

FIZYKA I

Wykład III

Siły oporu – prędkość graniczna w spadku swobodnym



Siły w układach nieinercyjnych (pozorne, bezwładności)

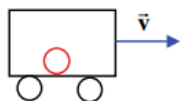
Zjawiska fizyczne:

- odchylenie swobodnie spadających ciał od pionu (niewielkie)
- wahadło Foucault. Jeżeli uruchomimy wahadło na biegunie północnym, to przy każdym wahnięciu kulka odchyli się w prawo dla obserwatora związanego z Ziemią (dochodząc do bieguna – na wschód, po minięciu bieguna – na zachód). Dla niego płaszczyzna wahań będzie obracać się względem podłoża z prędkością kątową Ziemi, tylko, że w przeciwnym kierunku.

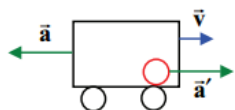


Siły w układach nieinercyjnych (pozorne, bezwładności)

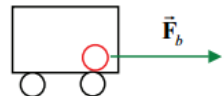
Siła bezwładności w ruchu niejednostajnym prostoliniowym – siła d'Alemberta:



Ruch jednostajny:
 $\vec{v} = \text{const}$ w układzie inercyjnym



Hamowanie:
 \vec{a} w układzie inercyjnym
 \vec{a}' w układzie nieinercyjnym



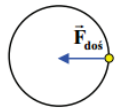
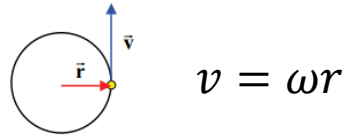
\vec{F}_b Siła bezwładności w układzie nieinercyjnym

$$\vec{F}_b = m\vec{a}'$$

$$\vec{F}_b = -m\vec{a}$$

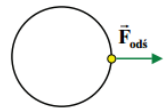
Siły w układach nieinercjalnych (pozorne, bezwładności)

Siła bezwładności w ruchu po okręgu – siła odśrodkowa:



Obserwator w układzie inercyjnym

$$\vec{F}_{dos} = -m\omega^2 \vec{r} = -\frac{mv^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}$$



Obserwator w układzie nieinercyjnym

$$\vec{F}_{ods} = m\omega^2 \vec{r} = \frac{mv^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}$$

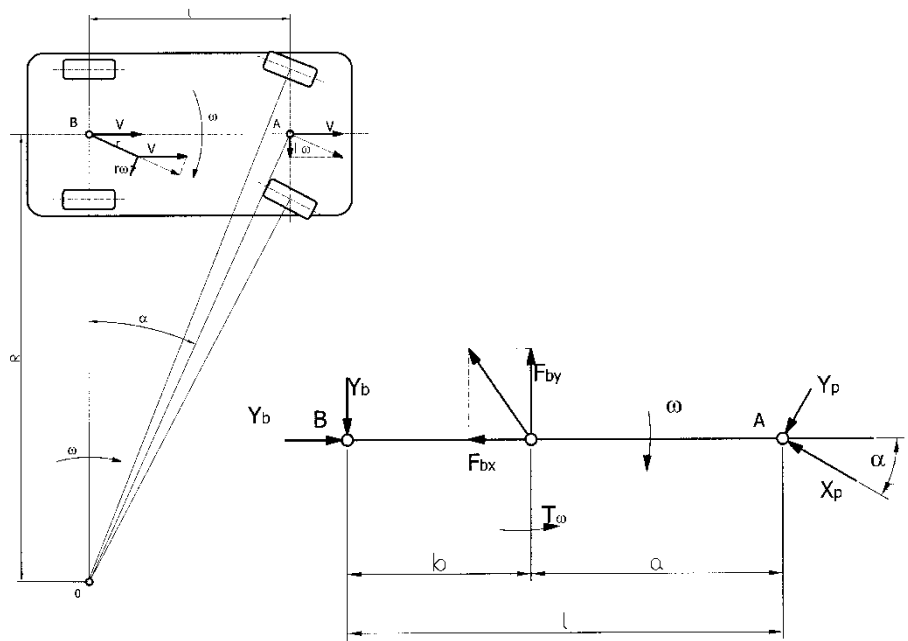
Siły w układach nieinercyjnych (pozorne, bezwładności)

Siła bezwładności w ruchu po okręgu – siła odśrodkowa:



