

**Zadanie 1.** Niech  $f : X \rightarrow Y$ ,  $g : Y \rightarrow Z$ . Wykaż, że:

- a)  $f, g$  – rosnące (malejące)  $\Rightarrow g \circ f$  rosnąca;
- b)  $f$  okresowa  $\Rightarrow g \circ f$  okresowa;
- c)  $f$  okresowa o okresie podstawowym  $T$ ,  $g$  – iniekcja  $\Rightarrow g \circ f$  okresowa o okresie podstawowym  $T$ .

**Zadanie 2.\*** Niech  $f, g$  będą funkcjami okresowymi o okresach podstawowych równych odpowiednio  $T_f$  oraz  $T_g$ . Czy  $f + g$  jest również funkcją okresową? Jeżeli tak, jaki jest jej okres?

**Zadanie 3.** Wyznacz okres podstawowy funkcji:

- a)  $y = \cos(2x - 3)$ ;
- b)  $y = \frac{1}{\cos x}$ ;
- c)  $y = \sin x \operatorname{tg} x$ .

**Zadanie 4.** Wyznacz funkcję odwrotną do funkcji <sup>1</sup>:

- a)  $f_1 : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \ni x \rightarrow \sin x + 1 \in [0, 2]$
- b)  $f_2 : \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \ni x \rightarrow \operatorname{tg} x \in \mathbb{R}$ ;
- c)  $f_3 : \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right] \ni x \rightarrow \sin x \in [-1, 1]$ ;
- d)  $f_4 : \mathbb{R} \ni x \rightarrow \sinh x \in \mathbb{R}$ ;
- e)  $f_5 : [0, \infty) \ni x \rightarrow \cosh x \in [1, \infty)$ .

**Zadanie 5.** Naszkicuj wykresy funkcji:

- a)  $y = \arcsin(\sin x)$ ;
- b)  $y = \arcsin(\cos x)$ ;
- c)  $y = \sin(\arcsin x)$ ;
- d)  $y = \cos(\arcsin x)$ ;
- e)  $y = \arccos(\sin x)$ .

**Zadanie 6.** Rozwiąż równanie:

- a)  $\arccos(-x) + \arccos(x) = \pi$ ;
- b)  $\arcsin x + \arcsin 2x = \frac{\pi}{2}$ ;
- c)  $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$ .

---

<sup>1</sup> $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  – sinus hiperboliczny,  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  – cosinus hiperboliczny.