

FIZYKA II

Wykład IV

Równania Maxwella

Fale elektromagnetyczne

Magnetyzm

Równania Maxwella

- Równania Maxwella są kompletnym opisem jednego z czterech fundamentalnych oddziaływań – oddziaływań elektromagnetycznych.
- Gdy powstawały równania Maxwella wiedzano jedynie o istnieniu światła podczerwonego, widzialnego, nadfioletowego. Równania Maxwella pokazały czym jest światło – falą elektromagnetyczną. Przewidziały i opisały wiele zjawisk, nieznanych w momencie ich tworzenia, np. fale radiowe.

Tabela 32.1. Równania Maxwella¹

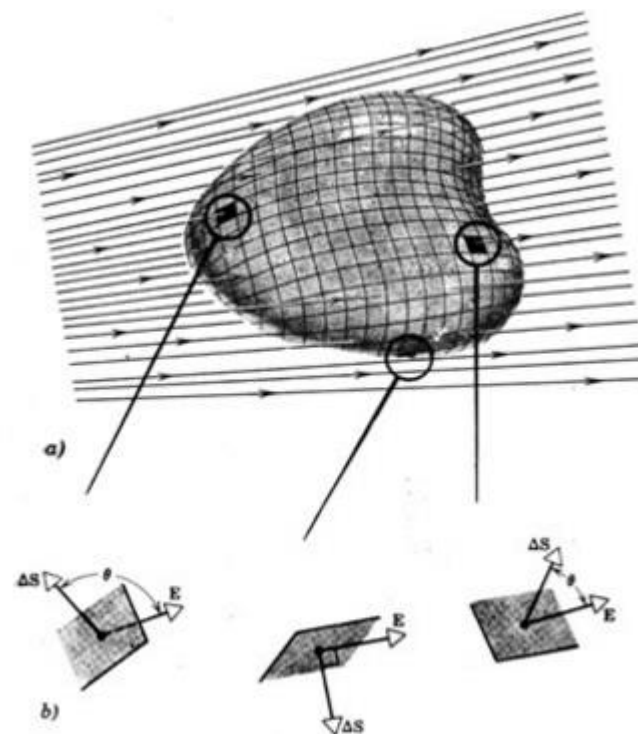
Nazwa	Równanie	
prawo Gaussa dla elektryczności	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{\text{wewn}}/\epsilon_0$	wiąże wypadkowy strumień elektryczny z wypadkowym ładunkiem elektrycznym objętym powierzchnią Gaussa
prawo Gaussa dla magnetyzmu	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	wiąże wypadkowy strumień magnetyczny z wypadkowym ładunkiem magnetycznym objętym powierzchnią Gaussa
prawo Faradaya	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	wiąże indukowane pole elektryczne ze zmiennym strumieniem magnetycznym
uogólnione prawo Ampère'a	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I_p$	wiąże indukowane pole magnetyczne ze zmiennym strumieniem elektrycznym oraz z prądem

¹zapisane przy założeniu, że nie występują materiały dielektryczne ani magnetyczne.

Równania Maxwella

Prawo Gaussa dla elektryczności

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{wew}}{\epsilon_0}$$

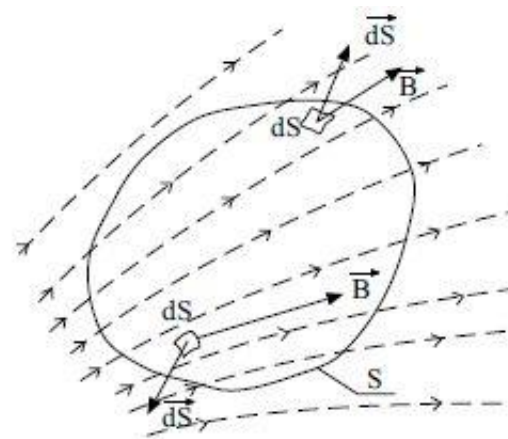


Całkowity strumień pola elektrycznego przez powierzchnię zamkniętą zależy wyłącznie od ładunku elektrycznego zawartego wewnątrz tej powierzchni.

Równania Maxwella

Prawo Gaussa dla magnetyzmu

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

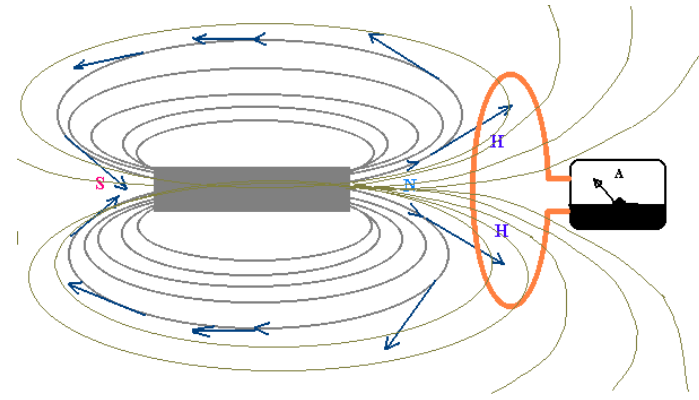


Strumień pola magnetycznego przez powierzchnię zamkniętą jest równy zero.

Równania Maxwella

Uogólnione prawo Faradaya

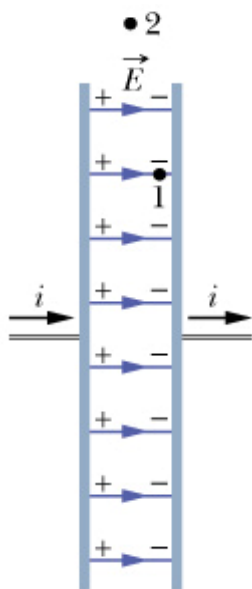
$$\oint_S \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \Phi_B$$



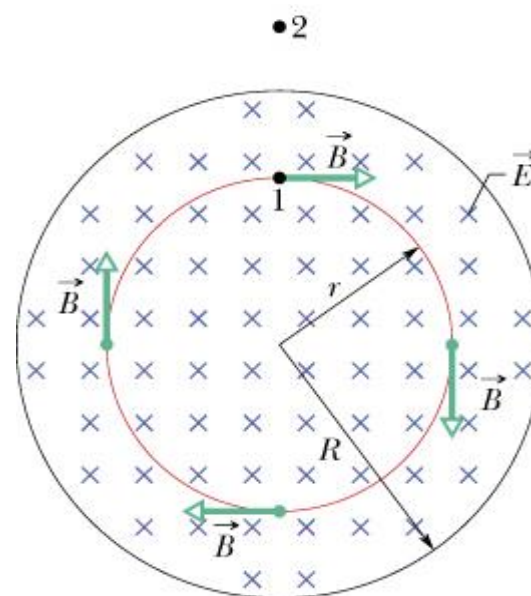
W zamkniętym obwodzie znajdującym się w zmiennym polu magnetycznym pojawia się siła elektromotoryczna indukcji równa szybkości zmian strumienia indukcji pola magnetycznego przechodzącego przez powierzchnię rozpiętą na tym obwodzie.

Równania Maxwella

Uogólnione prawo Ampere'a



Kondensator płaski, o kołowych okładkach jest ładowany stałym prądem I . Ponieważ zwiększa się ładunek na okładkach kondensatora, wewnątrz rośnie pole elektryczne.



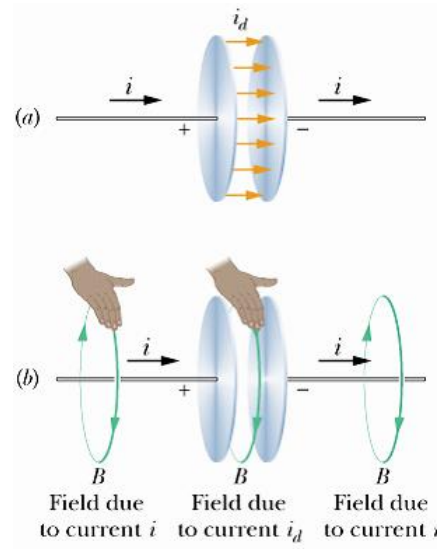
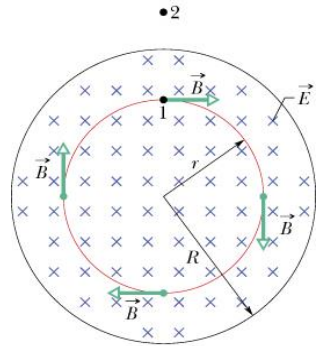
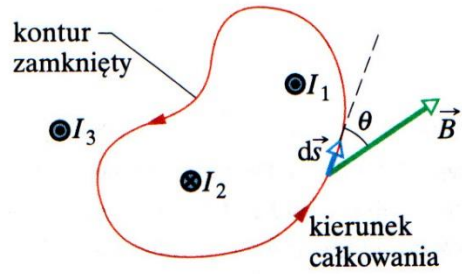
Widok z wnętrza kondensatora. Zmienne pole \mathbf{E} jest jednorodne i skierowane prostopadle do okładek. Natężenie pole \mathbf{E} przechodzącego przez kontur się zmienia, zmienia się więc również strumień elektryczny przechodzący przez kontur. Zmiana strumienia indukuje pole \mathbf{B} , jak pokazano na rysunku.