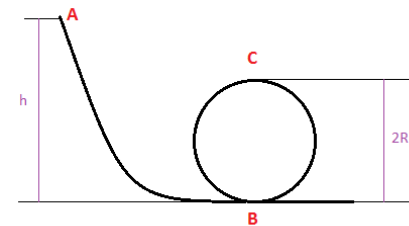
$$Y_t = \frac{G_t}{g} R \omega^2 + \frac{G}{g} \frac{ab - \rho_z^2}{L} \frac{d\omega}{dt}$$

$$Y_p \cos \alpha = \frac{G_p}{g} R \omega^2 + \frac{Q}{g} \left(\frac{\rho_z^2 + b}{l} \right) \frac{d\omega}{dt} + X_p \sin \alpha$$



Siły w układach nieinercyjnych (pozorne, bezwładności)

Siła bezwładności w ruchu po okręgu – siła odśrodkowa:



$$v_b = 85 \frac{km}{h} = 23,7 \frac{m}{s}$$

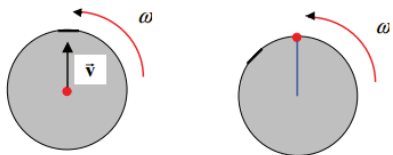
$$v_c = 6,7 \frac{m}{s}$$

$$F_b = 4493 N = 5.6Q$$

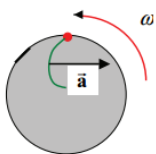
$$F_c = 359 N = 0,45Q$$

Siły w układach nieinercjalnych (pozorne, bezwładności)

Siła bezwładności podczas ruchu ciała w układzie obracającym się – siła Coriolisa:



Obserwator w układzie inercyjnym



Obserwator w układzie nieinercyjnym

$$\vec{a}_c = 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = 2\vec{v} \times \vec{\omega}$$

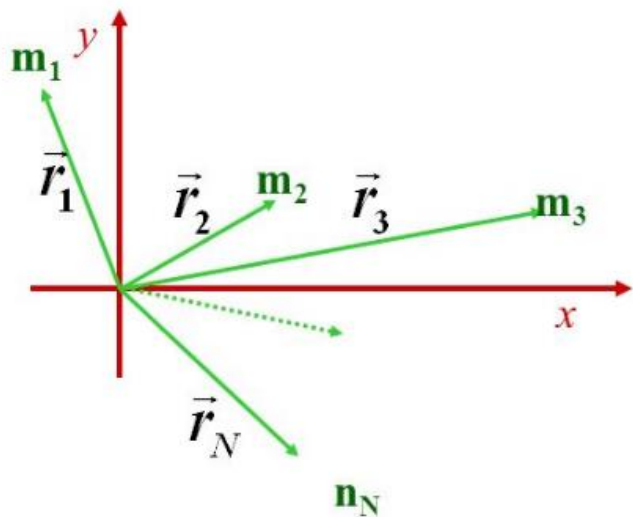
$$\vec{F}_c = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Efekty militarne:

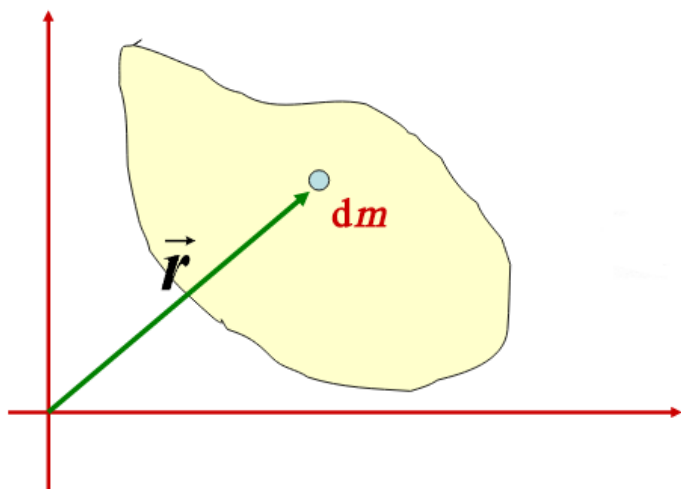
- I wojna światowa: ostrzał artyleryjski Paryża z odległości 110 km – znoszenie pocisków na wschód o 1,6 km
- II wojna światowa: bombardowanie Londynu raketami V2 z odległości ok. 300 km – odchylenie torów rakiet na wschód o 3,7 km
- podmywanie prawych brzegów rzek syberyjskich
- skręcanie pasatów (w prawo na półkuli północnej, w lewo – na południowej)
- cyklony (sytuacja na półkuli północnej)

