



FIZYKA I

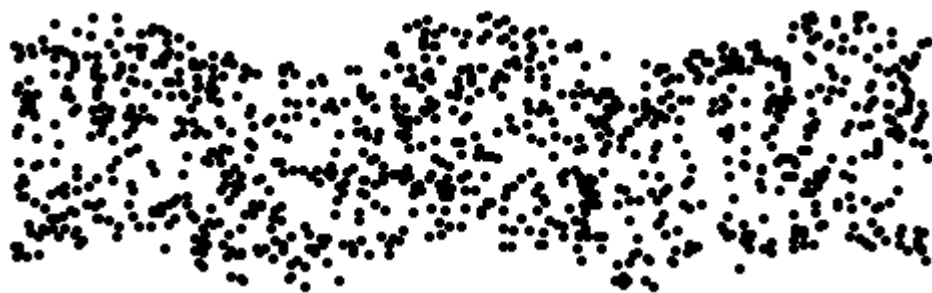
wykład VI

Falą nazywamy rozchodzące się zaburzenie ośrodka przenoszące energię i rozchodzące się ze skończoną prędkością.

Klasyfikacja fal:

Fale poprzeczne i podłużne

Fale poprzeczne to fale, w których drgania zachodzą w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się drgań. Falami poprzecznymi są na przykład fale powstające w strunie gitary, fale elektromagnetyczne.

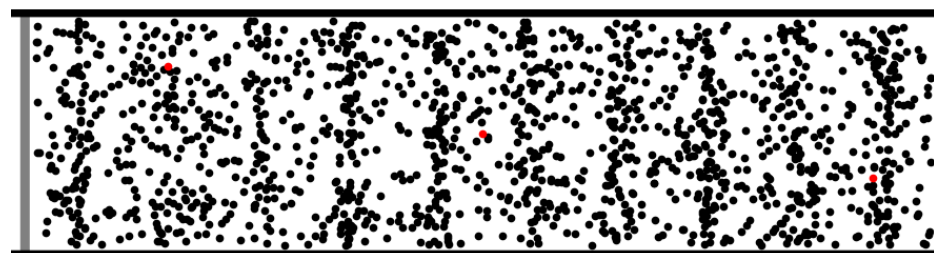


Falą nazywamy rozchodzące się zaburzenie ośrodka przenoszące energię i rozchodzące się ze skończoną prędkością.

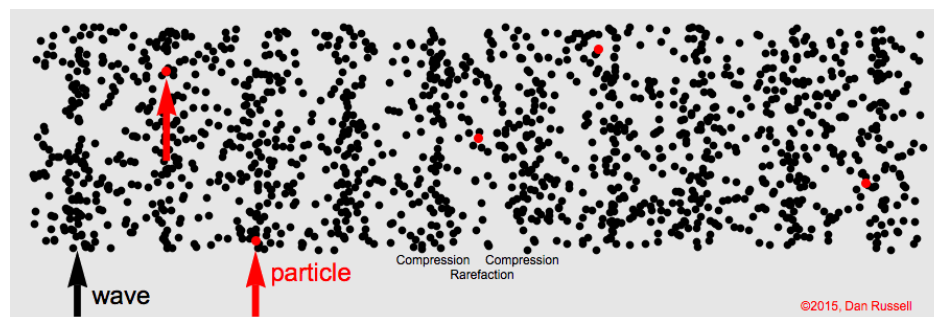
Klasyfikacja fal:

Fale poprzeczne i podłużne

Fale podłużne: drgania zachodzą w tej samej płaszczyźnie, w której rozchodzi się fala. Mechaniczne fale podłużne mogą rozchodzić się we wszystkich ośrodkach, zarówno stałych i ciekłych, jak i gazowych (nie w próżni). Falami podłużnymi są np. fale akustyczne.



©2011, Dan Russell



Klasyfikacja fal:

Fale poprzeczne i podłużne

Fale sprężyste i fale elektromagnetyczne

Fale sprężyste: fale mechaniczne, które rozchodzą się w ośrodku materialnym w wyniku działania sił sprężystości związanych z odkształceniami objętości (ściskaniem i rozciąganiem) i postaci (ściananiem) elementów ośrodka

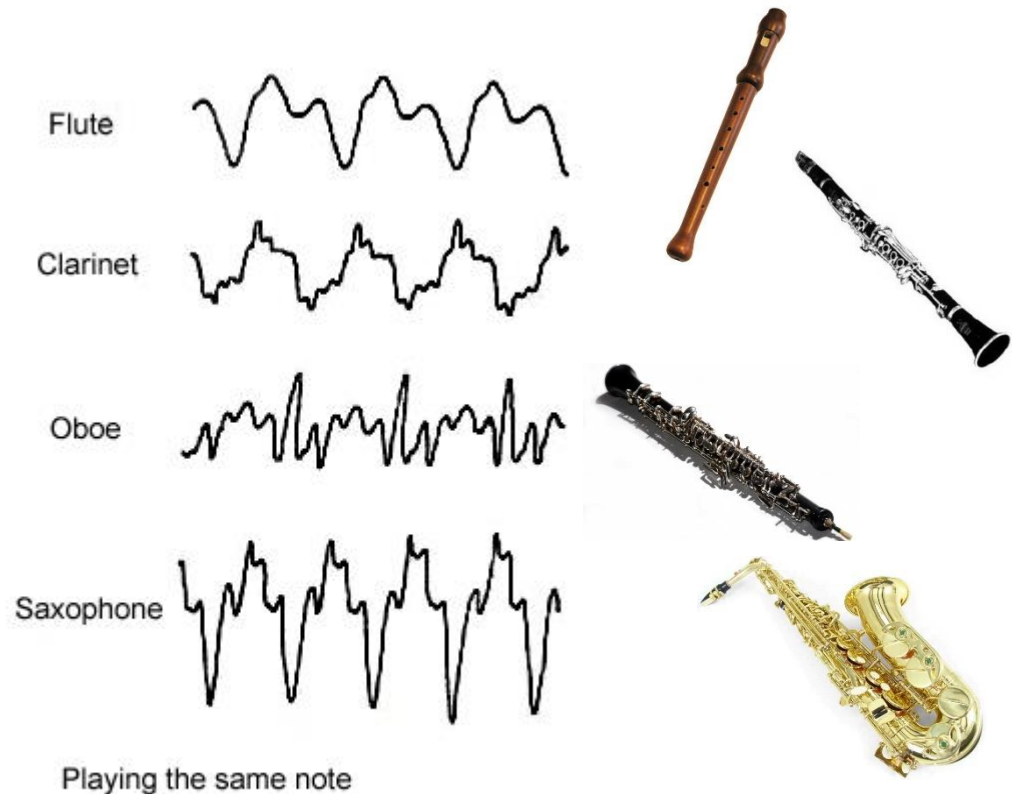
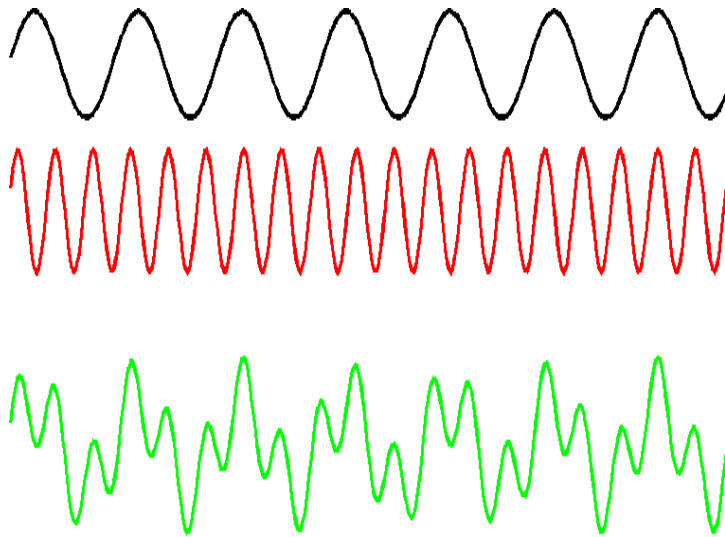
Fale elektromagnetyczne: rozchodzące się w przestrzeni zaburzenie pola elektromagnetycznego. Właściwości fal elektromagnetycznych zależą od długości fali. Promieniowaniem elektromagnetycznym o różnej długości fali są fale radiowe, mikrofae, podczerwień, światło widzialne, ultrafiolet, promieniowanie rentgenowskie i promieniowanie gamma.

