

- Ocenić wartości logiczne zdań:
  - Kwadrat jest prostokątem i suma dwóch najmniejszych liczb pierwszych jest równa 3,*
  - $\sqrt{3}$  jest liczbą wymierną lub 3 jest liczbą nieparzystą,*
  - Jeżeli Egipt leży w Europie, to Egipcjanie są Europejczykami,*
  - Słońce krąży wokół Ziemi wtedy i tylko wtedy, gdy Ziemia nie obraca się wokół własnej osi.*
- Sprawdzić, czy następujące wyrażenia są tautologiami:
  - $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)] \Rightarrow q,$
  - $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \iff (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)),$
  - $[p \vee (q \wedge r)] \iff [(p \vee q) \wedge (p \vee r)].$
- Zapisać podane zdania w języku logiki i ocenić ich wartości logiczne
  - Jeśli nieprawdą jest, że Jan ma rower lub Jan nie ma samochodu, to Jan nie ma roweru lub Jan ma samochód.*
  - Jeżeli Krzys wyjadł miód lub Kubus wyjadł miód, to o ile Krzys nie wyjadł miodu, to Kubus wyjadł miód.*
  - Jeżeli Krzys zjadł miód, to Kubus nie zjadł miodu, więc Kubus zjadł miód lub Krzys nie zjadł miodu.*
- Podać wartości logiczne zdań:
  - $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 > 0,$
  - $\exists x \in \mathbb{R} : (|x + 1| > 2 \implies x < 1),$
  - $\forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : yx > 4,$
  - $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : yx < 4.$

Napisać zaprzeczenia powyższych zdań.
- Podaną formę zdaniową poprzedzić odpowiednim kwantyfikatorem tak, aby powstałe w ten sposób zdanie logiczne było zdaniem prawdziwym. Dziedziną każdej z form jest zbiór  $X = \mathbb{R}$ .
  - $x^2 \leq 0,$
  - $x^2 + 2x + 2 \geq 0,$
  - $x^2 + 4 < 0,$
  - $\sqrt{x^2} = x.$
- Dane są zbiory  $A = \{x \in \mathbb{R} : |3 + x| + |3x - 1| \leq 5\}, B = \{x \in \mathbb{R} : 2x(x - 10) \geq 4(x - 8)\},$   
 $C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{2x}{x-2} < 1\}.$   
 Znaleźć zbiory  $A \cup B, B \setminus A, A \cap B \cap C, A' \cup C'$  oraz  $A' \cap C'.$
- Dane są zbiory  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y + 1 \geq |x - 1|\}$  i  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3y \leq -3x^2 + 10x\}.$   
 Zaznaczyć te zbiory w prostokątnym układzie współrzędnych.  
 Znaleźć sumę, iloczyn oraz różnicę symetryczną tych zbiorów.
- Zaznaczyć na płaszczyźnie  $\mathbb{R}^2,$  zbiory:
 
$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > \sin x) \vee (y < \cos x)\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (|y| < 1) \iff (x^2 + y^2 \leq 4x)\},$$

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < 3^x + 1) \wedge (y < \frac{2x - 1}{x + 1}) \right\},$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (xy < 4) \implies (x^2 + y^2 < 16)\}.$$
- Wyznaczyć produkty kartezjańskie  $A \times B$  i  $B \times A$  dla zbiorów:
  - $A = \{x \in \mathbb{R} : |x + 3| \leq 2\}, B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 4 = 0\};$
  - $A = \mathbb{R}, B = (1, 3);$
  - $A = (1, 2), B = (-1, 4].$