

TEORIA

Definicje: macierz bistochastyczna i permutacyjna; kombinacja wypukła;

Twierdzenia: tw. Birkhoffa - von Neumanna + algorytm; tw. Kóniga-Egerváry'ego; algorytm optymalnego przydziału;

A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Zapisz poniższą macierz A jako kombinację wypukłą macierzy permutacyjnych.

$$A = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0 & 0,4 \\ 0,2 & 0,1 & 0,5 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

A2 Znajdź najliczniejszy rozproszony zbiór jedynek oraz najmniej liczny zbiór linii pokrywających wszystkie jedyneki w następującej macierzy:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A3 Poniższa macierz dotyczy czasu wykonywania zadań przez pracowników (na pozycji (i, j) jest czas wykonania zadania i przez pracownika j). Należy rozdzielić prace tak, aby jeden pracownik dostał jedno zadanie. Znajdź przydział zadań minimalizujący sumaryczny czas pracy pracowników.

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 4 & 6 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Rozważmy problem przydziału zadań z macierzą z zadania A3. Załóżmy teraz, że zadania wykonywane będą równoległe, a zatem kosztem jest maksimum spośród czasów wykonywania zadania. Czy przydział prac otrzymany w zadaniu A3 jest optymalny w tym przypadku? Jeżeli tak, udowodnij. Jeżeli nie, podaj lepszy przydział.

C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

C1 Poniższa macierz dotyczy nieprzydatności prowadzącego do prowadzenia zajęć (element (i, j) określa nieprzydatność prowadzącego j do prowadzenia przedmiotu i). Znajdź przydział przedmiotów do prowadzących minimalizujący sumaryczną nieprzydatność.

$$\begin{bmatrix} 50 & 0 & 30 & 0 & 25 & 10 \\ 40 & 10 & 25 & 15 & 25 & 0 \\ 40 & 10 & 35 & 0 & 35 & 15 \\ 15 & 10 & 15 & 20 & 10 & 0 \\ 30 & 0 & 25 & 10 & 20 & 25 \end{bmatrix}$$

Uwaga: algorytm przedstawiony na wykładzie jest poprawny tylko w przypadku, gdy macierz nieprzydatności jest kwadratowa.