Pole \mathbf{B} będzie indukowane również wzdłuż konturu przechodzącego przez punkt 2.

Równania Maxwella

Uogólnione prawo Ampere'a

$$\oint_S \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_E + \mu_0 I$$



Prądowi przesunięcia w rzeczywistości nie odpowiada żaden ruch ładunków elektrycznych. Fikcyjny prąd I_{prz} możemy traktować jako kontynuację rzeczywistego prądu I przepływającego przez kondensator.

Równania Maxwella

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{\text{wewn}}/\epsilon_0$$

Ładunki w przestrzeni wytwarzają pole elektryczne

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Nie istnieją monopole magnetyczne

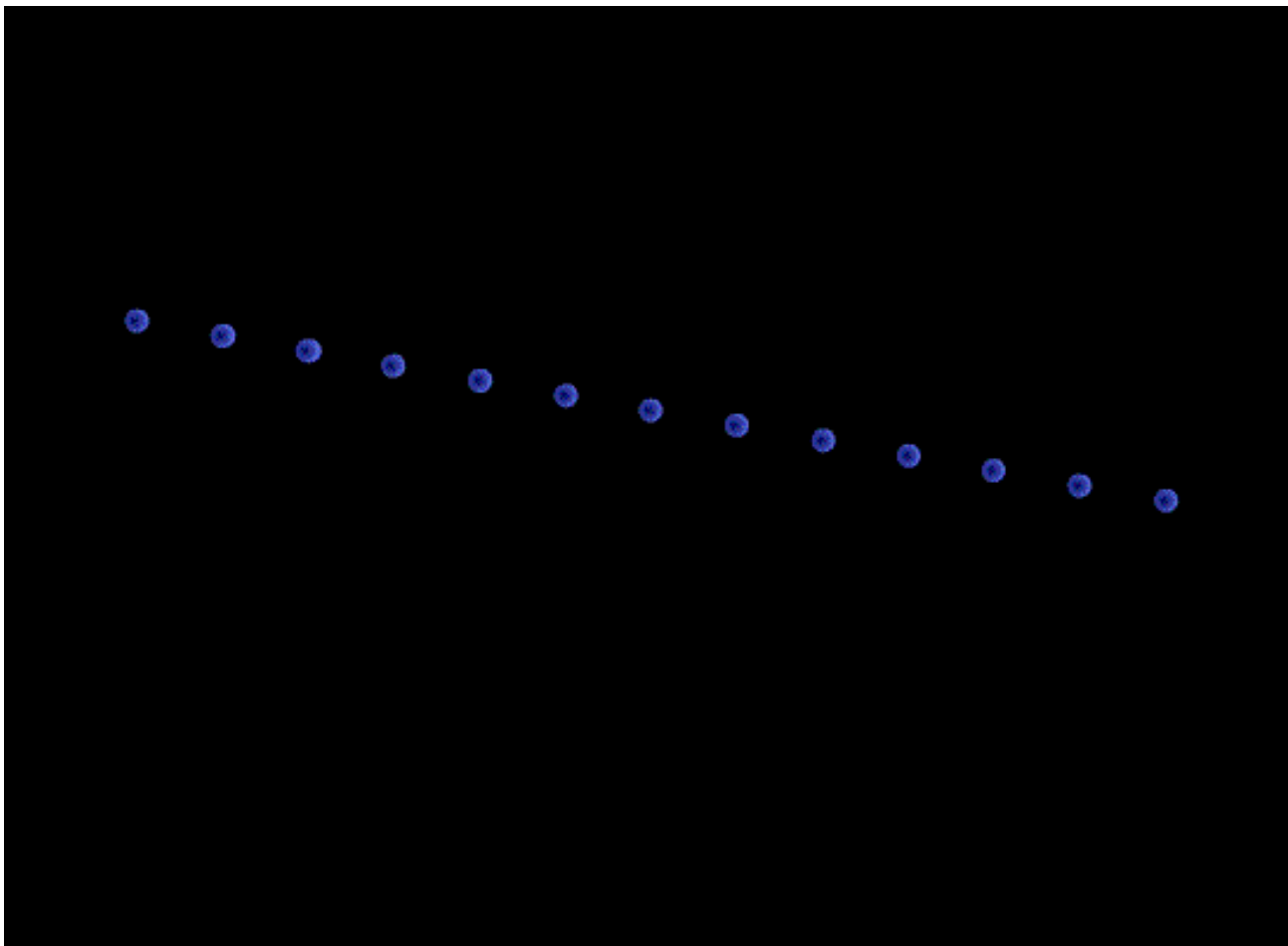
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Zmienne pole magnetyczne powoduje powstanie pola elektrycznego

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I_p$$

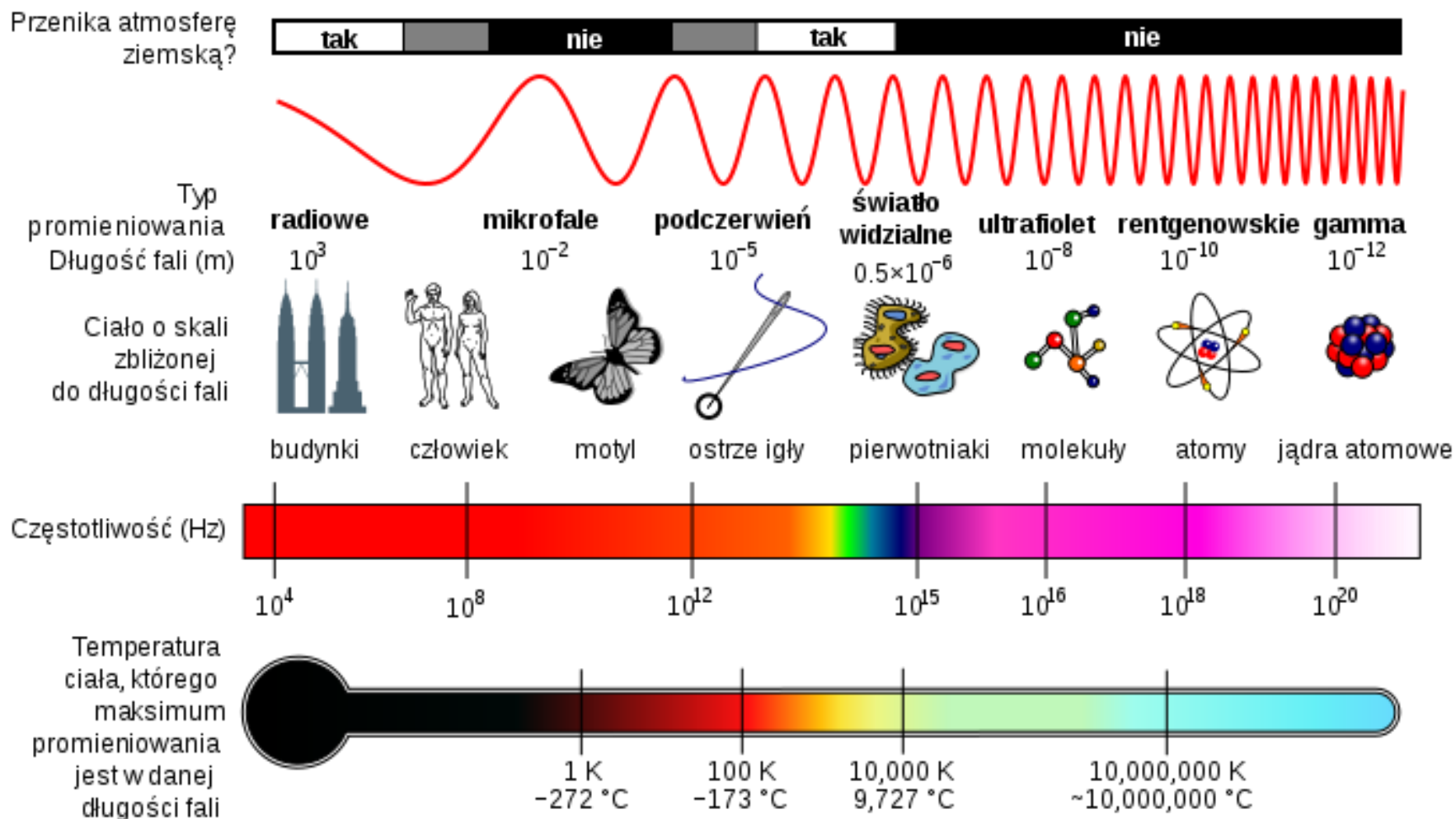
Zmienne pole elektryczne powoduje powstanie pola magnetycznego