Klasyfikacja fal:

Fale poprzeczne i podłużne

Fale sprężyste i fale elektromagnetyczne

Fale harmoniczne i nieharmoniczne



Klasyfikacja fal:

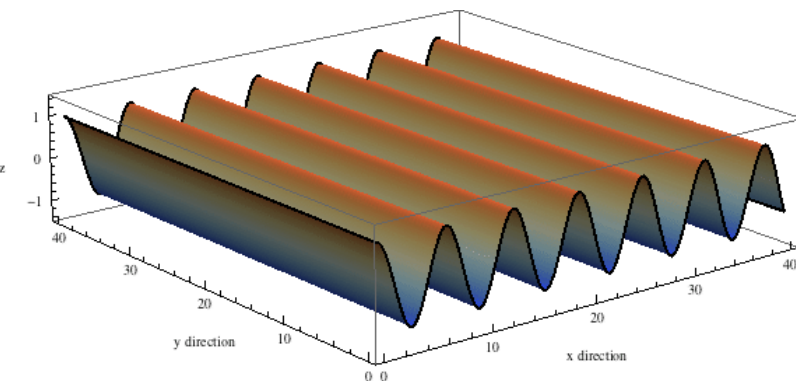
Fale poprzeczne i podłużne

Fale sprężyste i fale elektromagnetyczne

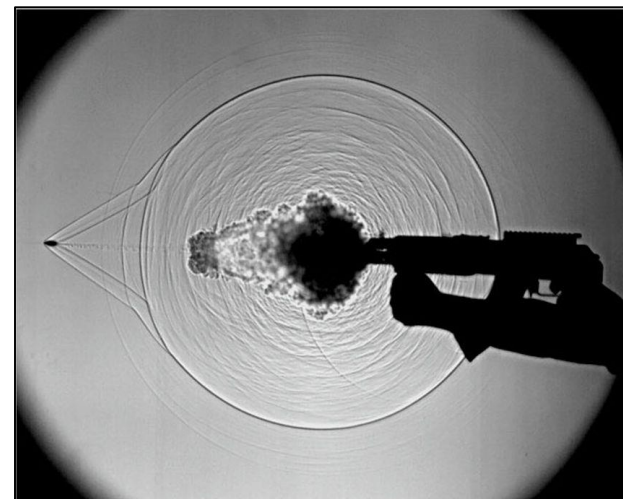
Fale harmoniczne i nieharmoniczne

Fale płaskie i kuliste

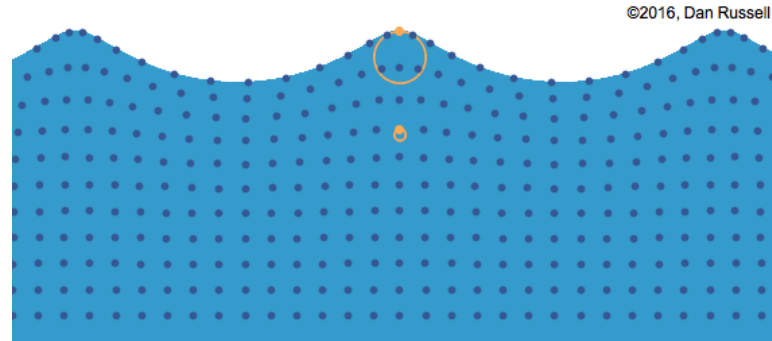
Fala płaska: Płaszczyzny reprezentują powierzchnie falowe (czoła fali) odległe od siebie o długość fali.



Fala kulista: Promienie fali układają się radialnie, a powierzchnie falowe, odległe od siebie o długość fali, tworzą wycinki powłok sferycznych. Daleko od źródła małe fragmenty powierzchni falowych można traktować jako płaskie.



Fale na wodzie



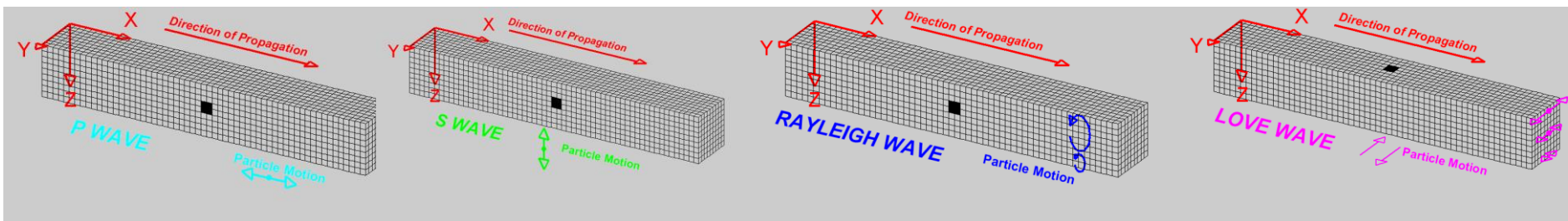
Fale sejsmiczne

Fale wgłębne (objętościowe) - rozchodzą się wewnątrz Ziemi:

- [fale podłużne](#) (P, dylatacyjne) powodują ściskanie i rozciąganie [skał](#), mogą rozchodzić się również w [płynach](#). Prędkość fal P generalnie zwiększa się z głębokością od około 2 to 8 km/s w skorupie Ziemi aż do około 13 km/s na granicy z jądrem
- [fale poprzeczne](#) (S, torsjonalne, skrętu) - drgania są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fal, są około 1,6 razy wolniejsze od fal podłużnych, mogą przemieszczać się tylko w ciałach.

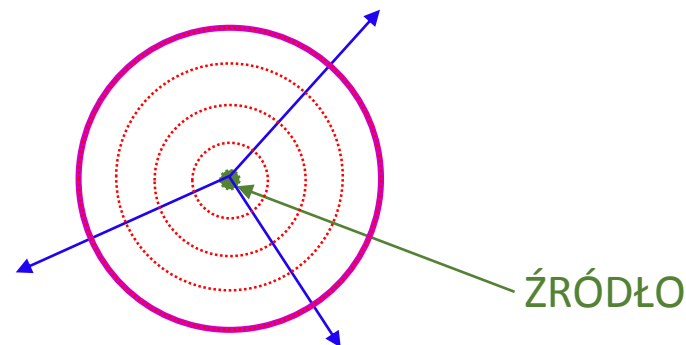
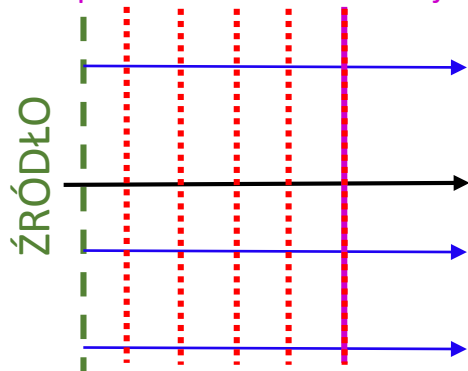
Fale powierzchniowe (L) - rozchodzą się od epicentrum trzęsienia wzdłuż

- [fale Rayleigha](#) - powierzchniowa fala poprzeczna o polaryzacji pionowej, ruch cząstek odbywa się po elipsie ustawionej pionowo prostopadłej do kierunku biegu fali.
- [fale Love'a](#) - powierzchniowa fala poprzeczna o polaryzacji poziomej, ruch cząstek to drgania poziome, prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fal.

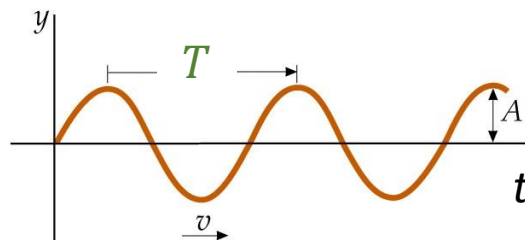
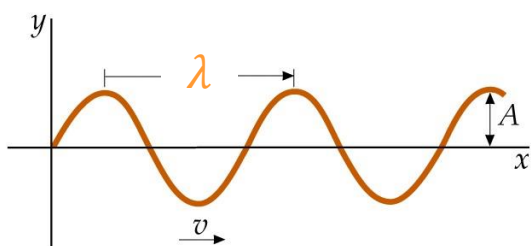


Fale (VII)

- **powierzchnia falowa** – zbiór punktów przestrzeni będących w tej samej fazie drgań
- **promień falowy (promień fali)** – półprosta rozpoczynająca się w źródle i przechodząca przez dany punkt ośrodka (jest zawsze prostopadła do pow. falowych)
- **czoło fali** – powierzchnia falowa najbardziej oddalona od źródła



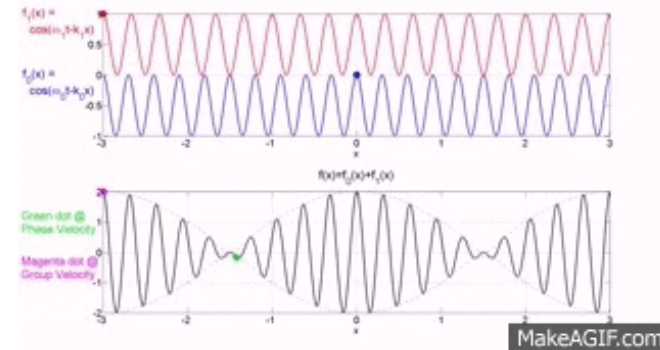
- **długość fali** – odległość pomiędzy punktami o tej samej fazie
- **okres fali** – najmniejszy odstęp czasu po którym w danym punkcie ośrodka fala ponownie będzie miała tę samą fazę drgań, okres czasu w jakim punkt fali wykonuje jedno pełne drganie
- **częstotliwość fali** – $f=1/T$ (ilość drgań w określonym czasie)
- **amplituda** – największe odchylenie z położenia równowagi
- **prędkość (fazowa) fali** – prędkość przemieszczania się dowolnej powierzchni falowej (jest to jednocześnie prędkość przenoszenia energii przez falę), prędkość z jaką przemieszcza się czoło fali, zależy jedynie od własności ośrodka w którym rozchodzi się fala, a nie zależy od jej amplitudy



$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{k} \frac{1}{T} = \frac{2\pi}{T} \frac{1}{k} = \frac{\omega}{k}$$
$$\vec{k}, \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Prędkość grupowa i prędkość fazowa

- **prędkość (fazowa) fali** – prędkość przemieszczania się dowolnej powierzchni falowej (jest to jednocześnie prędkość przenoszenia energii przez falę), prędkość z jaką przemieszcza się czoło fali, zależy jedynie od własności ośrodka w którym rozchodzi się fala, a nie zależy od jej amplitudy