Ruch obrotowy bryły sztywnej (I)

Środek masy



$$R_{śm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{M}$$

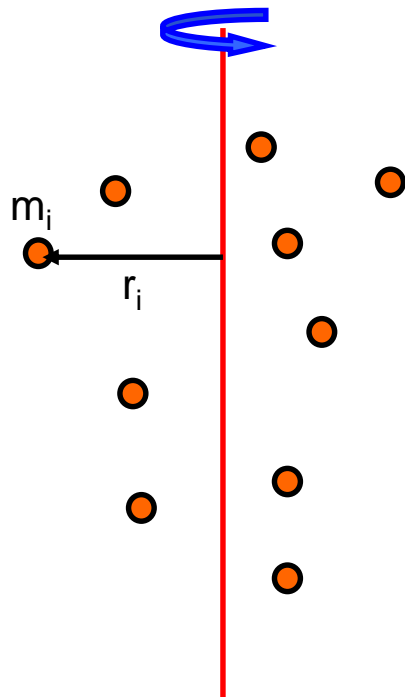


$$R_{śm} = \frac{\int_0^M \vec{r} dm}{\int_0^M dm} = \frac{1}{M} \int_0^M \vec{r} dm = \frac{1}{M} \int_0^V \vec{r} dV$$

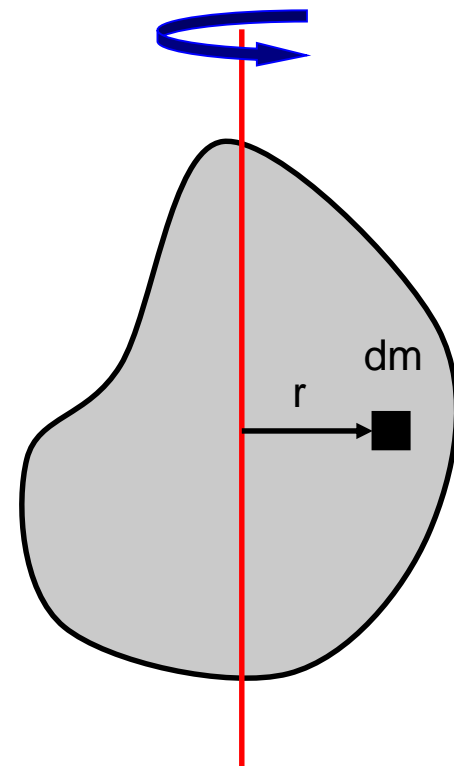
$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

Ruch obrotowy bryły sztywnej (II)

Oś obrotu i moment bezwładności



$$I = \sum_{i=1}^N r_i^2 m_i$$

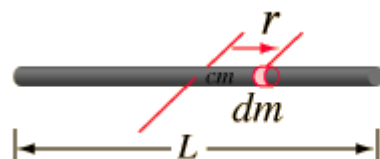


$$I = \int_M r^2 dm$$

Moment bezwładności punktu materialnego lub bryły sztywnej pełni w ruchu obrotowym dokładnie tę samą rolę, jak masa tych ciał w ruchu postępowym. Moment bezwładności, który oznaczamy dużą literą I (od *inertia*), opisuje **sposób rozkładu masy wokół osi obrotu**.

Ruch obrotowy bryły sztywnej (III)

Wyznaczanie momentów bezwładności




$I = \int_0^M r^2 dm$

$dm = \frac{M}{L} dr$

$$I = \int_{-L/2}^{L/2} r^2 \frac{M}{L} dr = \frac{M}{L} \frac{r^3}{3} \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{M}{3L} \left[\frac{L^3}{8} - \frac{-L^3}{8} \right]$$