Fala elektromagnetyczna to rozchodzące się w przestrzeni zmienne pole elektryczne \vec{E} i zmienne pole magnetyczne \vec{B} .

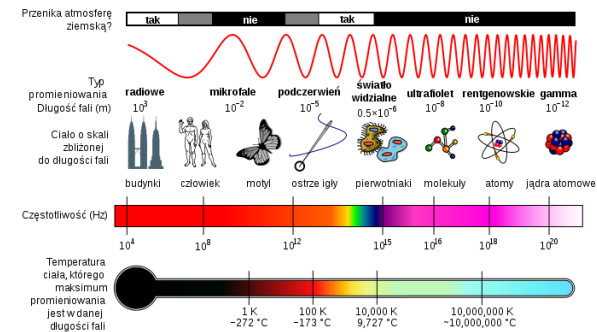


Zmienne pole magnetyczne wywołuje powstawanie wirowego pola elektrycznego. Zmienne pole elektryczne wywołuje powstawanie wirowego pola magnetycznego. Fala elektromagnetyczna rozchodzi się również w próżni.

Fale elektromagnetyczne



Fale elektromagnetyczne

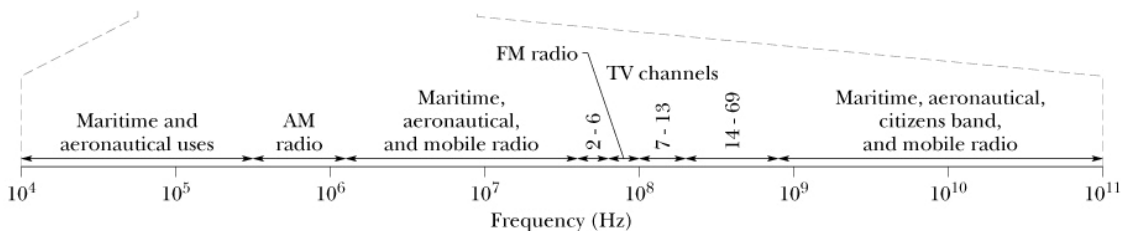


Pasmo	Częstotliwość fali	Długość fali	Energia pojedynczego kwantu promieniowania (fotonu)
Fale radiowe	do 300 MHz	powyżej 1 m	poniżej 1.24 μeV
Mikrofałe	od 300 MHz do 300 GHz	od 1 m do 1 mm	od 1.24 μeV do 1.24 meV
Podczerwień	od 300 GHz do 400 THz	od 1mm do 780 nm	od 1.24 meV do 1.6 eV
Światło widzialne	od 400 THz do 789 THz	od 780 nm do 380 nm	od 1.6 eV do 3.4 eV
Ultrafiolet	od 789 THz do 30 PHz	380 nm do 10 nm	od 3.4 eV do 124 eV
Promieniowanie rentgenowskie	od 30 PHz do 60 EHz	10 nm do 5 pm	od 124 eV do 250 keV
Promieniowanie gamma	powyżej 60 EHz	poniżej 5 pm	powyżej 250 keV

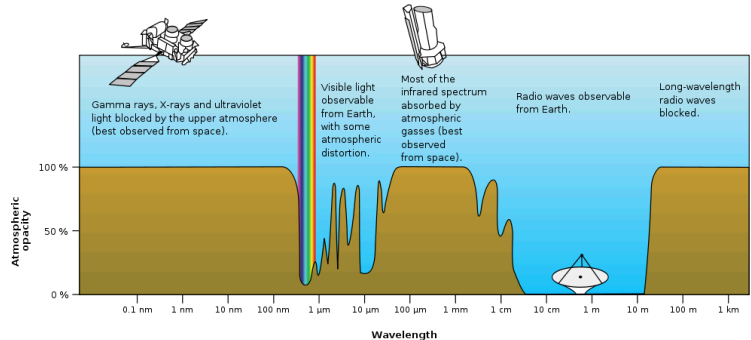
Elektronowolt (eV) – jednostka energii (energia, jaką uzyskuje elektron, który jest przyspieszany napięciem równym 1V)

Fale elektromagnetyczne

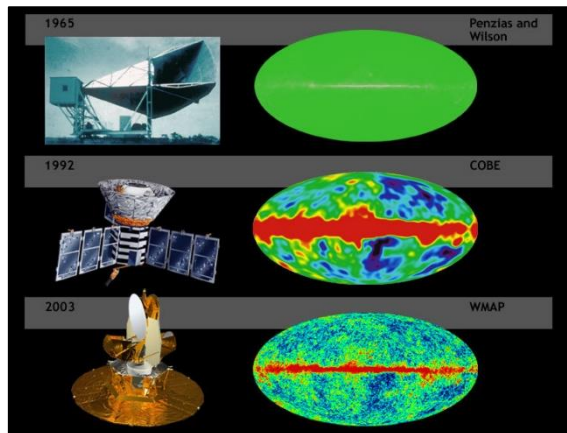
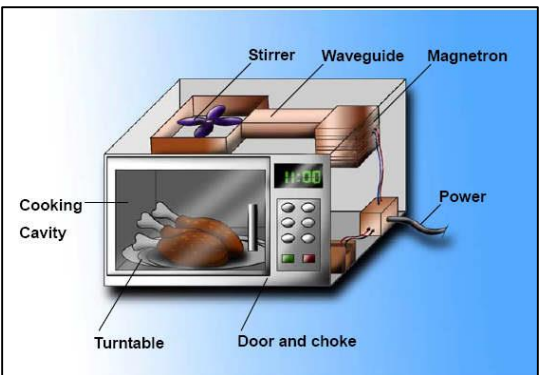
Fale radiowe



- Fale radiowe wykorzystywane są w
 - komunikacji
 - nadawaniu (radio, TV)
 - astronomii (radio-teleskopy)



