

1. Znaleźć rozwiązania ogólne równań o zmiennych rozdzielonych

a) $y' = \sqrt{\frac{y}{t}}$, b) $y - t \frac{dy}{dt} = 1 + t^2 \frac{dy}{dt}$, c) $y' = \frac{y}{\ln y} \operatorname{tg} t$, d) $2\sqrt{ty}' = \sqrt{1 - y^2}$,

e) $y' = -e^{y+t+1}$, f) $y' = \frac{t-ty}{ty+t-y-1}$, g) $e^y(1+t^2)\frac{dy}{dt} - 2t(1+e^y) = 0$.

2. Znaleźć krzywą całkową równania $y' - 2y + 3 = 0$ przechodzącą przez punkt $(0, 1)$.

3. Wyznaczyć krzywe ortogonalne do podanych rodzin krzywych

a) $y = C(t+1)e^{-t}$, b) $y = C \sin t - 2$, c) $ty = Ce^y$, ($C \in \mathbb{R}$).

4. Wyznaczyć rozwiązania ogólne równań różniczkowych jednorodnych

(a) $y' = \cos^2 \frac{y}{t} + \frac{y}{t}$,

(b) $y' = \frac{y^2+t^2+ty}{t^2}$,

(c) $y' = \frac{9t+y}{t+y}$,

(d) $y' = \frac{2t-y}{t-y}$.

5. Rozwiązać problem Cauchy'ego

$$y' = \left(\frac{y}{t}\right)^2 - 5\frac{y}{t} + 9, \quad y(1) = 4.$$

6. Rozwiązać problem Cauchy'ego

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{t} + 2\frac{t}{y} \\ y(1) = -4. \end{cases}$$

7. Rozwiązać równanie $y' = \frac{y}{t}(1 + 5 \ln y - 5 \ln t)$. Rozwiązanie podać w jawnej postaci i określić jego dziedzinę.

8. Rozwiązać równania

(a) $y' = y - 3t + 4$,

(b) $y' = (2t + y - 3)^2 - 4t - 2y + 5$,

(c) $y' = \sin(t - y)$,

(d) $y' = \frac{1}{2t+y} + 2t + y - 2$.

9. Znaleźć rozwiązania równań

(a) $y' = -\frac{8t+4y+1}{4t+2y+1}$,

(b) $y' = \frac{t+y-2}{y-t-4}$,

(c) $y' = -\frac{t-2y+5}{2t-5y+4}$,

(d) $(y-t)dt = -(y+t)dy$.