

## ZESTAW 11: Całki wielokrotne I

**Zad 1)** Obliczyć  $\int\int_D x + y dx dy$ , gdzie  $D$  jest obszarem ograniczonym krzywymi  $x = y^2$  i  $x = \frac{y^2}{2} + 1$ .

**Zad 2)** Narysować obszar całkowania i zmienić porządek całkowania:

a)  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy$ ;

b)  $\int_0^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$ ;

c)  $\int_0^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y) dy$ , gdzie  $a > 0$ .

**Zad 3)** Obliczyć:

a)  $\int\int_D 2xy dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 1 - \frac{1}{2}x, y \leq 2 - x\}$ ;

b)  $\int\int_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , gdzie  $D = \{(x, y) : y \geq x, y \geq 2, y \leq 3, y \geq \frac{1}{x}, x > 0\}$ .

**Zad 4)** Obliczyć  $\int\int\int_V \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$ , gdzie  $V$  jest bryłą ograniczoną płaszczyznami  $x = 0, y = 0, z = 0$  i  $x + y + z = 1$ .

**Zad 5)** Obliczyć  $\int\int\int_V x dx dy dz$ , gdzie  $V$  jest bryłą ograniczoną powierzchniami  $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x + z = 6$  i  $z = 0$ .

**Zad 6)** Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami  $z = 2x^2 + y^2 + 1, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .