1. a) Sprawdź, czy funkcja $f(x, y) = \sin x \cos y$ ma pochodną wzdłuż dowolnego wektora (h_1, h_2) w dowolnym punkcie (x_0, y_0) i jeśli tak, to wyznacz tę pochodną.
b) Podaj dokładne wypowiedzi dwóch twierdzeń, z których skorzystałeś.

2. Wyznacz ekstrema lokalne funkcji uwikłanej $y = y(x)$ danej równaniem $x^4 - 2x^2y - x^2 + y^2 + y = 0$.

3. Oblicz objętość bryły ograniczonej powierzchniami: $z = x^2 + y^2$ oraz $x + y + z = 0$.

4. a) Oblicz $\int\limits_K (yz - xy)dx + (xz - \frac{x^2}{2} + yz^2)dy + (xy + y^2z)dz$ po krzywej zamkniętej K będącej krawędzią przecięcia powierzchni $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ oraz $x + y + z = 1$ zorientowanej zgodnie z ruchem wskazówek zegara dla obserwatora znajdującego się w początku układu współrzędnych.
b) Podaj dokładne wypowiedzi dwóch twierdzeń, z których skorzystałeś.

5. a) Pokaż, że szereg funkcyjny $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (x^{2n} - x^{2n+2})$ jest zbieżny punktowo na $[0, 1]$.
b) Sprawdź, czy jest on również zbieżny jednostajnie na tym przedziale.
c) Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś w podpunkcie b).

6. Wyznacz obszar zbieżności punktowej szeregu $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{n 8^n \ln n}$.

1. Sprawdź różniczkowalność w całej dziedzinie funkcji $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Podaj wypowiedzi dwóch twierdzeń, z których skorzystałeś (jedno w przypadku gdy $(x,y) \neq (0,0)$ i drugie w przypadku punktu $(0,0)$).

2. Wyznacz wszystkie ekstrema lokalne funkcji $f(x,y) = (1+e^y)\cos x - ye^y$.

3. Oblicz całkę powierzchniową zorientowaną $\iint\limits_S xy^2dydz + yz^2dzdx + x^2zdxdy$,

gdzie S jest wewnętrzną stroną powierzchni $x^2+y^2+z^2 = 2y$.

Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.

4. Wyznacz środek ciężkości jednorodnego łuku asteroidy: $x(t) = a\cos^3 t$, $y(t) = a\sin^3 t$, $0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$.

5. Sprawdź, czy szereg funkcyjny $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^2e^{-n^2x}$ jest zbieżny jednostajnie na przedziale $(0,+\infty)$.

Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.

6. Wyznacz obszar zbieżności i sumę szeregu potęgowego $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n+1}$.

Oblicz (o ile istnieje) sumę szeregu liczbowego $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \ldots$

1. Sprawdź różniczkowalność w punkcie $(0,0,0)$ funkcji $f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2+y^2+z^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0). \end{cases}$
Podaj wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.
Wsk. Skorzystaj ze współrzędnych sferycznych.

2. Wyznacz, korzystając z metody Lagrange'a, ekstrema warunkowe funkcji $f(x,y,z) = x + y + 2z$ przy warunku $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3. Oblicz strumień pola wektorowego $\mathbf{F} = [x^3, y^3, z^3]$ przez dolną stronę górnej połowy sfery $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geqslant 0$.
Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.

4. Oblicz pole płata powierzchniowego wyciętego walcem $x^2 + y^2 = Rx$ ze sfery $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

5. Sprawdź, czy szereg funkcyjny $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5x^2}$ jest zbieżny jednostajnie na przedziale $[1, +\infty)$.
Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.

6. Wyznacz obszar zbieżności i sumę szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n4^n}$.

1. Sprawdź różniczkowalność w punkcie $(0,0,0)$ funkcji $f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{y^4 - z^3}{x^2+y^2+z^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0). \end{cases}$
Podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś.

2. a) Niech S będzie płatem powierzchniowym wyciętym walcem $x^2+y^2 = Rx$ z półsfery $x^2+y^2+z^2 = R^2$, $z \geqslant 0$. Oblicz strumień pola wektorowego $\mathbf{F} = (x, y, z)$ po dolnej stronie płata powierzchniowego S.
b) Podaj definicję płata powierzchniowego i podaj dokładną wypowiedź twierdzenia, z którego skorzystałeś w podpunkcie a).

Żeby zdać dogrywkę trzeba było uzyskać z każdego zadania co najmniej połowę punktów. Czyli, np. jedno na max, drugie na zero nie zalicza. Tak przynajmniej mówił Frydrych na początku. by cwikp

Obowiązywał współczynnik litości 2 punkty - czyli wystarczyło mieć z jednego zadania 5, a z drugiego 3 (chyba). W każdym razie 2 punkty. by smialek