1. Załóżmy, że w punkcie $x=0$ struna wykonuje drgania: $f(0, t) = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$
2. W strunie utworzone zostaną dwie fale biegnące: $f(x, t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A \cos(\omega_2 t - k_2 x)$
3. Czyli: $f(x, t) = 2A \cos(\omega_{mod} t - k_{mod} x) \cos(\omega_{sr} t - k_{sr} x)$

$$\omega_{mod} = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2), \quad \omega_{sr} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \quad k_{mod} = \frac{1}{2}(k_1 - k_2), \quad k_{sr} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

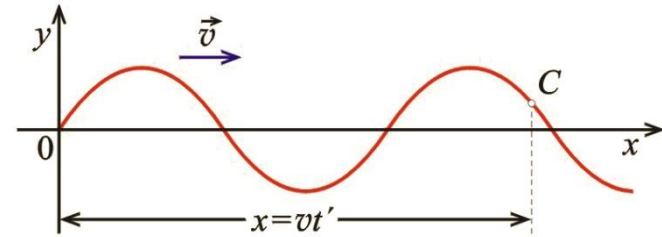
$$f(x, t) = A_{mod} \cos(\omega_{sr} t - k_{sr} x), \quad A_{mod} = 2A \cos(\omega_{mod} t - k_{mod} x)$$

$$\omega_{mod} t - k_{mod} x = const \Rightarrow \omega_{mod} dt - k_{mod} dx = 0$$

4. Grzbiet modulowanej fali porusza się z prędkością $v_{mod} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_{mod}}{k_{mod}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}$
5. Dla $k_1 \rightarrow k_2$: $v_{mod} = \frac{d\omega}{dk} \equiv v_g$ (prędkość grupowa)

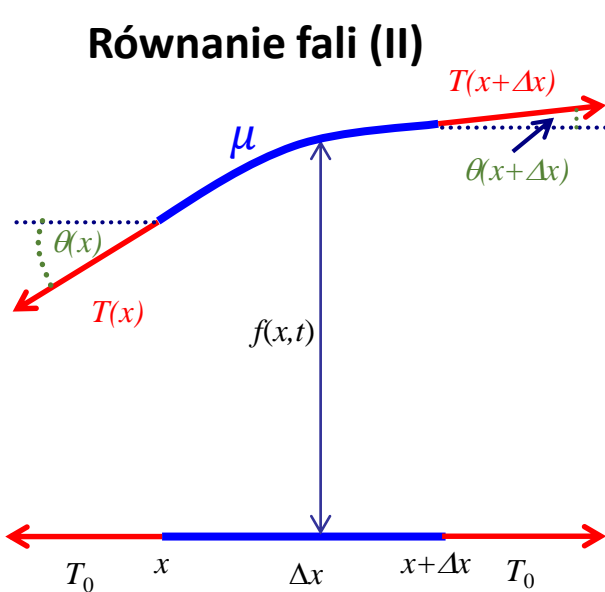
Równanie fali (I)

- Fala rozchodzi się wzdłuż osi x .
- Wychylenia cząstek odbywają się w kierunku równoległym do osi y .
- Każda cząstka, do której dotarła fala, wykonuje takie same drgania harmoniczne, opóźnione o czas potrzebny na dotarcie fali $t' = \frac{x}{v}$.
- Wychylenie cząstki drgającej w początku układu współrzędnych ($x=0$) jest dane równaniem $y = A \sin \omega t$.
- Dla cząstki C odległej o x od cząstki O drgania będą się odbywać według takiego samego równania, ale będą opóźnione o czas t' dotarcia fali do tego miejsca czyli: $y = A \sin(\omega(t - t')) = A \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right)$.
- Pamiętajmy, że: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ oraz $v = \frac{\lambda}{T}$, więc $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Ostatecznie: $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.



Fale (X)

Równanie fali (II)



$$T_x = T \cos \theta \approx T \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right)$$

$$T_x(x) \approx T_x(x + \Delta x) \approx T$$

$$T_y = T \sin \theta$$

$$T_y = T_y(x + \Delta x) - T_y(x) = T \cdot \sin(\theta(x + \Delta x)) - T \cdot \sin(\theta(x))$$

$$T_y \approx T \theta(x + \Delta x) - T \theta(x) = T \cdot (\theta(x + \Delta x) - \theta(x))$$

$$T_y = T \frac{\partial}{\partial x} \theta dx = T \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{tg} \theta dx$$

$$y = f(x, t) \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{\partial}{\partial x} f(x, t)$$

$$T_y = T \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) dx$$

Z II ZSD:

$$T_y = ma = \mu \cdot dx \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x, t)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) - \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x, t) = 0.$$

Analiza fourierowska

Dla funkcji okresowych ($F(x+\lambda)=F(x)$), całkownych w danym przedziale, dla których suma częściowa szeregu jest zbieżna w tym przedziale:

$$F(x) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin nkx + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos nkx$$

$$B_0 = \frac{1}{\lambda} \int_{x_1}^{x_1+\lambda} F(x) dx, \quad \forall x_1 \in D_x$$

$$A_n = \frac{2}{\lambda} \int_{x_1}^{x_1+\lambda} F(x) \sin nkx dx,$$

$$B_n = \frac{2}{\lambda} \int_{x_1}^{x_1+\lambda} F(x) \cos nkx dx,$$

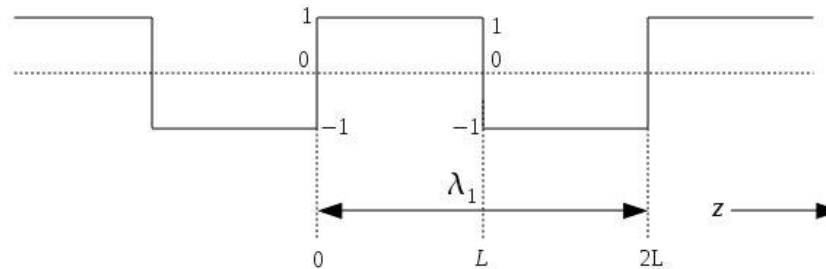
Dla fali prostokątnej:

$$B_0 = 0, \quad B_n = 0 \quad \forall n$$

$$A_n = 0 \quad \forall n = 2k, k \in N$$

$$A_n = \frac{4}{n\pi} \quad \forall n = (2k+1), k \in N$$

$$F(x) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin nkx + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos nkx = \frac{4}{\pi} \sin kx + \frac{4}{3\pi} \sin 3kx + \frac{4}{5\pi} \sin 5kx + \dots = 1.273 \sin \frac{\pi}{L} x + 0.424 \sin 3 \frac{\pi}{L} x + 0.255 \sin 5 \frac{\pi}{L} x + \dots$$



Analiza fourierowska

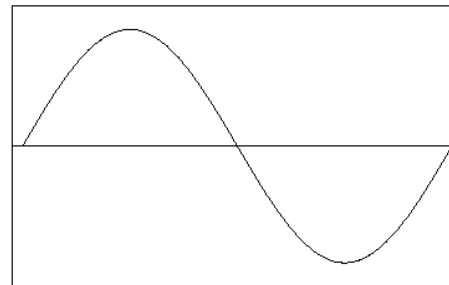
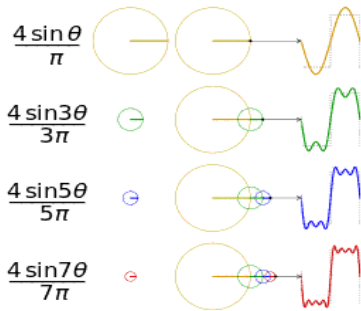
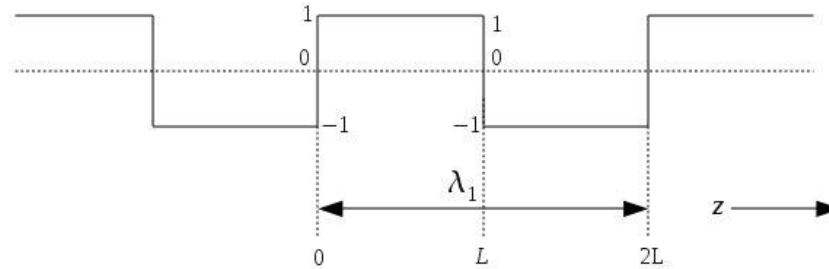
Dla fali prostokątnej:

$$B_0 = 0, \quad B_n = 0 \quad \forall n$$

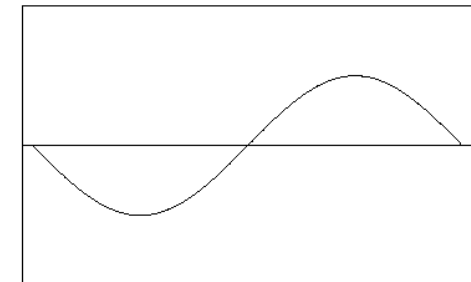
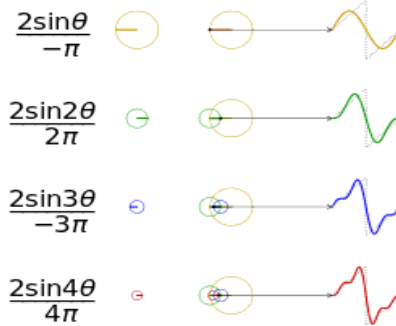
$$A_n = 0 \quad \forall n = 2k, k \in N$$

$$A_n = \frac{4}{n\pi} \quad \forall n = (2k+1), k \in N$$

$$F(x) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin nkx + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos nkx = \frac{4}{\pi} \sin kx + \frac{4}{3\pi} \sin 3kx + \frac{4}{5\pi} \sin 5kx + \dots = 1.273 \sin \frac{\pi}{L} x + 0.424 \sin 3 \frac{\pi}{L} x + 0.255 \sin 5 \frac{\pi}{L} x + \dots$$



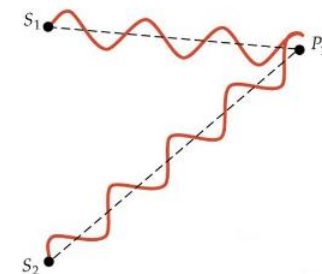
Dla fali o przebiegu piłokształtnym:



Zasada superpozycji fal

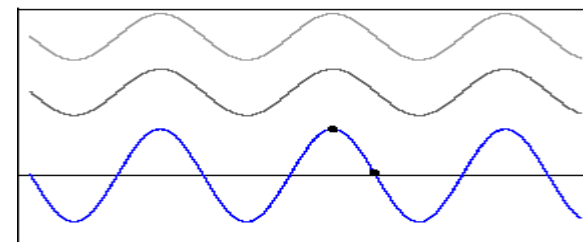
Zaburzenia falowe rozchodzą się niezależnie (tzn. nie oddziałują na siebie wzajemnie).

Jeżeli w ośrodku rozchodzą się dwie fale, to w fali wypadkowej, wychylenia cząstek ośrodka z położenia równowagi są równe sumom geometrycznym (wektorowym) wychyleń odpowiadających poszczególnym falom.



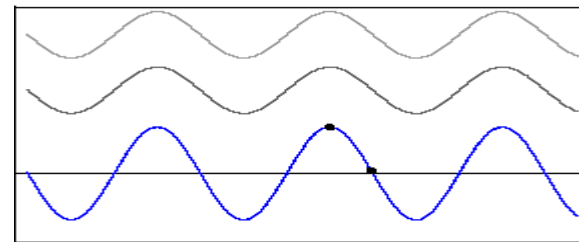
Interferencja fal (I)

Tworzenie się fali wypadkowej w wyniku **nakładania się fal składowych** (ograniczamy się do przypadków gdy spełniona jest zasada superpozycji). Nakładanie się fal prowadzi do ich wzmocnienia lub osłabienia w poszczególnych miejscach w zależności od różnicy faz.



Interferencja fal (II)

- Mamy dane dwie fale: $y_1 = A \sin(kx - \omega t - \varphi)$
 $y_2 = A \sin(kx - \omega t)$



- W dowolnym punkcie przestrzeni mamy:

$$y = y_1 + y_2 = A(\sin(kx - \omega t - \varphi) + \sin(kx - \omega t))$$

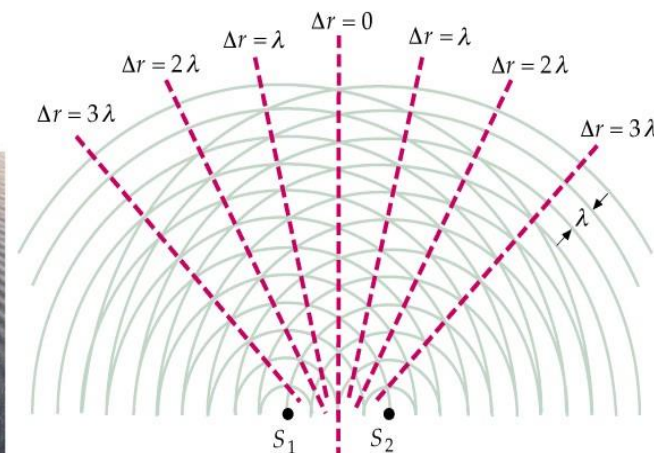
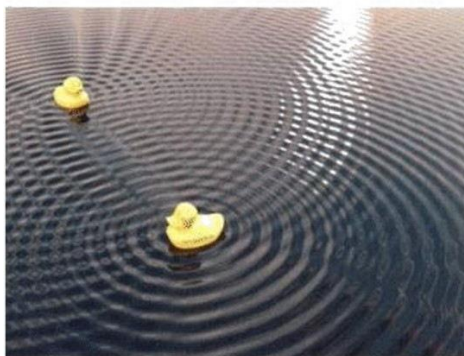
$$y = A \left(2 \sin \left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2} \right) \cos \frac{\varphi}{2} \right) = \left(2A \cos \frac{\varphi}{2} \right) \sin \left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$y = \bar{A} \sin \left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2} \right), \quad \bar{A} = 2A \cos \frac{\varphi}{2}$$

- Czynnik $\bar{A} = 2A \cos \frac{\varphi}{2}$ decyduje o stopniu wzmocnienia lub wygaszenia obu fal:

$$\Delta r = 2n\lambda \Rightarrow \varphi = 2n\pi \Rightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = 1 \Rightarrow \bar{A} = 2A, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

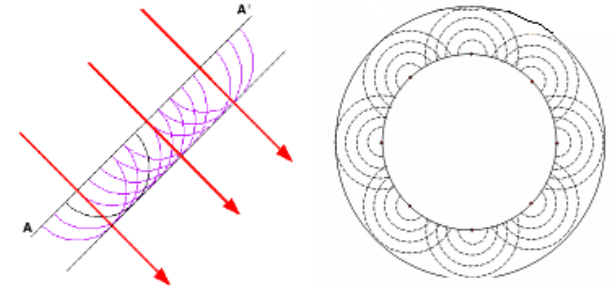
$$\Delta r = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \varphi = (2n+1)\pi \Rightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \bar{A} = 0, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$



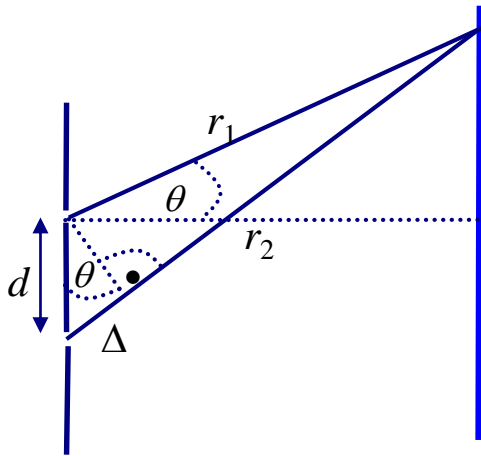
Zasada Huygensa



Każdy punkt frontu falowego może być rozważany (traktowany) jako źródło wtórnych małych fal kulistych rozchodzących się we wszystkich kierunkach z prędkością równą prędkości rozchodzenia się fali pierwotnej.



Doświadczenie Younga (interferencja fal)



$$\sin \theta = \frac{\Delta}{d} \Rightarrow \Delta = d \sin \theta \quad \Delta = n \lambda \quad \Delta = \lambda \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta \varphi = \omega t_1 - \omega t_2 = k r_2 - k r_1 = k (r_2 - r_1) = k d \sin \theta = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

Średni w czasie strumień energii

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle E^2 \rangle, \quad \vec{E} = \hat{y} E(r, \theta, t)$$

$$\langle E^2 \rangle = \langle (A(r, \theta) \sin(\omega t - k r + \varphi_{sr})) \rangle = \frac{1}{2} A^2(r, \theta)$$

$$A^2(r, \theta) = \left[2A(r) \cos\left(\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi\right) \right]^2$$

Natężenie fali

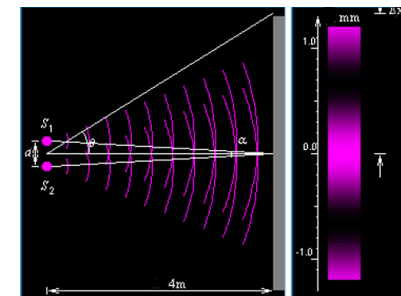
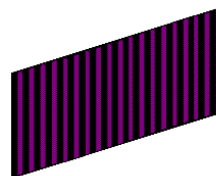
$$I \propto A^2(r, \theta), \quad r = \text{const}$$

$$I(\theta) = I_{\max} \cos^2\left(\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi\right)$$

Źródła drgające w fazie: $I(\theta) = I_{\max} \cos^2\left[\frac{1}{2}\Delta\varphi\right] = I_{\max} \cos^2\left[\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}\right]$

Źródła drgające z niezgodną fazą: $I(\theta) = I_{\max} \sin^2\left[\frac{1}{2}\Delta\varphi\right] = I_{\max} \sin^2\left[\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}\right]$

Changing the Wavelength of the Light Source



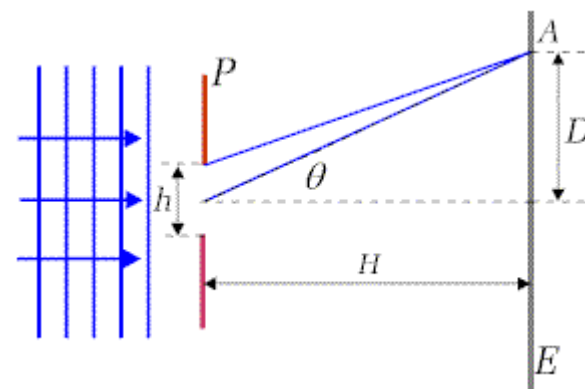
Dyfrakcja (ugięcie) na pojedynczej szczelinie

Zasada Hyghensa mówi jednak, że każdy punkt do którego dochodzi fala staje się źródłem nowej fali kulistej. Fale pochodzące z różnych punktów szczeliny mogą interferować.

$h \gg \lambda$: tworzy się czoło fali płaskiej

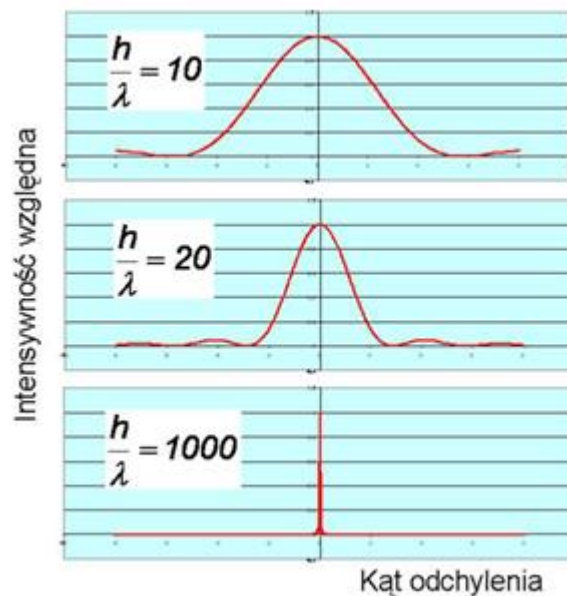
$h \approx \lambda$: obserwujemy efekt interferencji

$$I(\theta) = I_{\max} \left(\frac{\sin\left(\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta\right)}{\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta} \right)^2$$



$H \gg h$ - dyfrakcja Fraunhofera

H skończone – dyfrakcja Fresnela



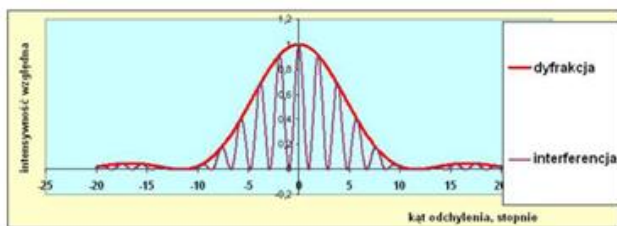
Dyfrakcja (ugięcie) na dwóch szczelinach – złożenie dyfrakcji i interferencji

$$I(\theta) = I_{\max} \cos^2 \left[\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} \right]$$

$$I(\theta) = I_{\max} \left(\frac{\sin \left(\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta \right)}{\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta} \right)^2 \Rightarrow I(\theta) = I_{\max} \cos^2 \left[\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} \right] \left(\frac{\sin \left(\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta \right)}{\pi \frac{h}{\lambda} \sin \theta} \right)^2$$

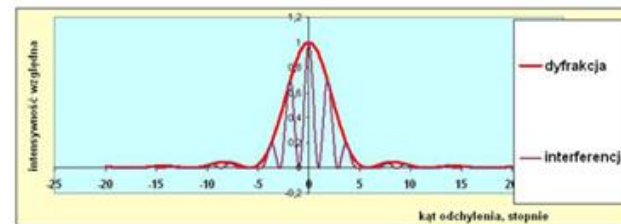
$$\frac{d}{\lambda} = 30$$

$$\frac{h}{\lambda} = 5$$



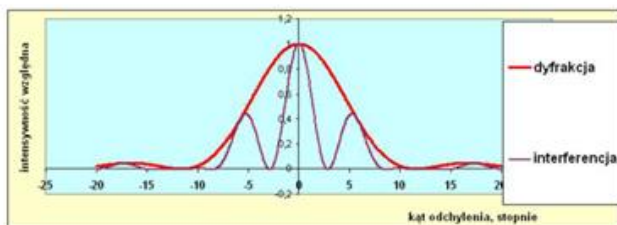
$$\frac{d}{\lambda} = 30$$

$$\frac{h}{\lambda} = 10$$



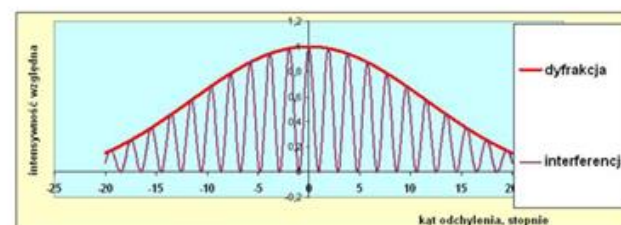
$$\frac{d}{\lambda} = 10$$

$$\frac{h}{\lambda} = 5$$

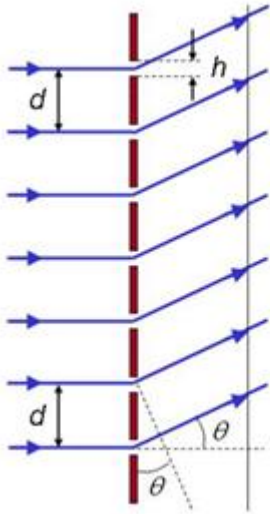


$$\frac{d}{\lambda} = 30$$

$$\frac{h}{\lambda} = 2$$



Siatka dyfrakcyjna



Warunek na wzmocnienie:

$$d \sin \theta = n \lambda$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$



$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{d}$$

Warunek na wygaszenie:

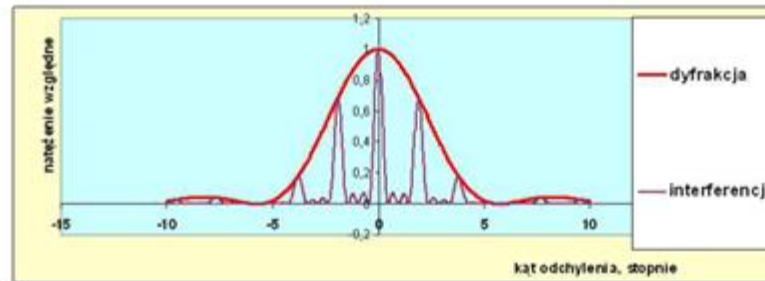
$$\Delta r = \frac{Nd}{2} \sin \theta$$

$$\frac{Nd}{2} \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{2}$$

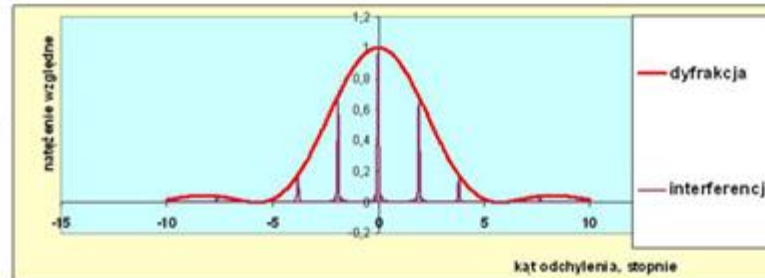
$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{Nd}$$

$$\sin \theta_i = i \frac{\lambda}{Nd}$$

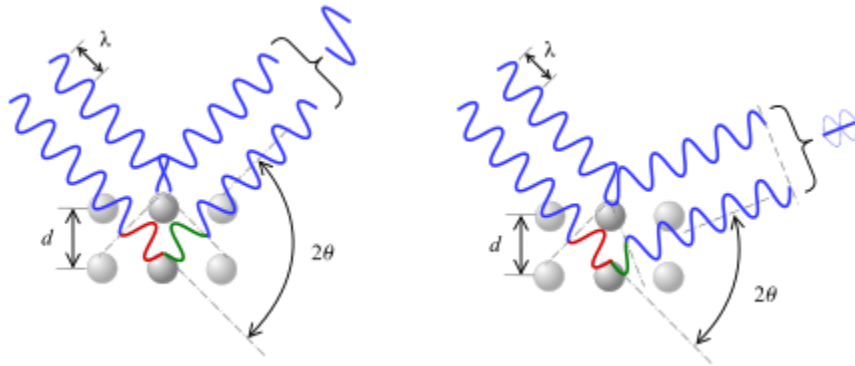
$N = 4$



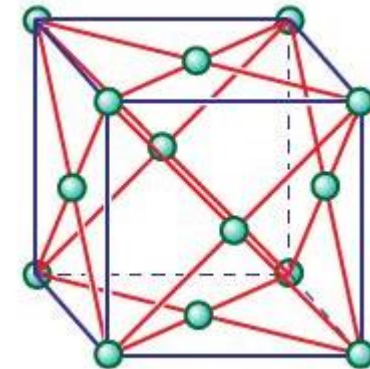
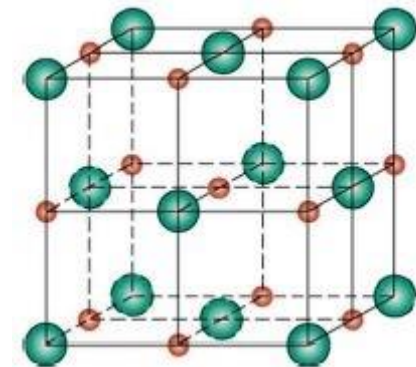
$N = 20$



Prawo Bragga – dyfrakcja na strukturze krystalicznej



Warunek powstania maksimum: $2d \sin \theta = n\lambda$



NaCl



KCl



Ag



Al



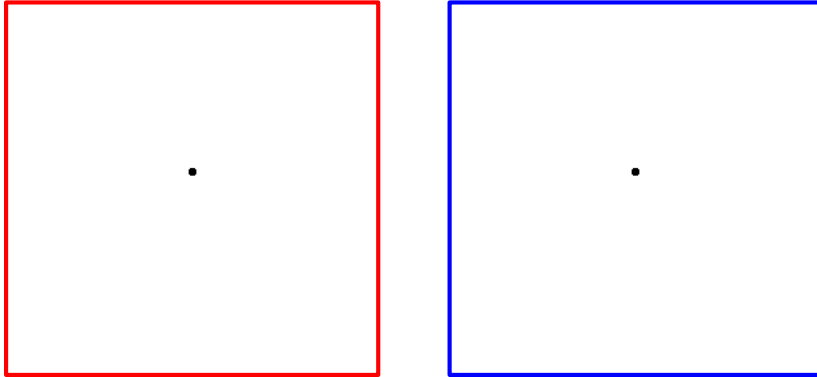
Au



Cu



Efekt Dopplera



Fala o długości λ rozchodzi się od stacjonarnego źródła z prędkością u .