Mikrofale



Fale elektromagnetyczne

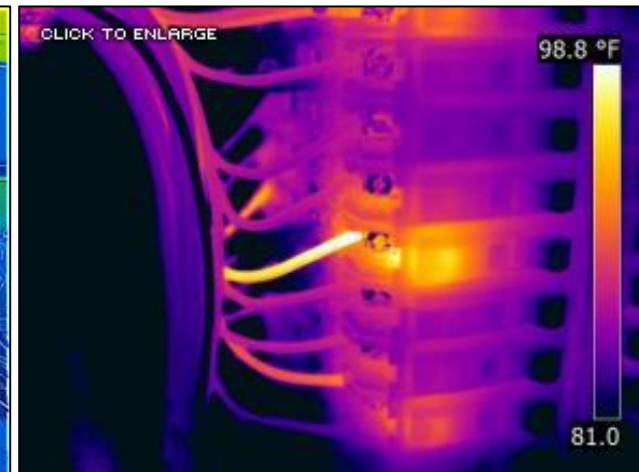
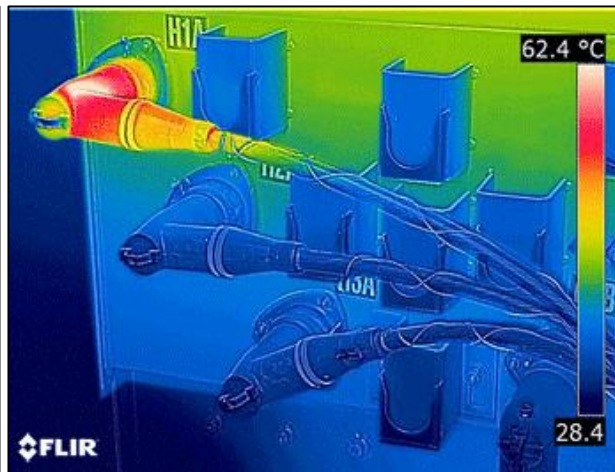
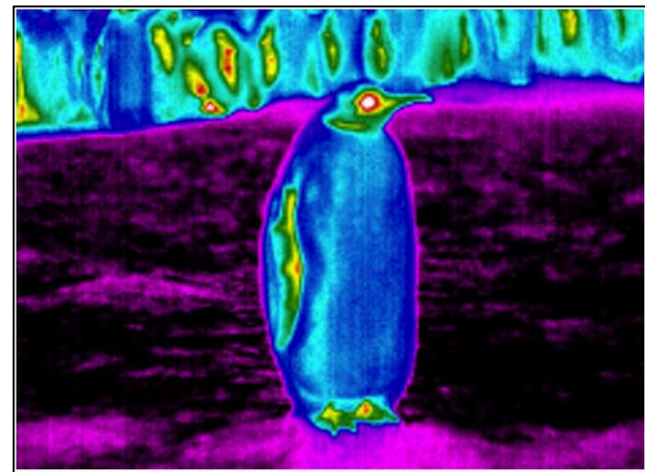
Promieniowanie podczerwone

Częstości fal podczerwonych znajdują się pomiędzy częstościami fal radiowych i widzialnych.

Każde ciało ma pewną temperaturę i promieniuje fale EM o częstości zależnej od temperatury.

Energia fal EM w zakresie podczerwonym jest odbierana przez nas jako ciepło.

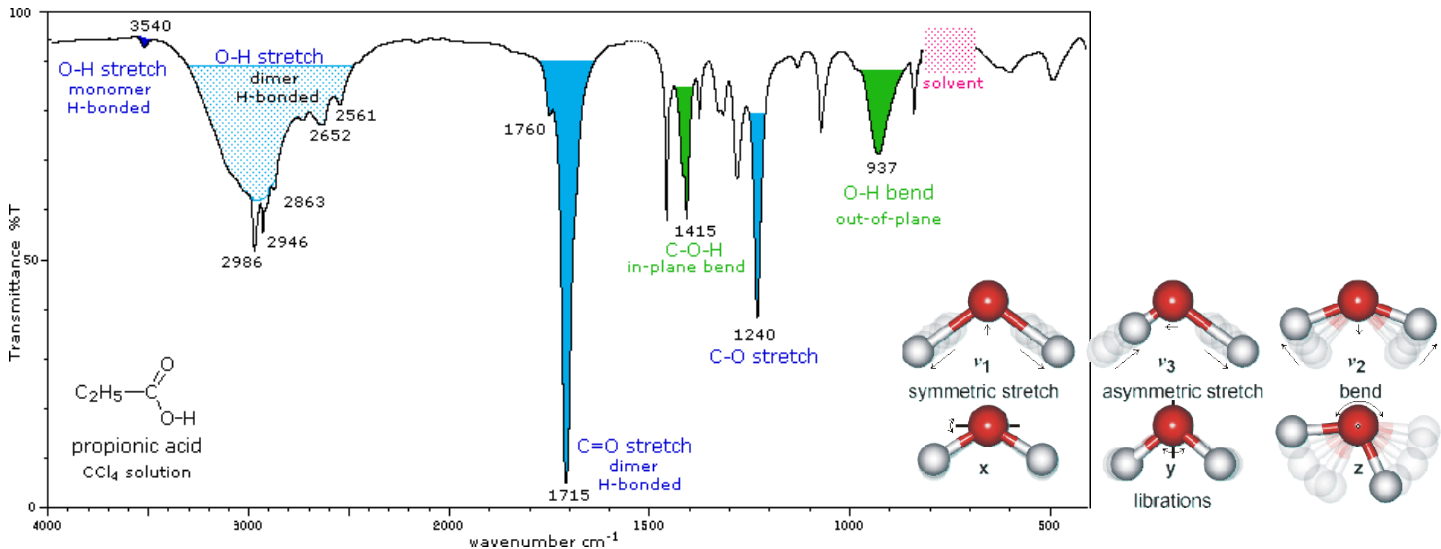
Temperatura obiektów może być rejestrowana z pomocą urządzeń czułych na podczerwień.



