

Zestaw 3: Równania różniczkowe rzędu I

Zad 1) Znajdź całki ogólne dla następujących równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych:

a) $x(1 + y^2)dx + y(1 + x^2)dy = 0$,

b) $2x\sqrt{1 - y^2}dx + ydy = 0$,

c) $y - xy' = a(1 + x^2y')$,

d) $x(y^2 - 1)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$.

Zad 2) Rozwiąż następujące problemy Cauchy'ego:

a) $y = \frac{x+x^3}{1-x^2}y'$, $y(2) = 2$;

b) $(1 + e^x)yy' = e^x$, $y(0) = 1$;

c) $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$, $y(0) = 1$.

Zad 3) Znajdź całki ogólne dla następujących równań liniowych (postaci $y' + p(x)y = q(x)$):

a) $y' + x - \frac{y}{x} = 0$,

b) $y' + \frac{2y}{x} = x^3$,

c) $y' = xy + xe^{x^2}$,

d) $y' - ytgx = \frac{1}{\cos x}$,

e) $xdy + (x^2 - y)dx = 0$.

Zad 4) Rozwiąż następujące problemy Cauchy'ego:

a) $y' - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0$, $y(0) = 0$;

b) $xy' + y - e^x = 0$, $y(a) = b$.

Zad 5) Rozwiąż problem Cauchy'ego:

$$\frac{dy}{dx} + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 1.$$

Zad 6) Znajdź całkę równania różniczkowego

$$2y' \cos x = y \sin x - y^3$$

spełniającą warunek początkowy

$$y(0) = 1.$$