Obserwator odbiera $\frac{ut}{\lambda}$ fal w czasie t .

Częstość odebranej fali wynosi: $\nu = \frac{u}{\lambda}$

1. Fala o długości λ rozchodzi się od poruszającego się z prędkością w źródła z prędkością u

W czasie jednego okresu drgań źródło przemieści się o odcinek $\frac{w}{v}$ i każda długość emitowanej fali zostanie skrócona o tę wielkość: $\lambda' = \frac{u}{v} - \frac{w}{v}$

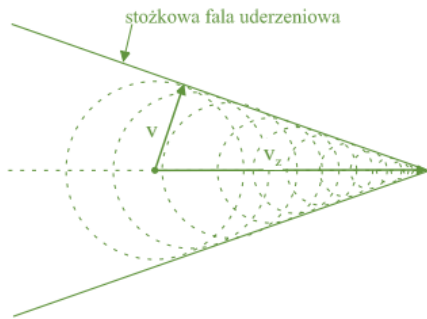
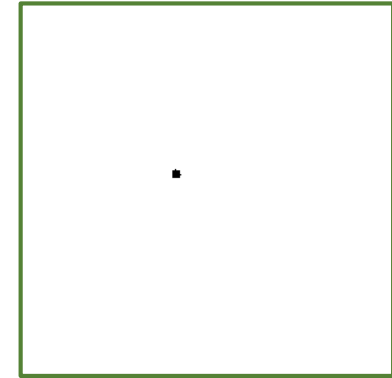
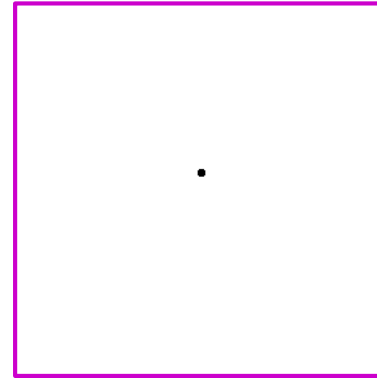
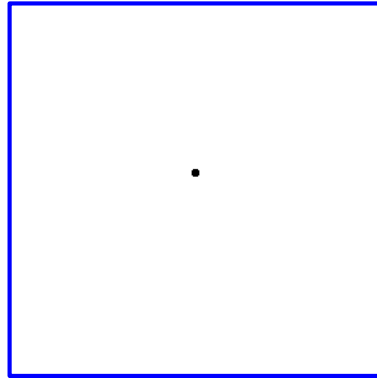
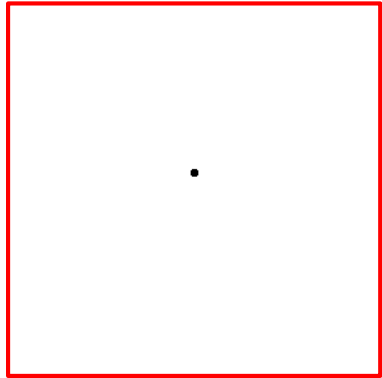
Częstość odebranej fali wynosi: $\nu' = \frac{u}{\lambda'} = \nu \left(\frac{u}{u-w} \right)$

2. Obserwator przybliża się do źródła z prędkością u'

Obserwator odbiera $\frac{ut}{\lambda} + \frac{u't}{\lambda}$ fal w czasie t

Częstość odebranej fali wynosi: $\nu' = \frac{ut/\lambda + u't/\lambda}{t} = \frac{u+u'}{\lambda} = \frac{u+u'}{u/v} = \nu \left(1 + \frac{u'}{u} \right)$

Efekt Dopplera (II)

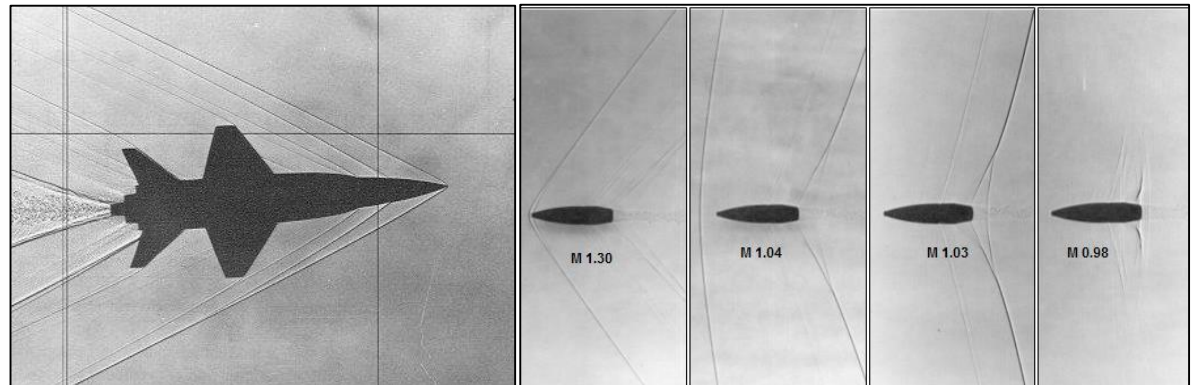


Ciało porusza się w ośrodku z prędkością $u > c$ (u - prędkość źródła, c - prędkość rozchodzenia się fal w ośrodku).

Cząsteczki ośrodka tworzą falę w kształcie stożka, w którego wierzchołku znajduje się ciało.

Kąt przy wierzchołku stożka jest określony zależnością $\sin \alpha = \frac{c}{u}$.

Fala ta nosi nazwę fali uderzeniowej i jest charakterystyczna dla ruchu w atmosferze samolotów lub pocisków o prędkości większej niż prędkość dźwięku ($u > 331 \text{ m/s} = 1200 \text{ km/h}$).



Dudnienia

$$y_1 = A \cos 2\pi\nu_1 t$$

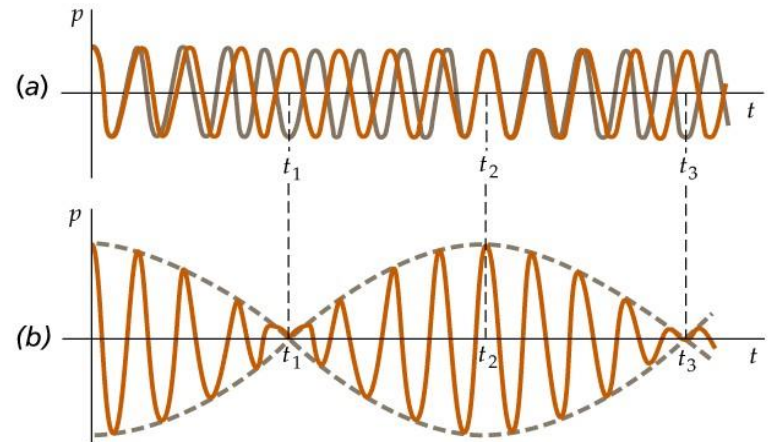
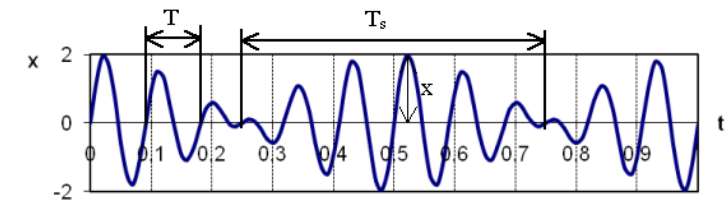
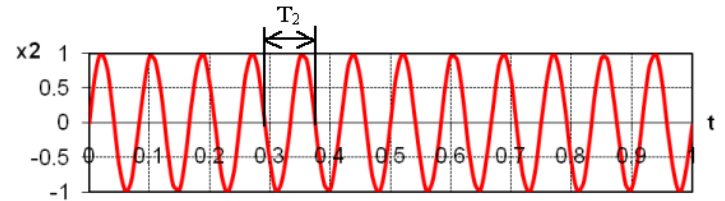
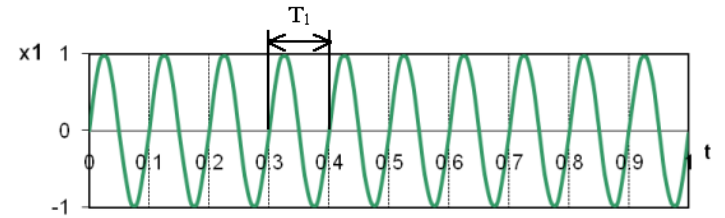
$$y_2 = A \cos 2\pi\nu_2 t$$

$$y = y_1 + y_2 = A(\cos 2\pi\nu_1 t + \cos 2\pi\nu_2 t)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\beta - \alpha}{2}$$

