

1. Podać definicję rozwiązania równania różniczkowego zwyczajnego pierwszego rzędu. Sprawdzić, która z funkcji a) $y \equiv 0$, b) $y \equiv 1$, c) $y = t$, d) $y = -1/t$ jest rozwiązaniem równania różniczkowego $y' = y^2$.
2. Pokazać, że dla dowolnej stałej $C \in \mathbb{R}$ funkcje
$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{dla } t \leq C \\ (t - C)^3, & \text{dla } t > C \end{cases}, g(t) = \begin{cases} (t - C)^3, & \text{dla } t \leq C \\ 0, & \text{dla } t > C \end{cases}$$
 oraz $h(t) \equiv 0$ są rozwiązaniami równania różniczkowego $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$. Czy to równanie ma jeszcze jakieś inne rozwiązania?
3. Sprawdzić, czy podane funkcje są rozwiązaniami danych równań różniczkowych
 - a) $y(t) = 3t^2 + t - 2$, $ty' + y = t$;
 - b) funkcja uwikłana dana równaniem $y^2 - 1 = (t + 2)^2$, $(2y + ty)y' = y^2 - 1$,
 - c) $y(t) = (t + C)^2 + 1$, $C \in \mathbb{R}$; $y' = 2\sqrt{y - 1}$.
4. Wykazać, że rozwiązaniem równania różniczkowego $y' = -2ty^2$ jest każda z poniższych funkcji:
 - a) $y \equiv 0$, b) $y = \frac{1}{t^2}$, c) $y = \frac{1}{t^2+1}$, d) $y = \frac{1}{t^2-1}$.Narysować odpowiednie krzywe całkowe.
5. Co to jest krzywa całkowa? Stosując metodę geometryczną naszkicować przykładowe krzywe całkowe podanych równań różniczkowych
 - a) $y' = -2t - 1$, b) $y' = \frac{y}{t}$, c) $y' = \frac{|t|}{t}$, d) $y' = \sqrt{y - 1}$.
6. Scałkować równania
 - a) $y'(t) = \operatorname{ctgt}$, b) $y'(t) = t \ln t$, c) $y'(t) = te^{-t^2}$,
 - d) $y'(t) = \operatorname{sgn} t$, gdzie $\operatorname{sgn} t = \begin{cases} -1 & , \text{ dla } t < 0 \\ 0 & , \text{ dla } t = 0 \\ 1 & , \text{ dla } t > 0 \end{cases}$.