

Zestaw 2: Funkcje elementarne

Zad 1) Rozwiąż równania:

- a) $9^{3x-4} - 3^{8x-2} = 0$
- b) $27^x \cdot 9^{2x} \cdot 3^{3x} = 243$
- c) $(2^x)^x (4^x)^x = 64$
- d) $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$
- e) $2^{2x} + 4^x = 5^{x+0,5}$
- f) $9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x$
- g) $256^{\frac{1}{x^2-4}} \cdot \left(\frac{4}{2^x}\right)^{\frac{1}{x+2}} = 4^{\frac{1}{x-2}}$

Zad 2) Rozwiąż nierówności:

- a) $\left(\frac{1}{4}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{2(x-1)} + \left(\frac{1}{2}\right)^{2(x-2)} > 52$
- b) $(2^{x+2})^2 + 4 \cdot 2^{x+3} - 48 < 0$

Zad 3) Rozwiąż równania:

- a) $\log_2(9x^2 - 20) = 2 + \log_2 6 + \log_2 x$
- b) $\log_{16} x + \log_8 x + \log_2 x = \frac{19}{36}$
- c) $\frac{3}{2} + \log_{x+1} 3 = \log_3(x+1)$
- d) $x^{2 \log x} = 100x^3$
- e) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$
- f) $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$

Zad 4) Rozwiąż nierówności:

- a) $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$
- b) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(x+1) + \log_{\frac{1}{3}}(5-x) < 0$
- c) $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x - 2 \leq 0$
- d) $\log_{x+3}(x^2 - x) < 1$
- e) $\log_{x^2-3}(4x+2) \geq 1$

Zad 5) Podaj wartości funkcji:

- a) $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$
- b) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- c) $\operatorname{arctg}(1)$
- d) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$

Zad 6) Rozwiąż nierówność: $1 + \frac{4}{\pi} \arcsin(-2x+1) \geq 0$.

Zad 7) Narysuj wykresy funkcji:

- a) $\sin(\arcsin x)$ i $\arcsin(\sin x)$;
- b) $3 \cos 2x$;
- c) $-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$;
- d) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2} - 2x\right)$;
- e) $\log_{10}(|x| + 1)$;
- f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|} + 2$;
- g) $-1 + |2 \log(3x - 6)|$;
- h) $\frac{x+1}{2x-3}$;
- i) $\left| \arccos\left(|x| - \frac{1}{2}\right) - \frac{\pi}{4} \right| - \frac{\pi}{4}$;
- j) $-\sqrt{-x}$;
- k) $\left| -\log_{\frac{1}{2}}(|2x+1|) \right|$;
- l) $2 \operatorname{arctg}\left(x + \frac{2}{3}\right) - \frac{2\pi}{3}$;

$$\text{m) } |\operatorname{arccotg}(1 - 2|x|) - \frac{2\pi}{3}| - \frac{\pi}{4};$$

Zad 8) Wyznacz dziedzinę funkcji:

$$\text{a) } \sqrt{\arccos(\log_{10}(1-x))};$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{\arcsin(x^2-9)};$$

$$\text{c) } |1 - 3\log_{10}(2x+4)|;$$

$$\text{d) } \arccos\sqrt{2x};$$

$$\text{e) } \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(25-x^2)+4};$$

$$\text{f) } \sqrt[6]{\frac{1}{x^2} - x^2} + \log(2+x-6x^2);$$

$$\text{g) } \arcsin\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2};$$

$$\text{h) } \log_{5x+2}[\arcsin(\frac{2x^3+3x^2+x}{x})] + \frac{\sin(2\pi x-1)}{7x+1};$$