$$I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$$



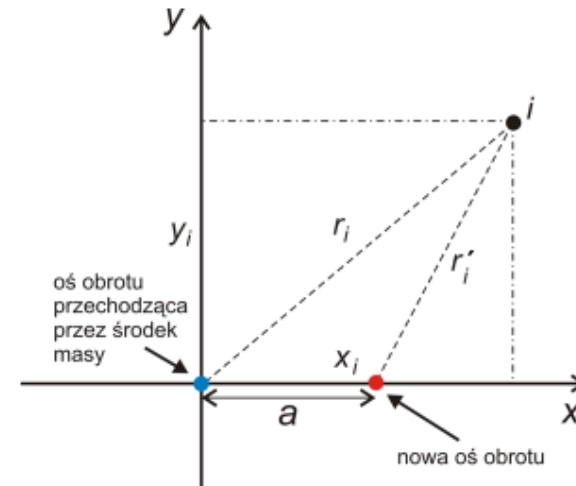
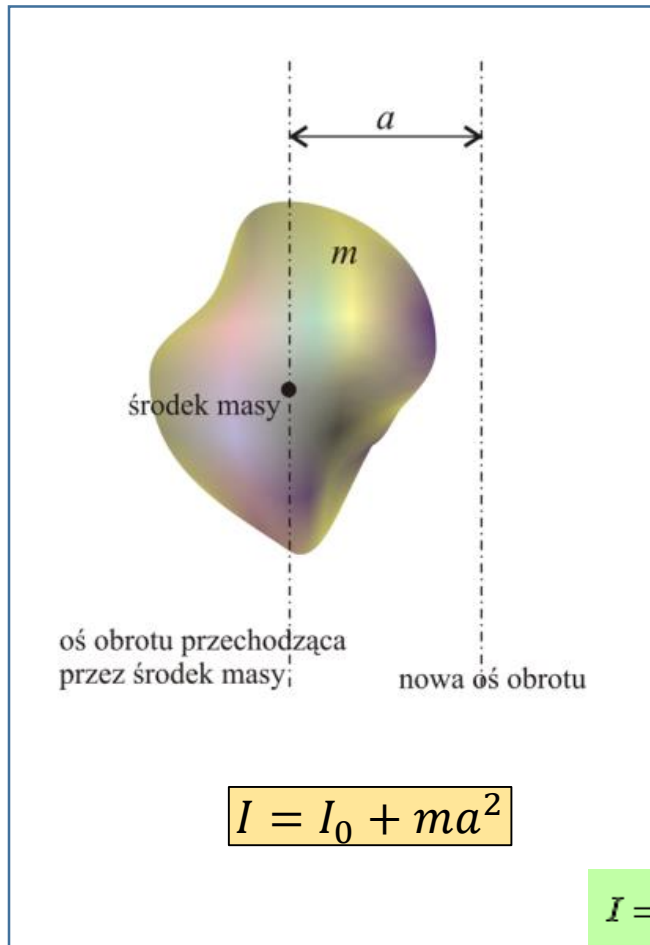
$dm = \frac{M}{L} dr$

$I = \int_0^L r^2 \frac{M}{L} dr = \frac{M}{L} \frac{r^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML^2$

$$I = \int_0^L r^2 \frac{M}{L} dr = \frac{M}{L} \frac{r^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML^2$$

Ruch obrotowy bryły sztywnej (IV)

Twierdzenie Steintera



$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$r_2^2 = x_2^2 + y_2^2$$

$$\vdots$$

$$r_n^2 = x_n^2 + y_n^2$$

$$r_1'^2 = (x_1 - a)^2 + y_1^2$$

$$r_2'^2 = (x_2 - a)^2 + y_2^2$$

$$\vdots$$

$$r_n'^2 = (x_n - a)^2 + y_n^2$$

$$I_0 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$$

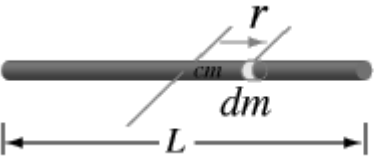
$$I = m_1 r_1'^2 + m_2 r_2'^2 + \dots + m_n r_n'^2$$

$$I = \underbrace{m_1 x_1^2 + m_1 y_1^2 + m_2 x_2^2 + m_2 y_2^2 + \dots + m_n x_n^2 + m_n y_n^2}_{I_0} + (m_1 + m_2 + \dots + m_n) a^2$$

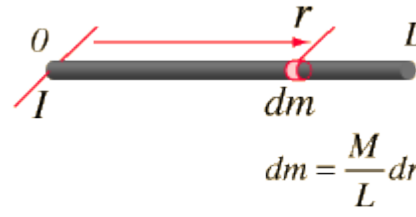
$$I = I_0 + ma^2$$

Ruch obrotowy bryły sztywnej (V)

