

Zestaw 5: Granice podwójne

Zad 1) Stosując odpowiednią definicję oblicz poniższe granice lub uzasadnij, że nie istnieją:

Na zajęciach:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^4 + y^4}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 - xy + y^2}$

d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}{x^2 - xy + y^2}$

e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$

f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{xy}$

Do domu:

g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y}{2x^2 + y^4}$

h) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2}$

j) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4}{x^2 + y^2}$

k) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

l) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^3}$

ł) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$

Zad 2) Zbadaj ciągłość funkcji:

$$q(x, y) = \begin{cases} \cos \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} \sin \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

$$h(x, y) = \begin{cases} \sin \frac{x^3 y}{x^4 + 2y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$