Fale elektromagnetyczne

Promieniowanie podczerwone

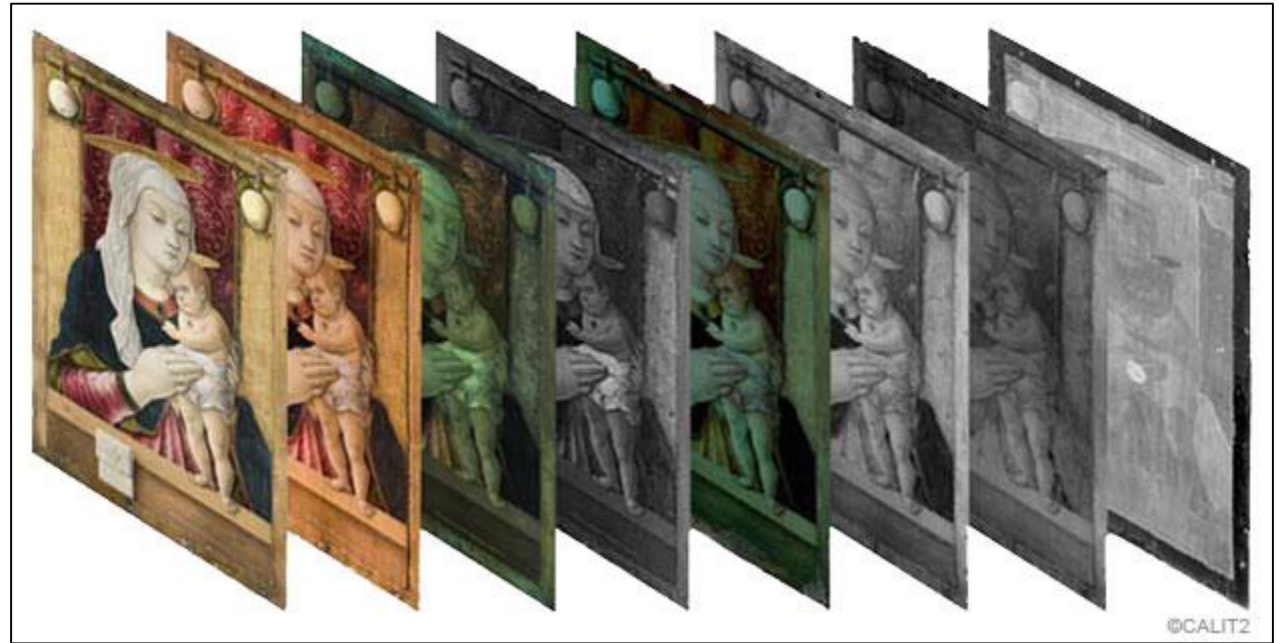
Spektroskopia



Fale elektromagnetyczne

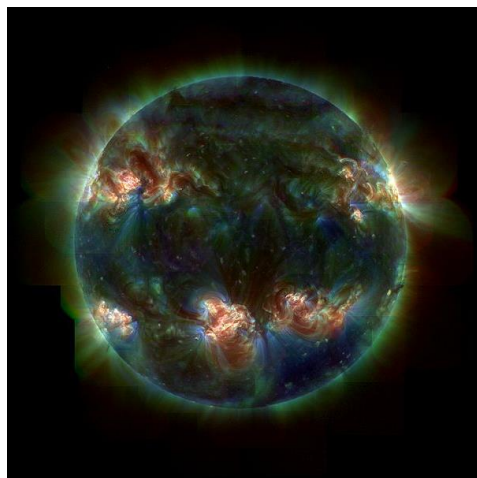
Promieniowanie podczerwone

Historia sztuki



Fale elektromagnetyczne

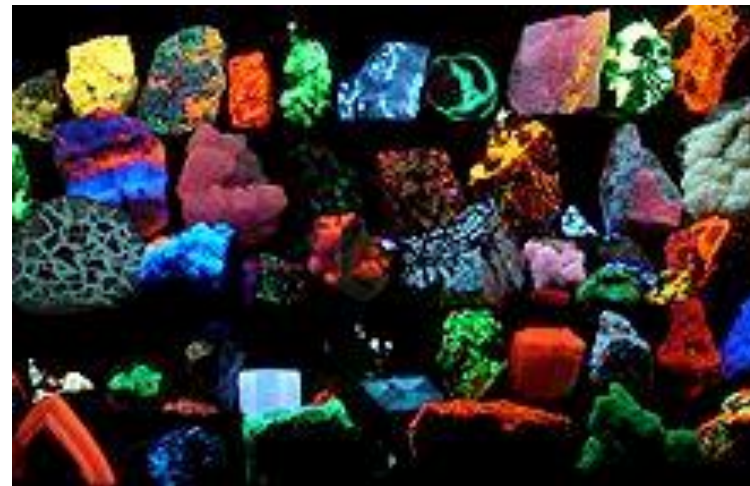
Ultrafiolet



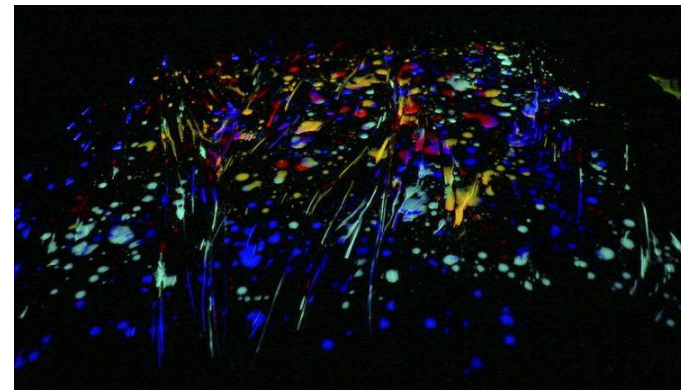
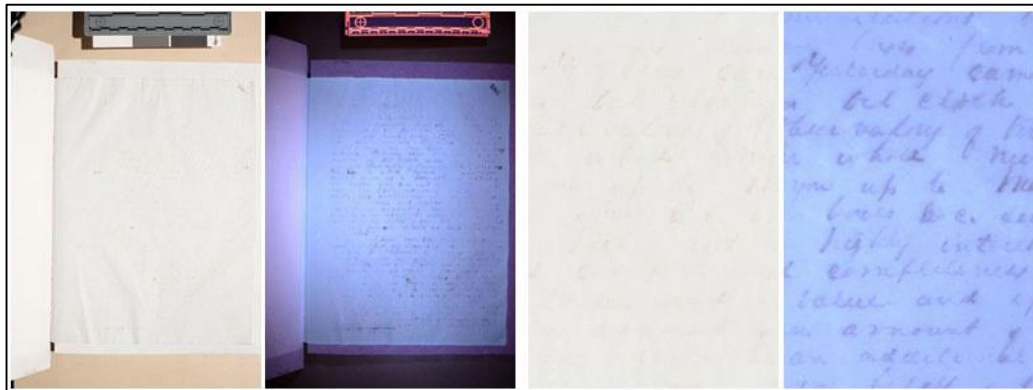
Zdjęcie Słońca w zakresie UV. Promienie UV-B (280-315 nm) i UV-C (100-280 nm) są pochłaniane w atmosferze przez warstwę ozonową. Promieniowanie UV-A 315-400 nm, mniej szkodliwe niż UV-BC dociera do powierzchni Ziemi.



W lampie fluorescencyjnej (świetlówce) światło emitowane jest przez luminofor wzbudzony przez promieniowanie UV, powstałe wskutek wyładowania w rurze wypełnionej gazem.



Próbki minerałów świecące w różnych długościach fali przy oświetleniu przez promieniowanie UV



Fale elektromagnetyczne

Promienie Roentgena

Zdjęcie dłoni żony Roentgena - pierwsze zdjęcie rentgenowskie ludzkiego ciała.



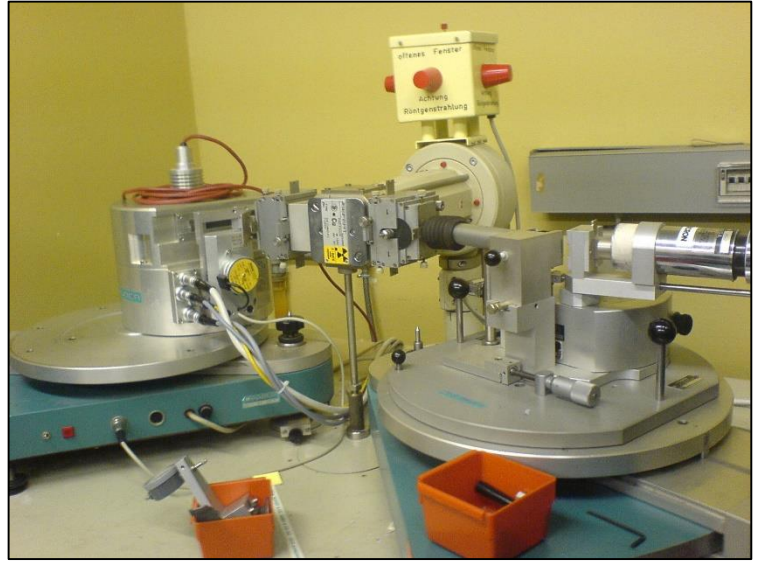
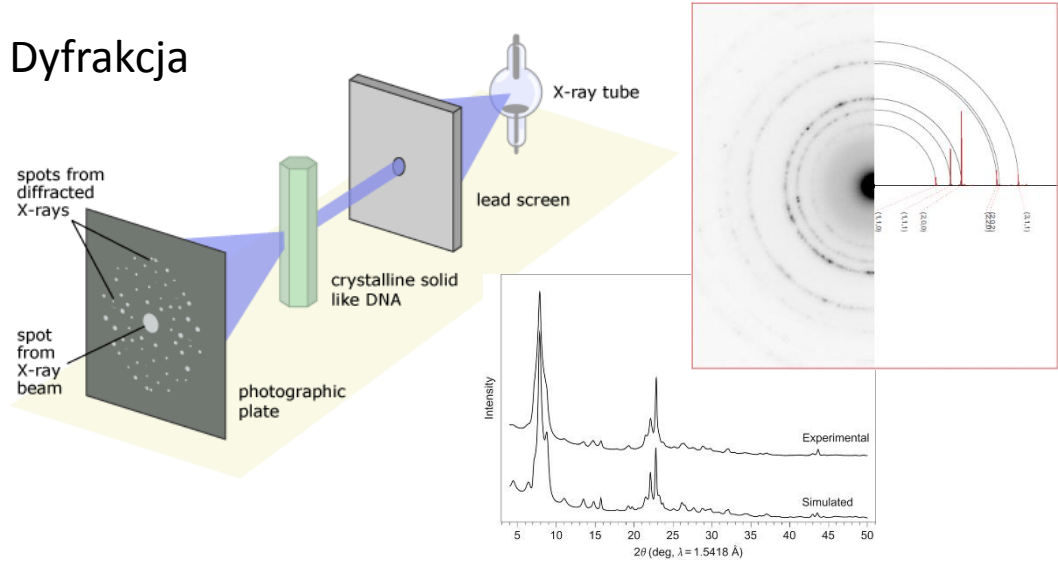
Fluoroskop do przymierzania butów. Ok. 1930-1940.



