

Zestaw 1

Jakub Kwaśny

Zadanie 1. Udowodnij wzór na liczbę wszystkich k -elementowych wariacji zbioru n -elementowego.

Zadanie 2. Udowodnij wzór na liczbę wszystkich k -elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n -elementowego.

Zadanie 3. Udowodnij wzór na liczbę wszystkich k -elementowych kombinacji zbioru X .

Zadanie 4. Ile jest k -wyrazowych ciągów rosnących o wyrazach należących do $[n]$?

Zadanie 5. Udowodnij, że liczba wszystkich k -elementowych kombinacji z powtórzeniami zbioru n -elementowego X wynosi $\binom{n+k-1}{k}$.

Zadanie 6. Ile jest:

- (a) możliwych tablic rejestracyjnych złożonych z dwóch liter alfabetu łacińskiego (26 znaków), a następnie pięciu znaków - liter lub cyfr?
- (b) możliwych wyników rzutu pięcioma identycznymi kostkami sześciennymi?
- (c) wszystkich relacji dwuargumentowych w zbiorze n -elementowym?
- (d) liczb naturalnych mniejszych niż 2^n , które w zapisie binarnym mają dokładnie k jedynek?
- (e) liczb naturalnych mniejszych lub równych 2^n , które w zapisie binarnym mają dokładnie k jedynek?
- (f) liczb naturalnych mniejszych od 100 000, dla których suma cyfr (w zapisie dziesiętnym) jest równa 8?
- (g) rozwiązań równania $x_1 + \dots + x_5 = 8$ w liczbach całkowitych nieujemnych?

Zadanie 7. Ile jest rozwiązań równania:

- (a) $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 14$, gdzie $x_1, \dots, x_7 \in \mathbb{N}_0$,
- (b) $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 14$, gdzie $x_1, \dots, x_7 \in \mathbb{N}$,
- (c) $x_1 + x_2 + x_3 = 17$, gdzie $x_1, x_3 \geq 3$, $x_2 \geq 1$, $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}$,
- (d) $x_1 + x_2 + x_3 = 17$, gdzie $x_1, x_3 \geq 3$, $1 \leq x_2 \leq 5$, $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}$,
- (e) $x_1 + x_2 + x_3 = 21$, gdzie $x_1, x_2, x_3 \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Zadanie 8. Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 3 lub 5?

Zadanie 9. Ile jest różnych permutacji:

- (a) liter słowa MATEMATYKA?
- (b) liter słowa KRAWĘDŹ, które zawierają słowo KRA?
- (c) liter N,U,F,S,I,H,T,A,M, które nie zawierają żadnego ze słów MATH, IS, FUN?

Zadanie 10. Niech X, Y będą zbiorami skończonymi o liczebnościach $|X| = n$, $|Y| = m$. Ile jest:

- (a) funkcji z X do Y ?
- (b) iniekcji z X do Y ?

(c) bijekcji z X do Y ?

(d) relacji na $X \times Y$?

Zadanie 11. Niech $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Ile jest:

(a) wszystkich grafów (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V ?

(b) wszystkich grafów (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V i dokładnie m krawędziach?

(c) wszystkich drzew (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V ?

(d) wszystkich digrafów (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V ?

(e) wszystkich orientacji grafów (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V ?

(f) wszystkich orientacji grafów (etykietowanych) o zbiorze wierzchołków V i dokładnie m krawędziach?