Zestaw 5B

Zadanie 1

Zbadać relację pomiędzy funkcjami f, g, gdy

a) $f(n) = n \log\log n$, $g(n) = n(\log n)^2$;

b) $f(n) = 2^n$, $g(n) = 4^n$;

c) $f(n) = \log_a(n)$, $g(n) = \log_2(n)$, $a > 1$;

d) $f(n) = (\log(n))^m$, $g(n) = n^k$, $m, k > 0$;

e) $f(n) = n\log(n^2+1)$, $g(n) = n \log n$

f) $f(n) = (\log(n))^2 + n$, $g(n) = n$

g) $f(n) = \frac{n^3+n^2}{n^2+1}$, $f(n) = n$;

h) $f(n) = \log\left(n^5 + n^2 + 1\right)$, $g(n) = \log n$.

Zadanie 2

Narysować drzewo rekursji dla podanych relacji, a następnie stosując twierdzenie o rekurencji uniwersalnej podać ich złożoność

a) $\begin{cases} T(n) & = 7T(n/3) + n(n + \log n) \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} T(n) & = 4T(n/16) + \sqrt{n}\left(\frac{1}{n} + 2\right) \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} T(n) & = 10T(n/3) + n^2(\log\log n + n) \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

Zadanie 3

Stosując twierdzenie o rekurencji uniwersalnej podać estymacje rozwiązań poniższych relacji rekurencyjnych:

a) $\begin{cases} T(n) & = 7T(n/2) + \sqrt{n}\log n \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} T(n) & = 3T(n/4) + n\log(n) \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} T(n) & = 9T(n/3) + n^2\log(n) \\ T(1) & = 1 \end{cases}$

Zadanie 4

Stosując metodę substytucji proszę pokazać, że

a) $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log n \implies T(n) = O(\log n \log\log n)$,

b) $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n \implies T(n) = O(n\log n)$,

c) $T(n) = \frac{1}{2}T(n/2) + \frac{1}{n} \implies T(n) = O(\log n/n)$.