3. X-RAY FITTING TEST

LEFT	GOOD	RIGHT
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
RIGHT WAY	FAIR	WRONG WAY
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	POOR	<input type="checkbox"/>

Dyfrakcja



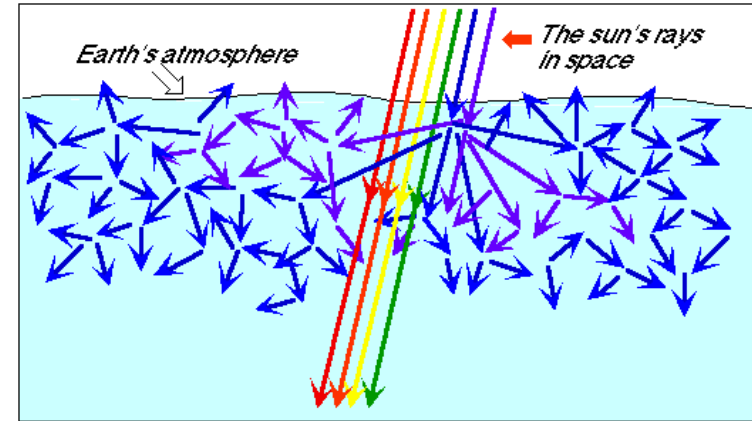
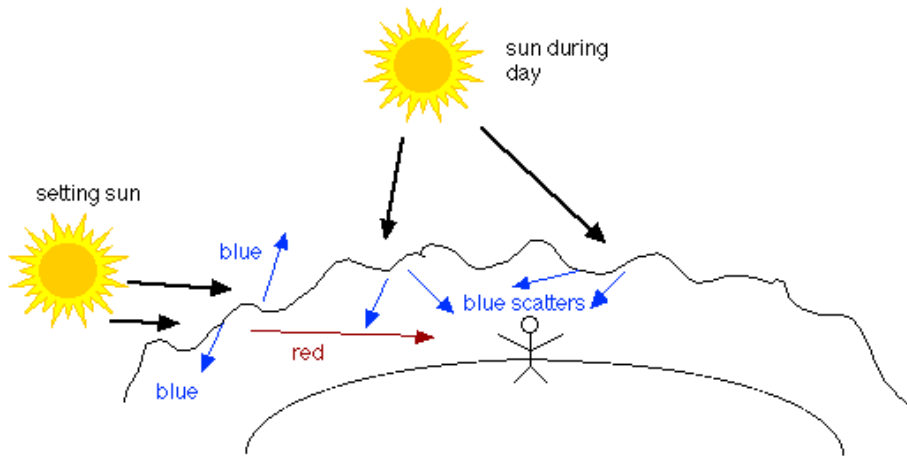
Fale elektromagnetyczne

Światło widzialne: Rozpraszanie Rayleigha

Rozpraszanie Rayleigha to rozpraszanie światła na cząsteczkach o rozmiarach mniejszych od długości fali rozpraszanego światła.

Rozproszenie światła zależy silnie od długości fali świetlnej (odwrotność w 4. potęgze).

Światło jest rozpraszane we wszystkich kierunkach,



Fale elektromagnetyczne

Prędkość rozchodzenia się fali

Rozpatrujemy przestrzeń bez ładunków, prądów, materiałów magnetycznych, dielektryków itp.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Równania Maxwella} \\ \text{dla próżni} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \nabla \times \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \Rightarrow \nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\mu_r \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad \nabla \times \vec{H} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \nabla \times \vec{H} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = -\mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot \underbrace{(\nabla \cdot \vec{H})}_{=0} - \underbrace{(\nabla \cdot \nabla)}_{=\nabla^2} \vec{H} = -\nabla^2 \vec{H}$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \vec{H} = -\mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (\text{oraz analogiczne równanie dla wektora } \vec{E})$$

**Równanie
falowe dla
fal
elektroma-
gnetycznych**

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\nabla^2 \vec{H} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \\ -\nabla^2 \vec{E} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right. \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}}$$

Z równań Maxwella wynika równanie falowe dla fal elektromagnetycznych

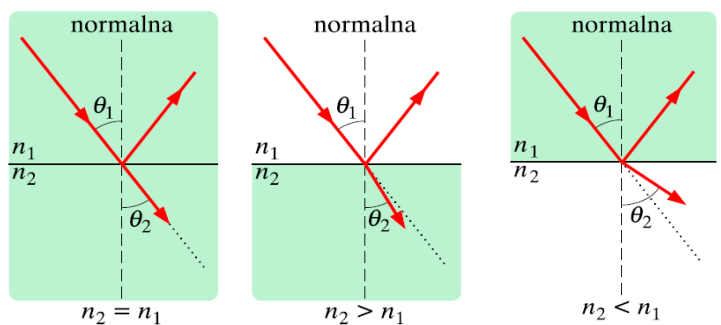
Optyka geometryczna

Zasada Fermata

Światło przebiegając między dwoma punktami wybiera zawsze taką drogę, by czas na to zużyty był ekstremalny (zwykle najkrótszy).

Zasada ta wyjaśnia prostoliniowy bieg światła w środku jednorodnym bo linia prosta odpowiada minimum drogi, a tym samym i minimum czasu. Prawa odbicia i załamania są konsekwencją tej zasady.

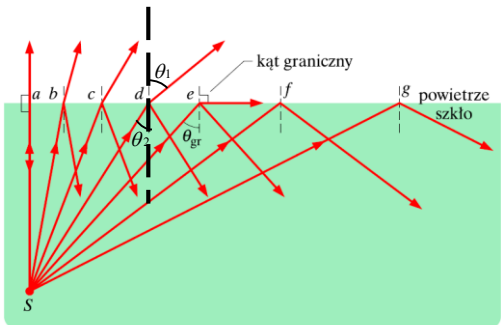
Prawo odbicia i załamania



$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

- promień padający, odbity i załamany oraz normalna padania leżą w jednej płaszczyźnie
- kąt padania jest równy kątowi odbicia
- stosunek sinusów kąta padania i kąta załamania jest wielkością stałą dla danych dwu ośrodków i określonej długości fali; nazywamy go współczynnikiem załamania ośrodka 2 względem 1.

Całkowite wewnętrzne odbicie

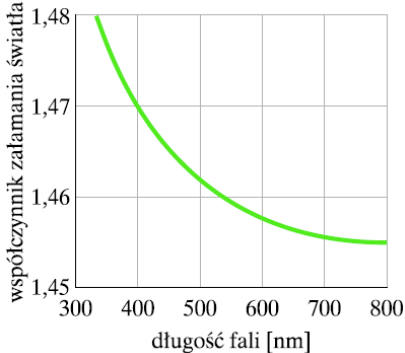


$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \theta_{gr}}$$

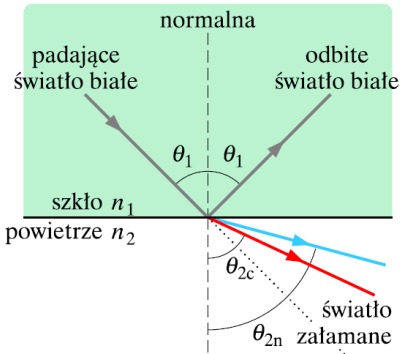
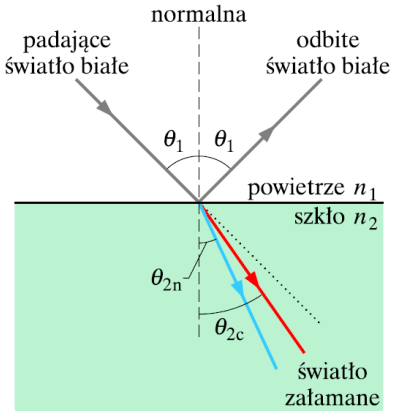
$$n_{21} = \frac{1}{\sin \theta_{gr}}$$

Optyka geometryczna

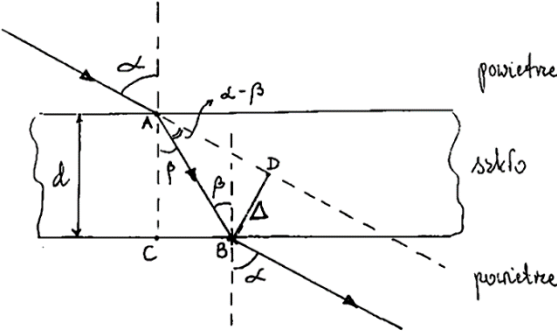
Rozszczepienie światła



$n = f(\lambda)$ dla topionego kwarcu



Dwójłomność



Kierunek promienia nie ulega zmianie przy przejściu przez płytkę. Następuje przesunięcie promienia

$$BD = AB \sin(\alpha - \beta)$$

$$AB = \frac{AC}{\cos \beta} = \frac{d}{\cos \beta}$$

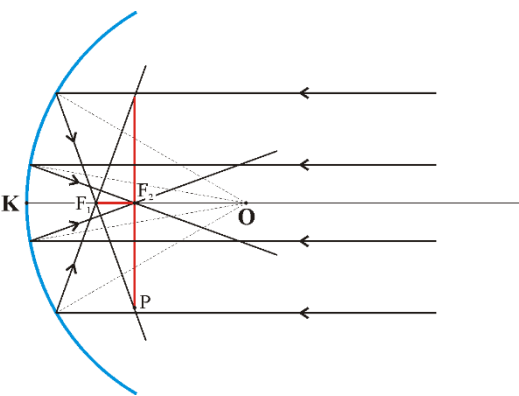
$$\Delta = \frac{d}{\cos \beta} \sin(\alpha - \beta)$$

$$BD = \frac{d}{\cos \beta} \sin(\alpha - \beta)$$

Wielkość przesunięcia jest wprost proporcjonalna do grubości płytki d oraz zależy od wartości kąta padania promienia i współczynnika załamania.