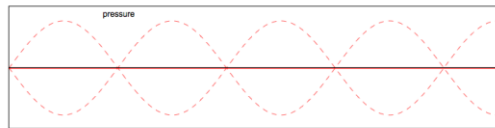
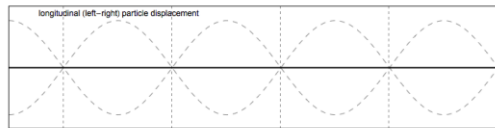
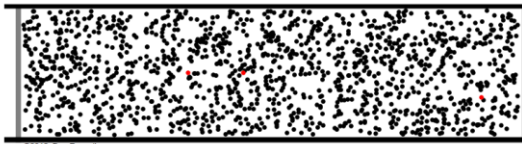
$$y = 2A \left(\cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \right) \sin \left(2\pi \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} t \right)$$

$$\bar{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}, \quad \nu_{amp} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{2},$$

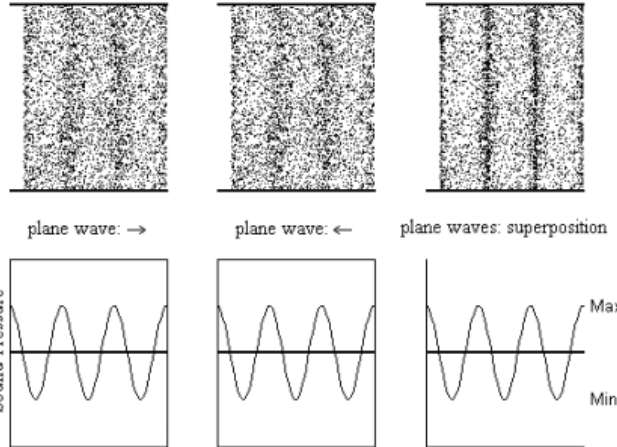


Fale stojące (I)

Podłużne

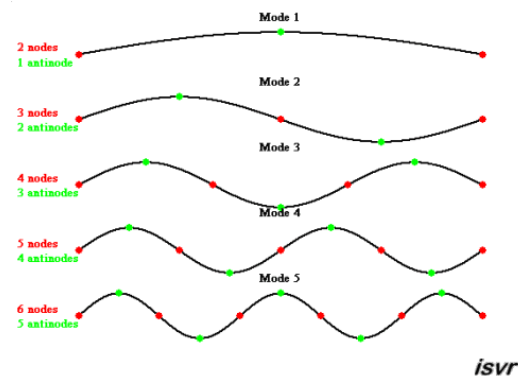


Creating Standing Waves from Travelling Waves



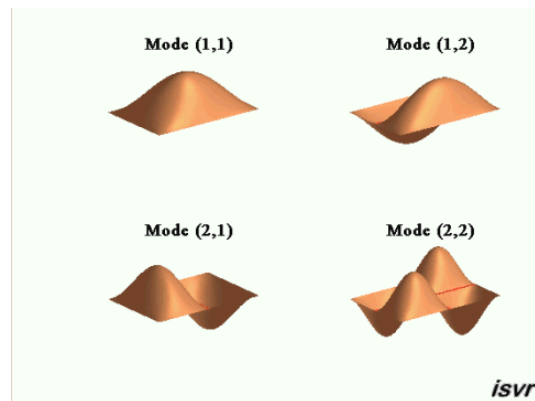
isvr

Poprzeczne (1D)

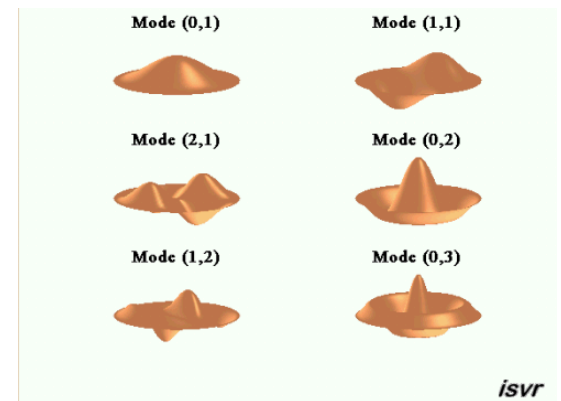


isvr

Poprzeczne (2D)



isvr



isvr

Fale (XXV)

Fale stojące (II)

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$$

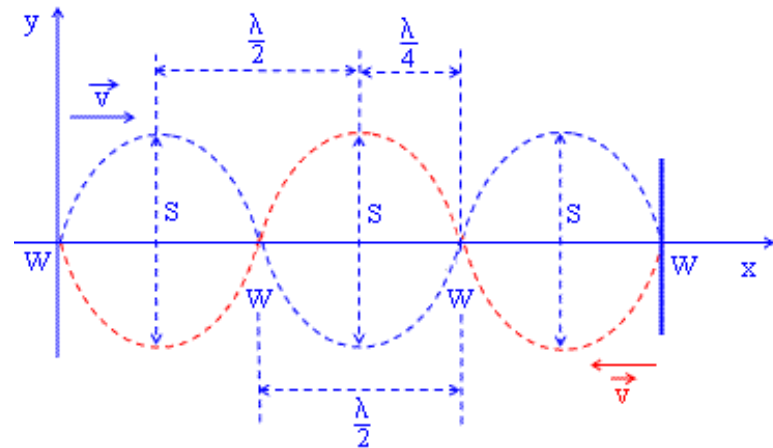
$$y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) =$$

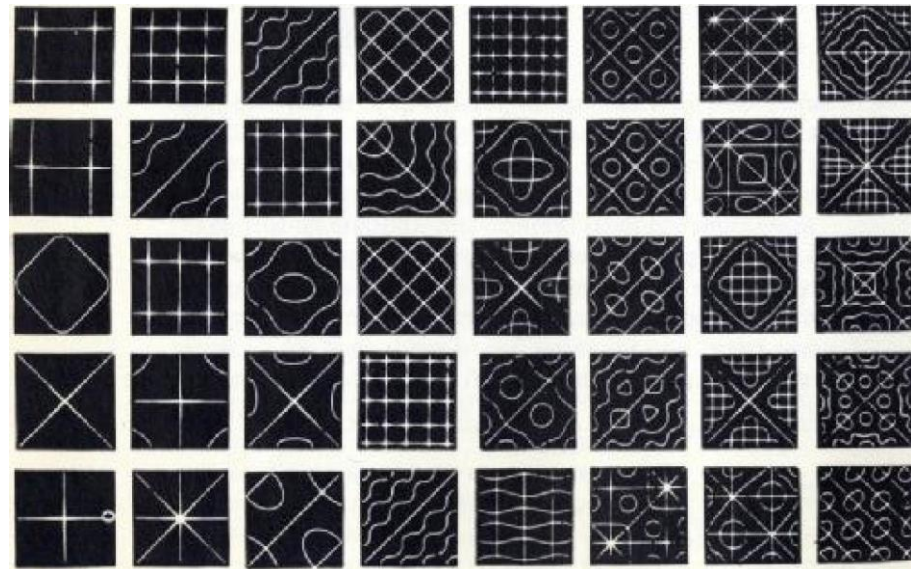
$$= A \cdot 2 \sin \frac{kx - \omega t + kx + \omega t}{2} \cos \frac{kx - \omega t - kx - \omega t}{2} =$$

$$= 2A \sin(kx) \cos(-\omega t)$$

$$y = \underbrace{2A \sin(kx)}_{\text{amplituda}} \cos(\omega t)$$

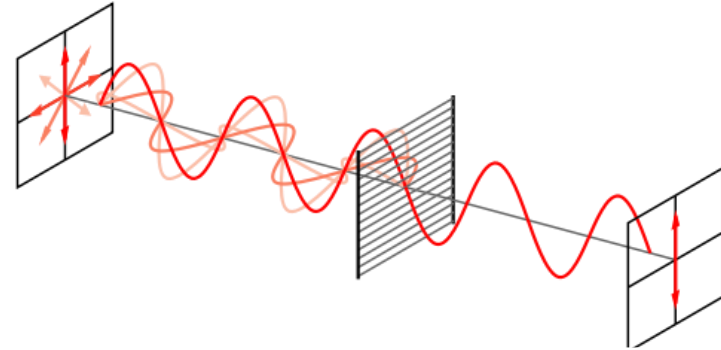


Figury Chladniego

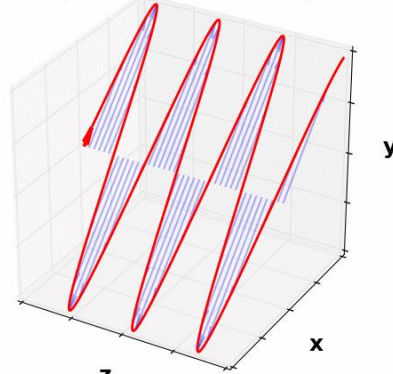


Polaryzacja (I)

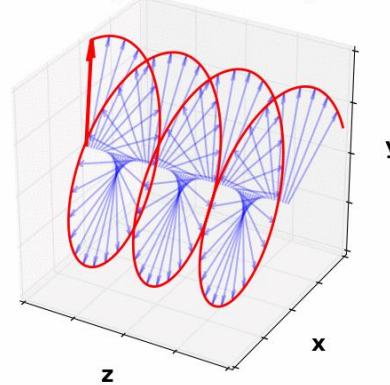
Polaryzacja – zmiana kierunku oscylacji rozchodzącego się zaburzenia w określony sposób (efekt właściwy dla fal poprzecznych)



