

TEORIA

Definicje: kwadrat łańciski; prostokąt łańciski; system różnych reprezentantów;

Twierdzenia: tw. o rozszerzeniu ŁP do ŁK - wersja z dopisywaniem wierszy i warunek konieczny dla ogólnego ŁP

ZADANIA

1. Uzupełnij poniższy prostokąt łańciski do kwadratu 6×6 :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Znajdź odwracalne elementy w \mathbb{Z}_{12} .
3. Udowodnij, że $(n - 1)$ ma element odwrotny w \mathbb{Z}_n , $n \in \mathbb{N}$.
4. Stosując algorytm Euklidesa znajdź $NWD(53, 38)$ i wyznacz element odwrotny do 38 w \mathbb{Z}_{53} . Następnie rozwiąż równanie $38x = 41 \pmod{53}$.
5. Wykorzystując wielomian $x^2 + x + 1$ skonstruuj ciało o czterech elementach.
6. Wykorzystując wielomian $x^3 + x + 1$ skonstruuj ciało o ośmiu elementach.
7. Nieskończonym kwadratem łańciskim nazwiemy macierz M_{ij} , $i, j \in \mathbb{N}_0$ taką, że w każdym wierszu i w każdej kolumnie występują wszystkie liczby naturalne dokładnie raz. Udowodnij, że wynikiem poniższego algorytmu jest nieskończony kwadrat łańciski.

Algorytm: (1) uzupełnij prawy górny róg $(m_{0,0})$ liczbą 0; (2) niech U_n oznacza uzupełniony prawy górny róg rozmiaru $2^n \times 2^n$ – skopiuj go do bloków sąsiednich (mających wspólny bok, lub wierzchołek) i do przyległych bokiem dodaj 2^n .