

Zestaw 5: Granice funkcji

Zad I) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^2 + x - 2)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - x + 5}{-x^3 + 6x^2 - x + 7}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 3x^2 - 5}{x + 1}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x + 1}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - 3\sqrt{-x}}{x - \sqrt{-x}}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x\sqrt{x}} - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{1 - \sqrt{x + 1}}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{x(\sqrt{x^2 + 1} - x)}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x} - 1}{x}$
- 12) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x(x + 1)^2} - \sqrt[3]{x(x - 1)^2})$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x + x^2} - 1}{x}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 1}{3^x + 2}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$
- 16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt[3]{1 - x^3}}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{(x + a)(x + b)} + x)$
- 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x})$
- 19) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{2x + 1}}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 2\sqrt[3]{x^3 - x}}{x - \sqrt{x^2 - x}}$

Zad II) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arcsin \frac{1 - x}{1 + x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{1 - x}}}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{1 - x}}}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} 2^{\operatorname{tg} x}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2 \left| \frac{x + 1}{x^2 + 2} \right|$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 1} 3^{-\frac{1}{(x - 1)^2}}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0^-} x 2^{\frac{1}{x}}$

Zad III) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}}{\sin x - \cos x}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$

Zad IV) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2 + 2x}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \operatorname{tg} 5x}{\arcsin \operatorname{tg} 3x}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{x}}{\operatorname{tg} \frac{2}{x}}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3 \sin x^7}{\sin x^4 \sin x^6}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

Zad V) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{2x-5}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + \operatorname{tg}(2x)]^{\operatorname{ctg} x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+2}\right)^{2x-1}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+a) - \ln x)$
- 9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sin^3 \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5+\sin x}{5}\right)^{\frac{1}{3x}}$

Zad VI) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sqrt[3]{x})}{x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + 2^x)}{3^x}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - 1}{4\sqrt{x} - 1}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin 3x}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\arcsin x} - 1}{\ln(3x + 1)}$

Zad VII) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{1}{x^3}}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|}$

Zad VIII) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \arctg \frac{1}{x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{-x} + \sin x}{2^{-x} + \cos x}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \sin x}{x^2}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x + \sin^2 x}$

Zad IX) Oblicz granicę funkcji:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0^-} (3 - \cos \frac{1}{x}) \operatorname{ctg} x$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x - \sin x}$