Linear polarization (45-degrees)



Circular polarization (right)



Polaryzacja liniowa

$$\vec{\psi}_1 = \hat{x} A_1 \cos \omega t$$

$$\vec{\psi}_2 = \hat{y} A_2 \cos \omega t$$

$$\vec{\psi}_w = \hat{x} A_1 \cos \omega t + \hat{y} A_2 \cos \omega t =$$

$$= (\hat{x} A_1 + \hat{y} A_2) \cos \omega t$$

Polaryzacja kołowa

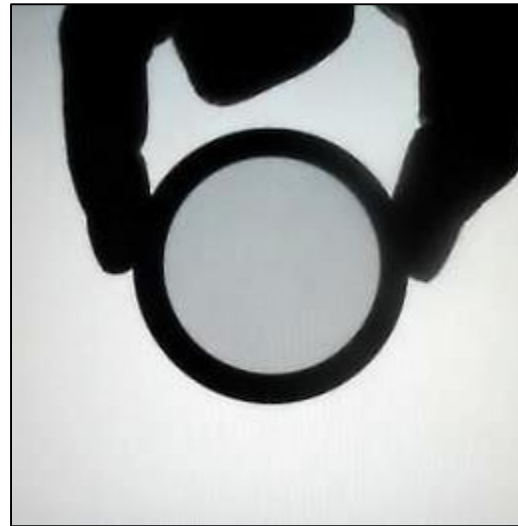
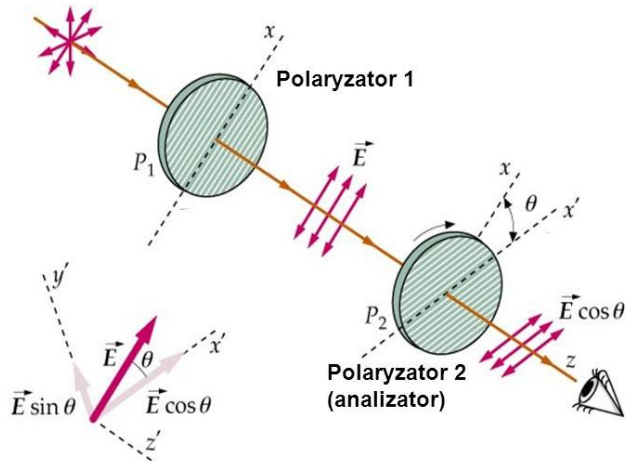
$$\begin{aligned} \vec{\psi}_w &= \hat{x} A \cos \omega t + \hat{y} A \cos \omega t = \\ &= \hat{x} A \cos \omega t + \hat{y} A \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \hat{x} A \cos \omega t + \hat{y} A \sin \omega t \end{aligned}$$

Polaryzacja eliptyczna

$$\vec{\psi}_w = \hat{x} A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \hat{y} A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Polaryzacja (II) – Prawo Malusa

Natężenie światła spolaryzowanego liniowo po przejściu przez idealny polaryzator optyczny jest równe iloczynowi natężenia światła padającego i kwadratu cosinusa kąta między płaszczyzną polaryzacji światła padającego a płaszczyzną polaryzacji światła po przejściu przez polaryzator)

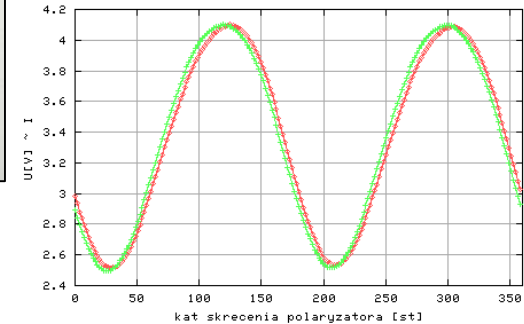


Dla światła niespolaryzowanego:

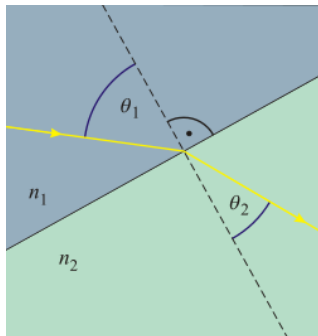
$$I = \frac{I_0}{2}$$

$$\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{2}$$

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$



Polaryzacja (III) – odbicie i załamanie



Prawo Snelliusa mówi, że promienie padający i załamany oraz prostopadła padania (normalna) leżą w jednej płaszczyźnie, a kąty spełniają zależność:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Kąt Brewstera – kąt padania światła, przy którym promień odbity jest całkowicie spolaryzowany liniowo.

Warunek Brewstera: $\alpha + \beta = 90^\circ$

Z prawa Snelliusa: $n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin \beta$

Kąt padania i odbicia są sobie równe $\alpha = \alpha_B$

$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin \beta$$

$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_B\right) = n_2 \cos \alpha_B \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$



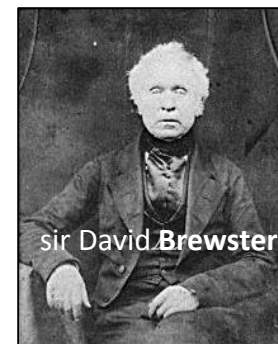
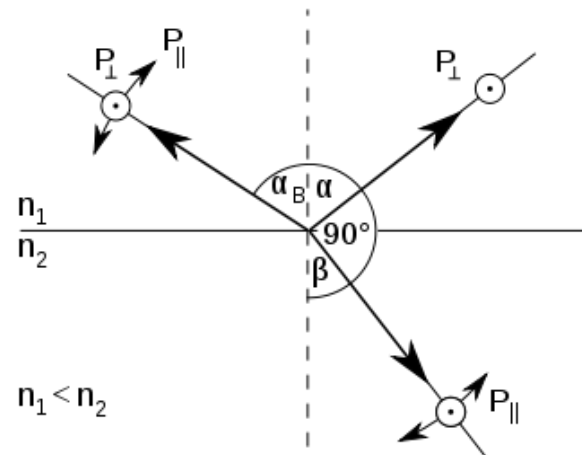
René Descartes



Willebrord Snell



Ibn Sahl



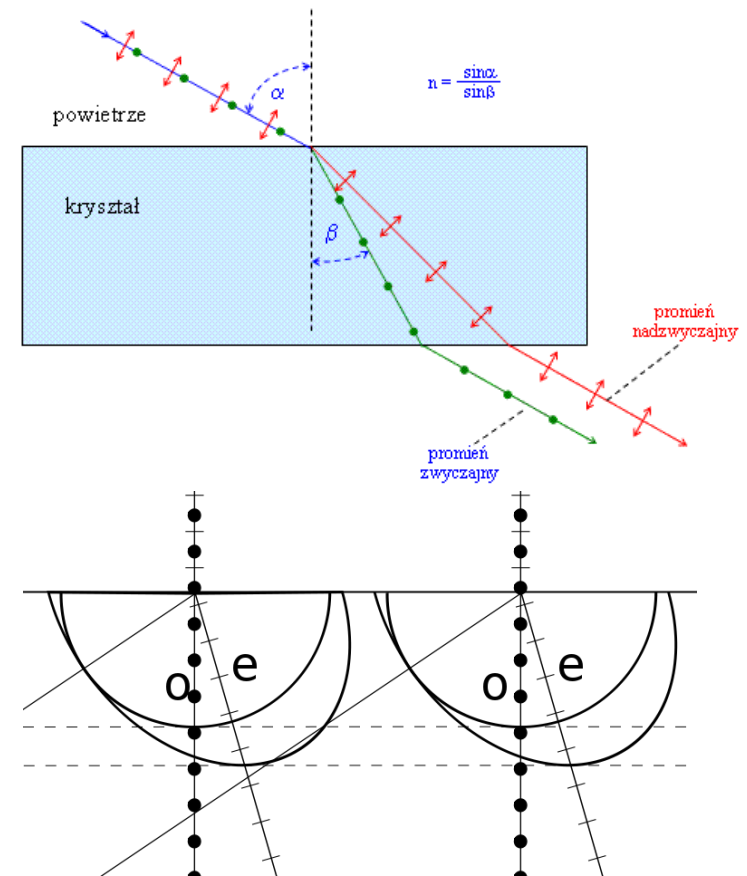
Sir David Brewster

Polaryzacja (IV) – dwójłomność

Dwójłomność – zdolność ośrodków optycznych do podwójnego załamania światła (rozdwojenia promienia świetlnego).

W kryształach jednoosiowych - promień wchodzący do kryształu rozdziela się na dwa. Jeden z nich to promień zwyczajny, spełnia on prawo Snelliusa, leży w płaszczyźnie padania, oznaczany jest symbolem o (ang. ordinary). Dla tego promienia kierunek drgań pola elektrycznego jest prostopadły do jego płaszczyzny głównej.

Drugi promień to promień nadzwyczajny - w ogólności nie spełnia on prawa Snelliusa; oznacza się go przez e (fr. extraordinaire). Promień ten nie musi leżeć w płaszczyźnie padania, może się załamać nawet wówczas, gdy promień pada prostopadłe do powierzchni kryształu. Zmiana kierunku przy takim padaniu, zależy od kierunku osi optycznej w kryształach.



Dwójłomny kryształ kalcytu (szpat islandzki)

$$n_o = 1,658, n_e = 1,486. 590 \text{ nm}$$