

## Zestaw 0. Podstawowe wzory

**1. Zależności trygonometryczne:**

- 1.1  $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$ ;  
 1.2  $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$ ;  
 1.3  $\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$ ;  
 1.4  $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ;  
 1.5  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ ;  
 1.6  $\sin x = \sin y \Leftrightarrow x = y + 2k\pi \vee x = \pi - y + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ ;  
 1.7  $\cos x = \cos y \Leftrightarrow x = y + 2k\pi \vee x = -y + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ ;  
 1.8  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \Leftrightarrow x = y + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

**2. Symbol Newtona, potęgowanie wyrażeń wielomianowych:**

- 2.1  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ , gdzie  $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k-1)k, k \in \mathbb{N}$ ;  
 2.2  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ;  
 2.3  $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ;  
 2.4  $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$ ;  
 2.5  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ ;  
 2.6  $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ .

**3. Sumowanie wyrazów ciągu:**

- 3.1  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$  – wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;  
 3.2  $S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$  – wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o ilorazie  $q \neq 1$ .

**4. Inne wzory:**

- 4.1  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ;  
 4.2  $\log_a b^c = c \log_a b$ ;  
 4.3  $|a| < b \Leftrightarrow -b < a < b$ ;  
 4.4  $|a| > b \Leftrightarrow a < -b \vee a > b$ ;  
 4.5  $||a| - |b|| \leq |a - b|$ ;  
 4.6  $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -x & \text{dla } x < 0 \end{cases}$  ;  
 4.7  $(\sqrt{x})^2 = x$ ;