

# Zestaw 1

Jakub Kwaśny

**Zadanie 1.** Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 3 lub 5?

**Zadanie 2.** Ile jest możliwych tablic rejestracyjnych złożonych z dwóch liter alfabetu łacińskiego (26 znaków), a następnie pięciu znaków - liter lub cyfr?

**Zadanie 3.** Ile jest różnych permutacji:

- (a) liter słowa MATEMATYKA?
- (b) liter słowa KRAWĘDŹ, które zawierają słowo KRA?
- (c) liter N,U,F,S,I,H,T,A,M, które nie zawierają żadnego ze słów MATH, IS, FUN?

**Zadanie 4.** Wykorzystując dowody kombinatoryczne, udowodnij następujące równości:

(a) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$	(e) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$
(b) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$	(f) $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}^2 = n^2 \binom{2n-2}{n-1}$
(c) $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$	(g) $\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = 3^n$
(d) $\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \binom{m}{k-j} = \binom{n+m}{k}$	(h) $\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{m+n+1}{n+1}$

**Zadanie 5.** Ile jest rozwiązań równania:

- (a)  $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 14$ , gdzie  $x_1, \dots, x_7 \in \mathbb{N}_0$ ,
- (b)  $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 14$ , gdzie  $x_1, \dots, x_7 \in \mathbb{N}$ ,
- (c)  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ , gdzie  $x_1, x_3 \geq 3$ ,  $x_2 \geq 1$ ,  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}$ ,
- (d)  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ , gdzie  $x_1, x_3 \geq 3$ ,  $1 \leq x_2 \leq 5$ ,  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}$ ,
- (e)  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ , gdzie  $x_1, x_2, x_3 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .