

TEORIA

Definicje: podgraf grafu; podgraf indukowany grafu; odległość w grafie; średnica; promień; drzewo

A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Udowodnij, że dowolny graf o sześciu wierzchołkach zawiera K_3 lub \overline{K}_3 jako podgraf indukowany.

A2 Mostem w grafie spójnym nazywamy taką krawędź, że jej usunięcie powoduje, że graf przestaje być spójny. Wykaż, że jeśli w grafie spójnym wszystkie wierzchołki są stopnia parzystego, to nie ma w nim mostu.

A3 Udowodnij, że jeśli $\delta(G) \geq \frac{|G|-1}{2}$, to G jest spójny.

A4 Podaj ile wynosi promień, a ile średnica następujących grafów: K_n ; $K_{p,q}$; C_n ; P_n .

A5 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego G prawdziwe są nierówności

$$\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2\text{rad}(G).$$

A6 Udowodnij, że każde drzewo rzędu n ma rozmiar $n - 1$.

B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego G prawdziwa jest nierówność

$$\text{rad}(G) \leq \frac{|G|}{2}.$$

B2 Znajdź wszystkie drzewa T , które spełniają warunek:

- a) T jest grafem regularnym,
- b) \overline{T} jest drzewem,
- c) T jest grafem pełnym dwudzielnym.

C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

- C1 Czy prawdą jest, że jeśli $\delta(G) \geq \frac{|G|-2}{2}$, to G jest spójny?
- C2 Udowodnij, że każde drzewo jest grafem dwudzielnym.
- C3 Narysuj wszystkie nieizomorficzne drzewa rzędu 5.
- C4 Dla każdego nieizomorficznego drzewa rzędu 5 wyznacz jego promień i średnicę.
- C5 Znajdź rozmiar lasu rzędu n , który ma k składowych.