

Zestaw 4: Równania różniczkowe wyższych rzędów

Zad 1) Znajdź całkę ogólną równania $y^{(6)} + 2y^{(4)} + y^{(2)} = 0$.

Zad 2) Znajdź całkę ogólną równania $y''' - 5y'' + 4y' = t$ wykorzystując metodę przewidywań.

Zad 3) Znajdź całkę ogólną równania $y''' - 5y'' + 4y' = t$ wykorzystując metodę uzmienniania stałych.

Zad 4) Znajdź całkę ogólną równania $y^{IV} + y'' = \sin t$.

Zad 5) Dane jest równanie różniczkowe $y^{IV} - 6y''' + 10y'' = f(x)$. Rozwiąż równanie dla $f(x) = 60x - 136$.

Podaj postać przewidywanej całki szczególnej tego równania, gdy

- a) $f(x) = \sin 2x$;
- b) $f(x) = (x^2 - 5)e^{-2x}$.

Zad 6) Rozwiąż równanie różniczkowe rzędu 2 o współczynnikach liniowych: $y'' + 4y = 4x \sin 2x$, przy zadanych warunkach początkowych (problem Cauchy'ego): $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Zad 7) Dane jest równanie różniczkowe $y'' - 2y' + 5y = q(x)$. Rozwiąż równanie dla $q(x) = e^{2x}$.

Podaj postać przewidywanej całki szczególnej tego równania, gdy

- a) $q(x) = x^3$;
- b) $q(x) = xe^{2x} \sin 2x$.

Zad 8) Wyznacz całkę ogólną równania $y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x}$.

Zad 9) Dla jakich a , równanie $y'' = ay$ ma rozwiązanie niezerowe spełniające warunki brzegowe $y(0) = y(1) = 0$?

Zad 10) Ile jest rozwiązań równania $y'' + \pi^2 y = 0$ spełniających warunki brzegowe $y(0) = y(1) = 0$? Narysuj wykres jednej całki tego równania spełniającej te warunki.

Zad 11) Wyznacz całkę ogólną równania:

- a) $y'' - 3y' + 2y = 4x^2$;
- b) $x''' + x = 3e^{-t}$;
- c) $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = 3e^{-2t}$;
- d) $y'' + 4y = \sin 2t$.