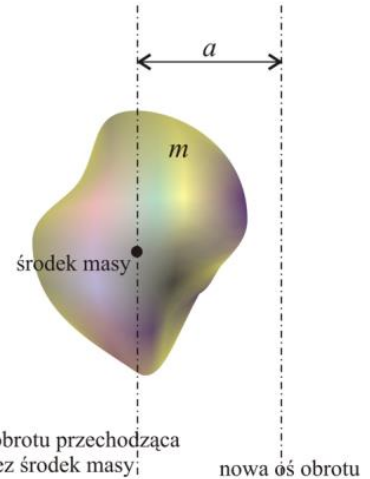
Twierdzenie Steintera



$I = \int r^2 dm$
 $dm = \frac{M}{L} dr$



$dm = \frac{M}{L} dr$

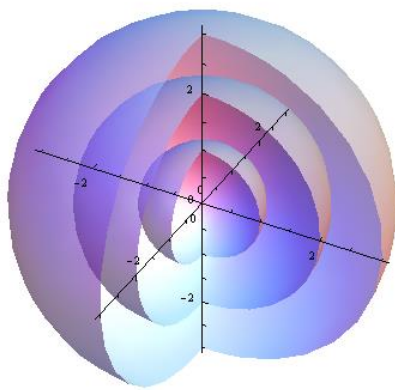
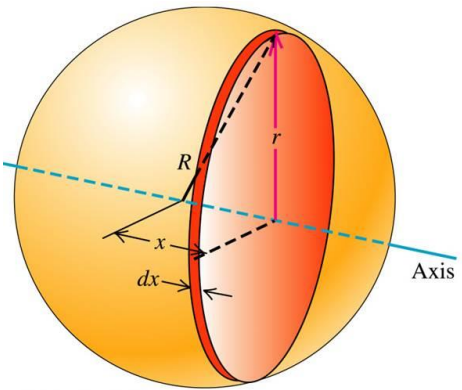
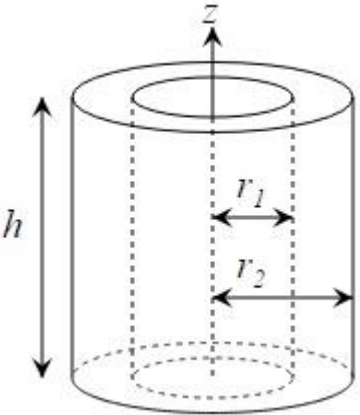


$$I = \int_{-L/2}^{L/2} r^2 \frac{M}{L} dr = \frac{1}{12} ML^2$$

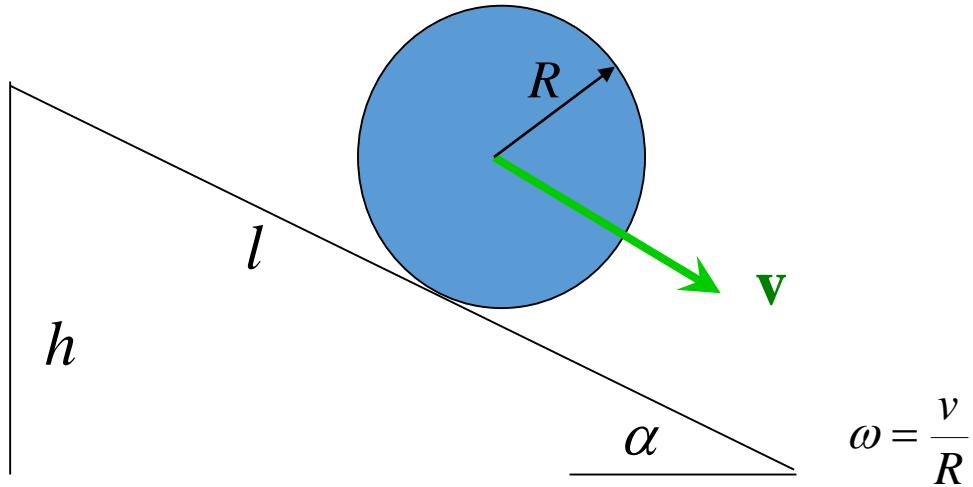
$$I = \int_0^L r^2 \frac{M}{L} dr = \frac{M}{L} \frac{r^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML^2$$

$$I_{end} = \frac{1}{12} ML^2 + M \frac{L^2}{4} = \frac{1}{3} ML^2$$

Ruch obrotowy bryły sztywnej (VI)



Ruch obrotowy bryły sztywnej (V)



$$E_k = \frac{I \omega^2}{2}$$

$$E_{kc} = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2}$$