

1. Rozwiąż podane układy równań (dwoma sposobami: korzystając ze wzorów Cramera i za pomocą macierzy odwrotnej)

$$a) \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 3x + y - 2z = 0 \\ x - 3y - z = 2 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} 5x - 3y + 2z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 21 \\ 5x - 2y - 3z = -12 \end{cases}.$$

2. Określ rząd macierzy w zależności od parametru  $m \in \mathbb{R}$

$$a) \begin{bmatrix} m-1 & m-1 & 1 & 1 \\ 1 & m^2-1 & 1 & m-1 \\ 1 & m-1 & m-1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & -2 & 7+m \\ 1 & 2+2m & -3-m \end{bmatrix}.$$

3. Zbadaj w zależności od parametru  $m \in \mathbb{R}$  ilość rozwiązań układów równań

$$a) \begin{cases} -mx + y - mz = 0 \\ x + my - z = -m \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} mx + y = 2 \\ 3x - y = 1 \\ x + 4y = m \end{cases}$$

4. Rozwiąż podane układy równań metodą eliminacji Gaussa

$$a) \begin{cases} x - 2y + 3s + t = 1 \\ 2x - 3y + z + 8s + 2t = 3 \\ x - 2y + z + 3s - t = 1 \\ y + 3s + 5t = 0 \\ x - 2y + 5s + 8t = -1 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x + y + z = 1 \\ 2x - 3y + 5z = 10 \\ 5x - 6y + 8z = 19 \end{cases},$$

$$c) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x + 3y = 13 \\ 3x - y = 5 \end{cases}, \quad d) \begin{cases} x - 2y + z - t + u = 0 \\ 2x + y - z + 2t - 3u = 0 \\ 3x - 2y - z + t - 2u = 0 \\ 2x - 5y + z - 2t + 2u = 0 \end{cases},$$

$$e) \begin{cases} x - y + z - 2s + t = 0 \\ 3x + 4y - z + s + 3t = 1 \\ x - 8y + 5z - 9s + t = -1 \end{cases}, \quad f) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - 3y + 5z = 10 \\ 5x - 6y + 8z = 19 \end{cases}.$$

5. Dla jakiej wartości parametru  $a \in \mathbb{R}$  układ równań

$$\begin{cases} x + ay - 3z = 0 \\ 2x + ay + z = 0 \\ 3x + ay - z = 0 \end{cases}$$

ma rozwiązanie niezerowe.