

Zestaw 9: Reguła de l'Hospitala

Zad I) Oblicz granicę funkcji (symbole $[\frac{0}{0}]$, $[\frac{\infty}{\infty}]$, $[0 \cdot \infty]$):

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin \frac{1}{x}}{\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \ln(1-x)$
- d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1)^2 \ln(x+1)$
- e) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \cos \frac{x}{2} \ln(\operatorname{ctg} x)$
- f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln(1 + \frac{1}{x})}$
- g) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$
- h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^{x^2}}$
- i) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(1-x)}{\ln(\sin(1-x))}$
- j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sin(x-1) - 1}{e^{x-1} - e^{-x+1} - 2x+2}$
- k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{\ln(1 + e^x)}$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\frac{x^2}{2} + x - e^{\operatorname{tg} x} + 1}$
- ł) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin \frac{1}{x}}{\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\pi}$
- m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2 + e^{3x})}{\ln(3 + e^{2x})}$
- n) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x^3 - 3}{x - e}$

Zad II) Oblicz granicę funkcji (symbol $[\infty - \infty]$):

- a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((x-1)e^{\frac{1}{x-1}} - x)$
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{e^{x-1} - 1}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{e^{x-1} - 1}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x})$

Zad III) Oblicz granicę funkcji (symbole $[0^0]$, $[1^\infty]$, $[\infty^0]$):

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x\right)^{x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{e^{-x}}$

+ zadania (oraz przykłady) 25.23-25.26 ze Stankiewicza IB