Optyka geometryczna

Aberracja podłużna i poprzeczna



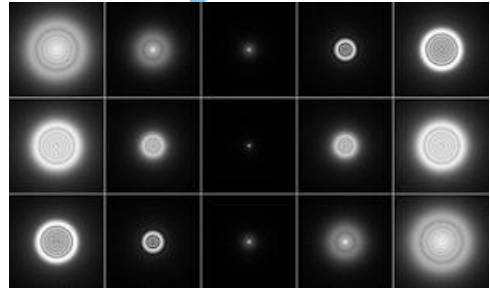
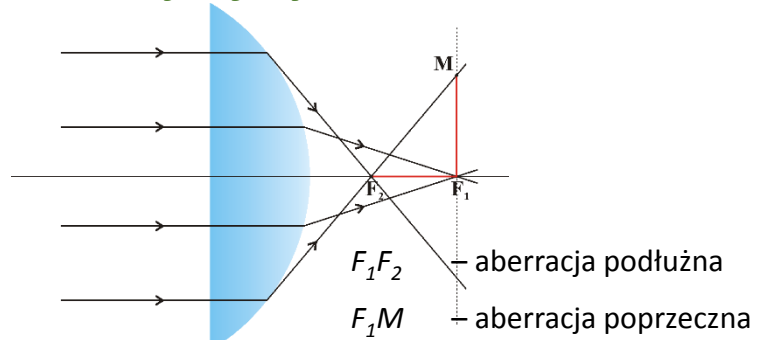
Promienie biegnące dalej od osi zwierciadła przecinają się bliżej wierzchołka zwierciadła.

Promienie skrajne wiązki przecinają się w punkcie F_1 leżącym bliżej wierzchołka zwierciadła.

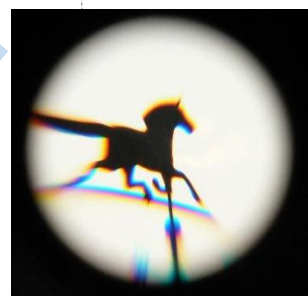
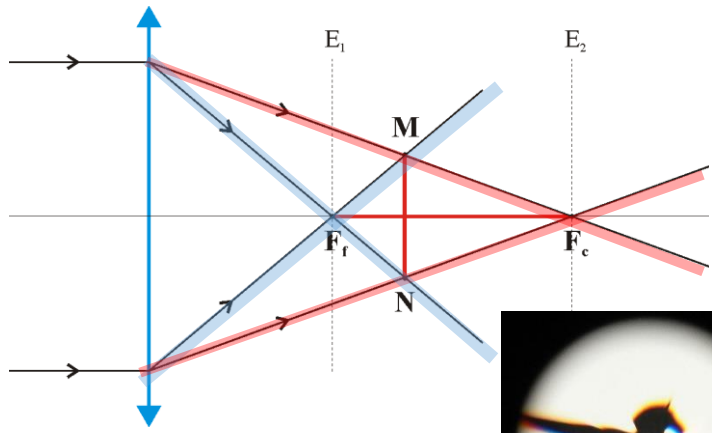
Odległość F_1F_2 nazywamy aberracją podłużną zwierciadła.

Na ekranie ustawionym w punkcie F_2 powstaje jasny krążek o promieniu F_2P – koło rozproszenia. F_2P – aberracja poprzeczna.

Aberracja sferyczna



Aberracja chromatyczna



$$f_f = \frac{1}{(n_f - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

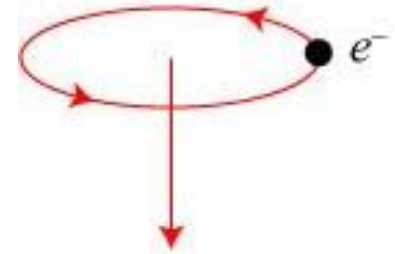
$$f_c = \frac{1}{(n_c - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

Magnetyzm ciała stałego

Magnetyczny moment spinowy: $(\mu_s)_z = -g_s \mu_B m_s$, $\mu_s = -928 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$

Orbitalny moment magnetyczny: $\mu_L = -g_L \mu_B \frac{L}{h}$

Całkowity magnetyczny moment dipolowy: $\mu_J = g_J \mu_B \frac{J}{S}$

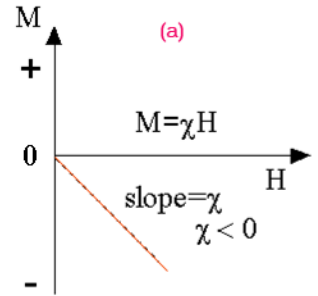
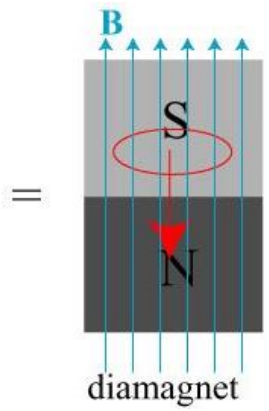
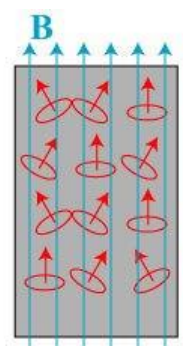
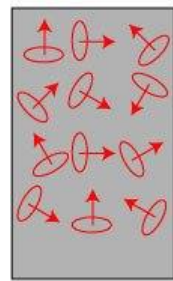
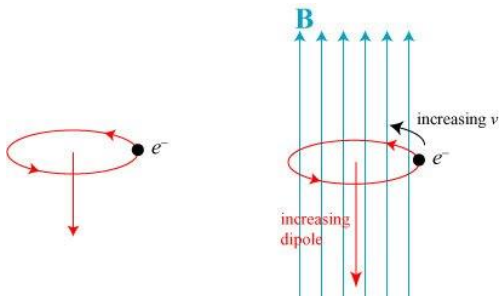


$$E_T = kBT \quad (k_B = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K})$$

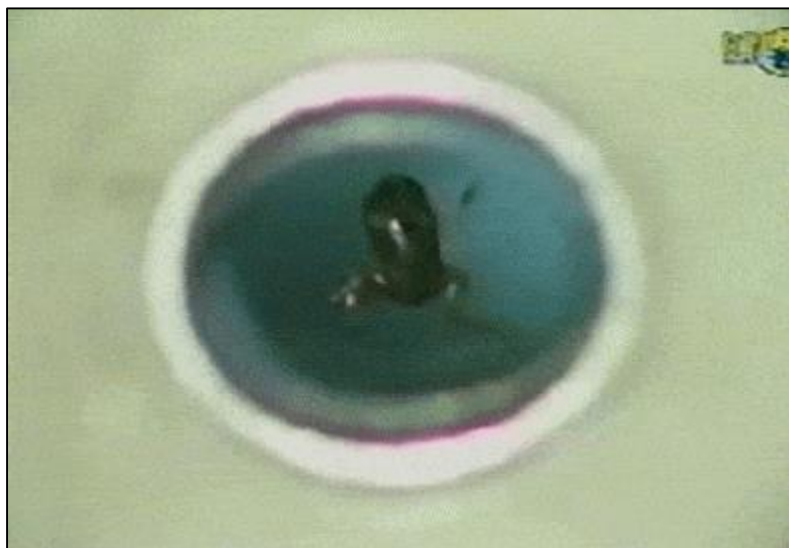


Magnetyzm ciała stałego

Diamagnetyzm - zjawisko polegające na indukcji w ciele stałym znajdującym się w zewnętrznym polu magnetycznym - pola przeciwnego do pola zewnętrznego; przyczyną diamagnetyzmu jest oddziaływanie zewnętrznego pola magnetycznego z orbitalnym momentem magnetycznym (wynikającym z ruchu elektronów po orbitach w atomach) co powoduje powstanie pola magnetycznego skierowanego przeciwnie do pola zewnętrznego. diamagnetyzm występuje prawie we wszystkich materiałach, ale zwykle jest maskowany przez silniejszy paramagnetyzm.

