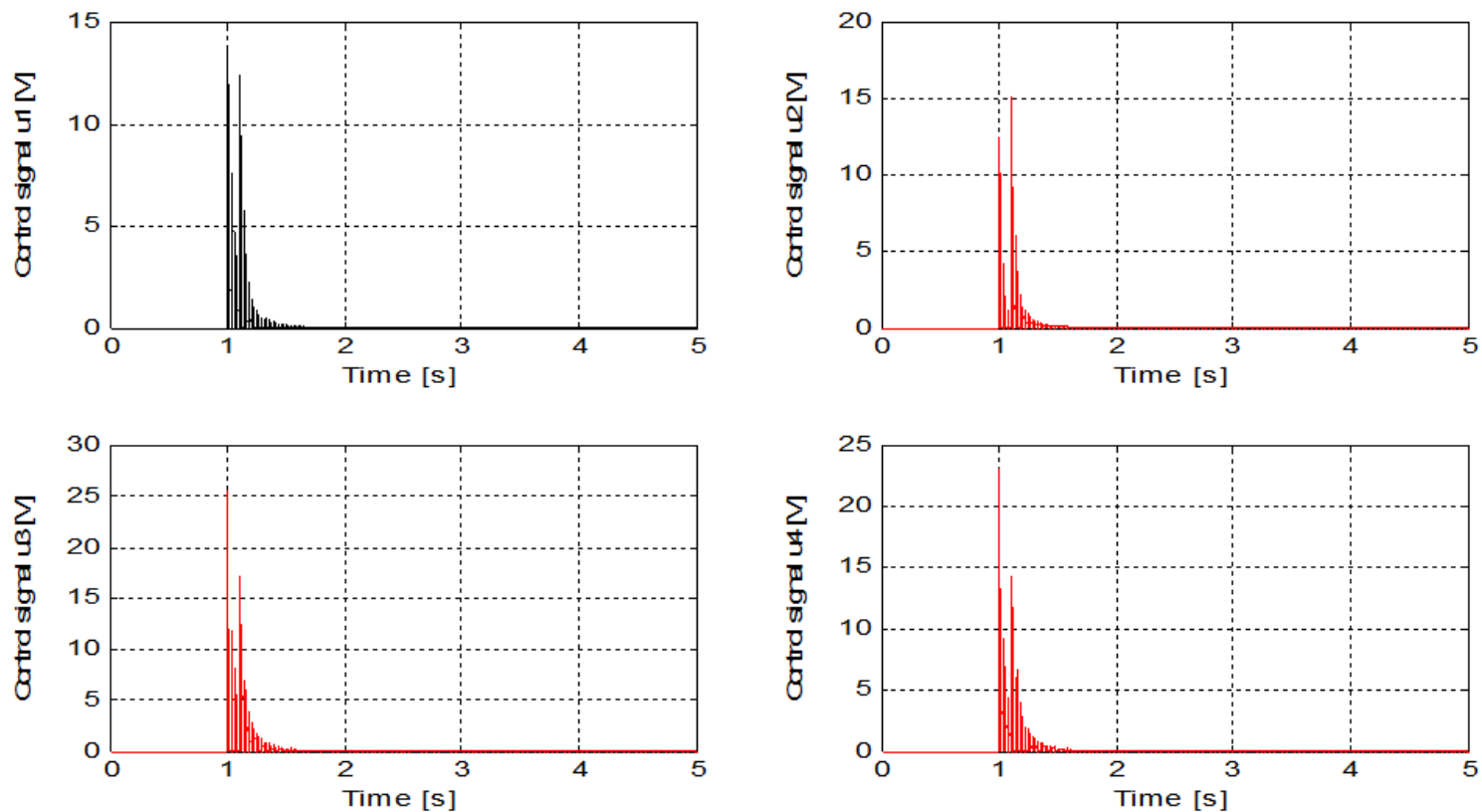
Rys. 5. Przemieszczenie 16 węzła kratownicy dla poszczególnych wariantów oddziaływania siły zewnętrznej: a) pierwszego, b) drugiego, c) trzeciego.

Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR



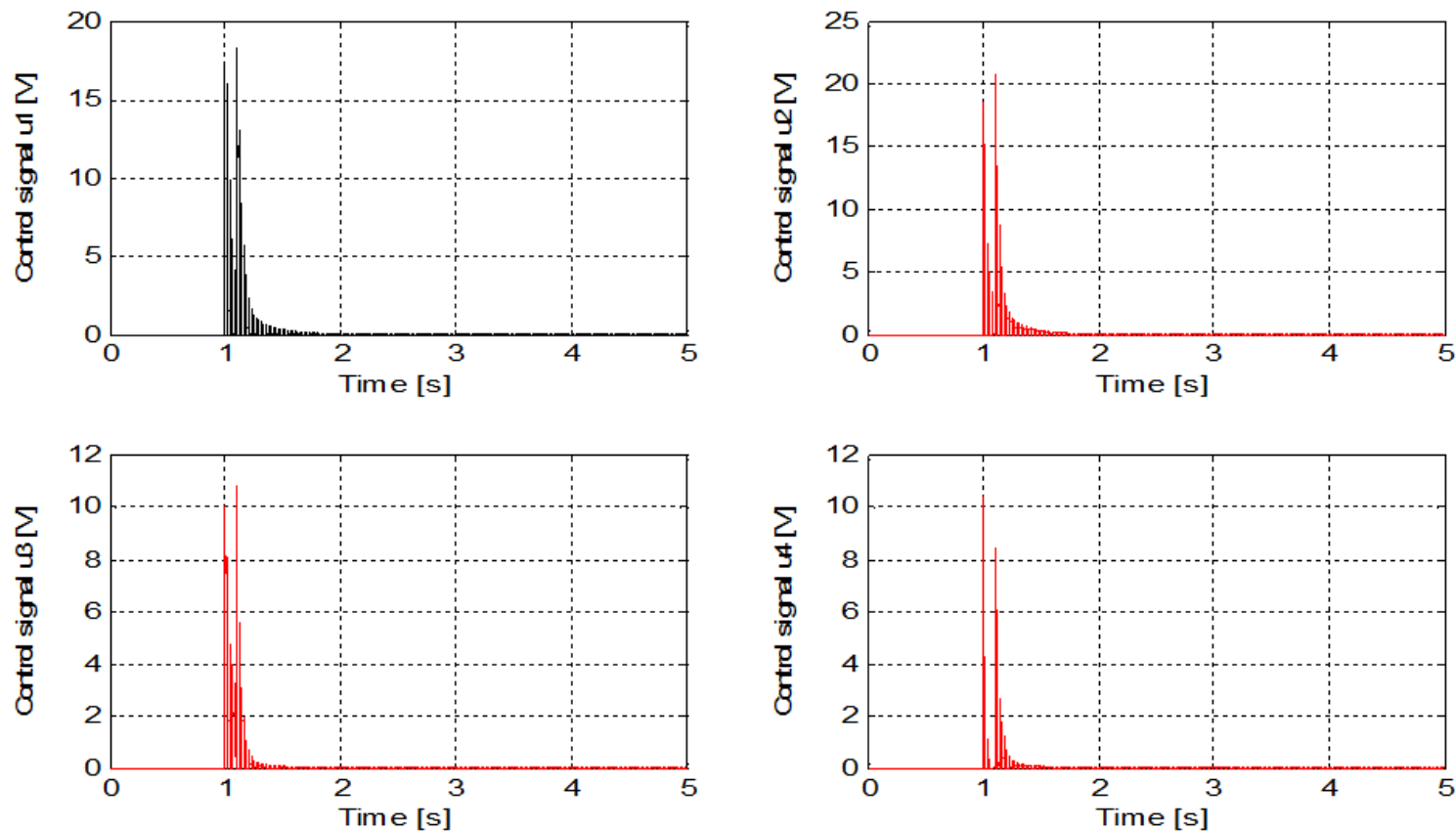
Rys. 6. Przebieg zmiennych sterujących dla pierwszego z wariantów oddziaływania siły zewnętrznej.

Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR



Rys. 7. Przebieg zmiennych sterujących dla drugiego z wariantów oddziaływania siły zewnętrznej.

Numeryczny przykład zastosowania algorytmu LQR



Rys. 8. Przebieg zmiennych sterujących dla trzeciego z wariantów oddziaływania siły zewnętrznej.