

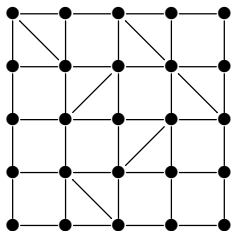
## TEORIA

**Definicje:** podgraf grafu; podgraf indukowany grafu; odległość w grafie; średnica; promień; drzewo

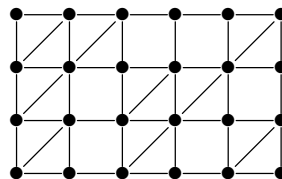
## A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Zbadaj sztywność kratownic. Jeśli kratownica jest sztywna, podaj ile maksymalnie krzyżulców można usunąć, aby kratownica pozostała sztywna.

a)



b)



A2 Udowodnij, że dowolny graf o sześciu wierzchołkach zawiera  $K_3$  lub  $\overline{K}_3$  jako podgraf indukowany.

A3 Mostem w grafie spójnym nazywamy taką krawędź, że jej usunięcie powoduje, że graf przestaje być spójny. Wykaż, że jeśli w grafie spójnym wszystkie wierzchołki są stopnia parzystego, to nie ma w nim mostu.

A4 Udowodnij, że jeśli  $\delta(G) \geq \frac{|G|-1}{2}$ , to  $G$  jest spójny.

A5 Podaj ile wynosi promień, a ile średnica następujących grafów:  $K_n$ ;  $K_{p,q}$ ;  $C_n$ ;  $P_n$ .

A6 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego  $G$  prawdziwe są nierówności

$$\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2\text{rad}(G).$$

A7 Udowodnij, że każde drzewo rzędu  $n$  ma rozmiar  $n - 1$ .

## B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego  $G$  prawdziwa jest nierówność

$$\text{rad}(G) \leq \frac{|G|}{2}.$$

B2 Znajdź wszystkie drzewa  $T$ , które spełniają warunek:

- a)  $T$  jest grafem regularnym,
- b)  $\bar{T}$  jest drzewem,
- c)  $T$  jest grafem pełnym dwudzielnym.

## C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

C1 Czy prawdą jest, że jeśli  $\delta(G) \geq \frac{|G|-2}{2}$ , to  $G$  jest spójny?

C2 Udowodnij, że każde drzewo jest grafem dwudzielnym.

C3 Narysuj wszystkie nieizomorficzne drzewa rzędu 5.

C4 Dla każdego nieizomorficznego drzewa rzędu 5 wyznacz jego promień i średnicę.

C5 Znajdź rozmiar lasu rzędu  $n$ , który ma  $k$  składowych.