

# Kolokwium 1

Algebra liniowa

24 listopada 2017

**Zadanie 1** (5p+5p). Rozwiąż równania. Wyniki podaj w postaci algebraicznej.

(a)  $z^2 - 2iz - i\sqrt{3} = 0$

(b)  $z^3\bar{z} = -2|z|^3$

**Zadanie 2** (5p+5p). Dana jest relacja  $(\mathbb{R}, grR, \mathbb{R})$  taka, że  $xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$ .

(a) Czy jest to relacja porządku, czy równoważności? Udowodnij.

(b) Jeżeli jest to relacja porządku, wskaż elementy minimalne i maksymalne, lub udowodnij że nie istnieją. Jeżeli jest to relacja równoważności, wyznacz jej zbiór ilorazowy.

**Zadanie 3** (15p). Niech działania  $\oplus, \odot$  w zbiorze  $\mathbb{R}$  będą określone wzorami:

$$a \oplus b = a + b + 1 \quad a \odot b = a + b + ab.$$

Wiedząc, że  $(\mathbb{R}, \oplus)$  jest grupą, sprawdź, że  $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$  jest ciałem.

**Zadanie 4** (6p+9p). W przestrzeni  $\mathbb{R}[x]_2$  wielomianów stopnia co najwyżej 2 z bazą  $(1, x, x^2)$  dany jest zbiór:

$$A = \{p \in \mathbb{R}[x]_2 : p(0) = p'(1)\}$$

(a) Wykaż, że  $A$  jest podprzestrzenią przestrzeni  $\mathbb{R}[x]_2$ .

(b) Wyznacz bazę podprzestrzeni  $A$  i podaj wymiar  $A$ .