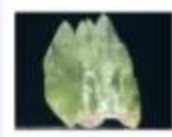
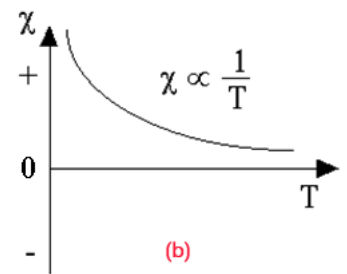
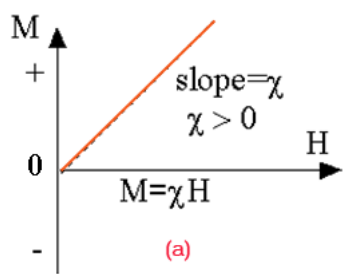
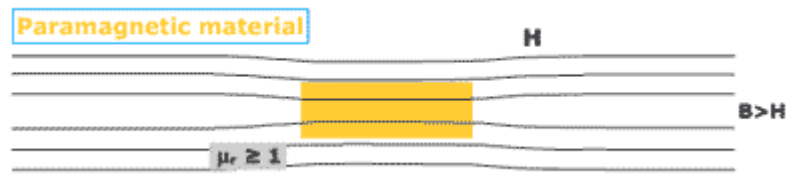
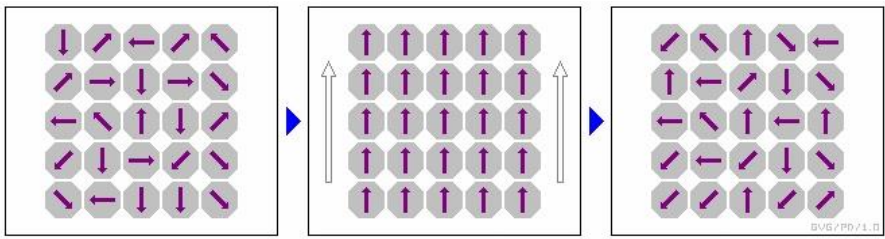


Material	Chemical Formula	Chi (approx.)
Quartz	(SiO ₂)	-(13-17) · 10 ⁻⁶
Calcite	(CaCO ₃)	-(8-39) · 10 ⁻⁶
Graphite	(C)	-(80-200) · 10 ⁻⁶
Halite	(NaCl)	-(10-16) · 10 ⁻⁶
Sphalerite	(ZnS)	-(0.77-19) · 10 ⁻⁶



Magnetyzm ciała stałego

Paramagnetyzm - zjawisko polegające na magnesowaniu się makroskopowego ciała w zewnętrznym polu magnetycznym w kierunku zgodnym z kierunkiem tego pola. Paramagnetyk, jest przyciągany przez magnes ale słabiej niż ferromagnetyk. W normalnych warunkach i dla słabych pól, paramagnetyki wykazują liniową wielkość namagnesowania od zewnętrznego pola, χ - podatność magnetyczna; Źródłem paramagnetyzmu jest ustawianie się spinów elektronów zgodnie z liniami pola zewnętrznego pola magnetycznego;



Olivine $(Fe,Mg)_2SiO_4$ $1.6 \cdot 10^{-3}$



Montmorillonite (clay) $0.34 \cdot 10^{-3}$



Siderite $(FeCO_3)$ $1.3-11.0 \cdot 10^{-3}$



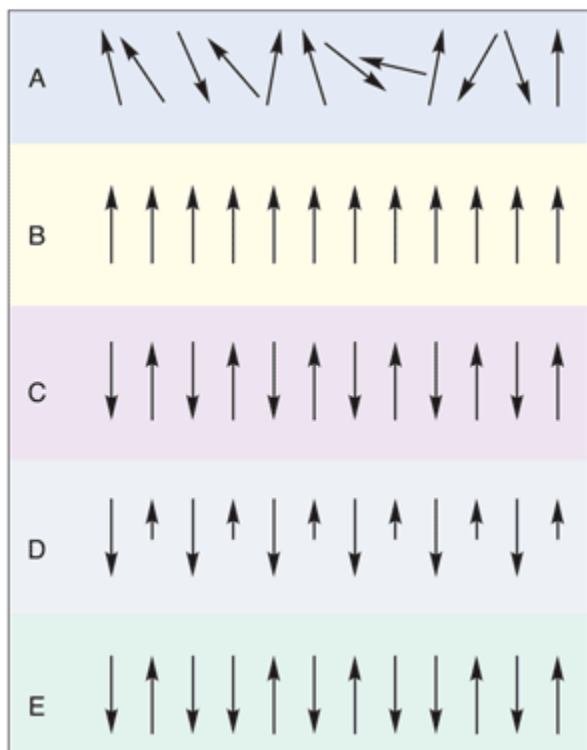
Serpentinite $(Mg_3Si_2O_5(OH)_4)$ $3.1-75.0 \cdot 10^{-3}$



Chromite $(FeCr_2O_4)$ $3-120 \cdot 10^{-3}$

Data from Hunt

Magnetyzm ciała stałego



Paramagnetyzm

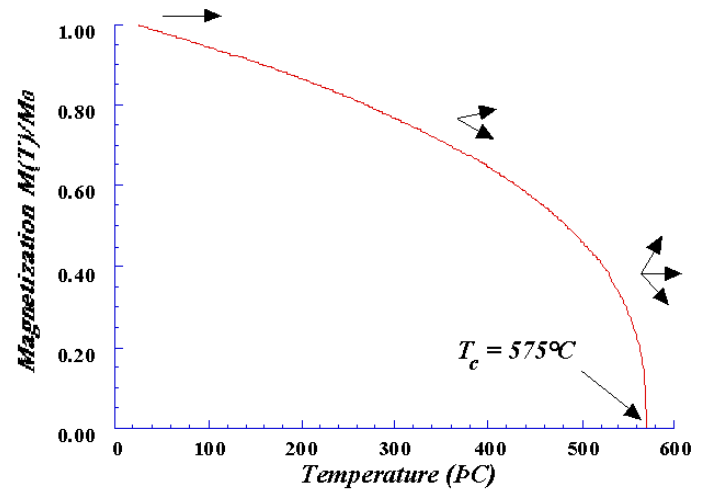
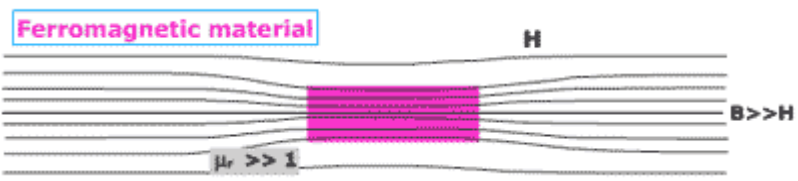
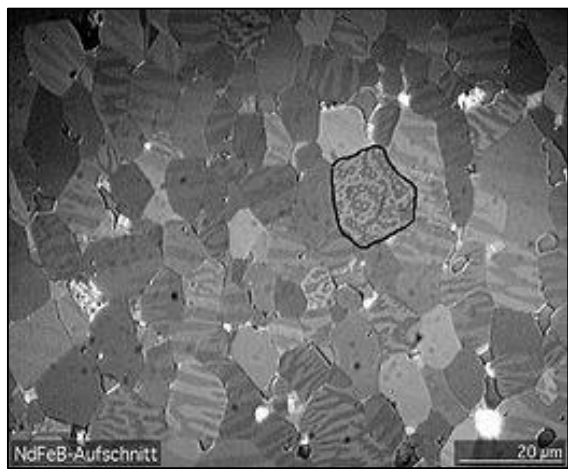
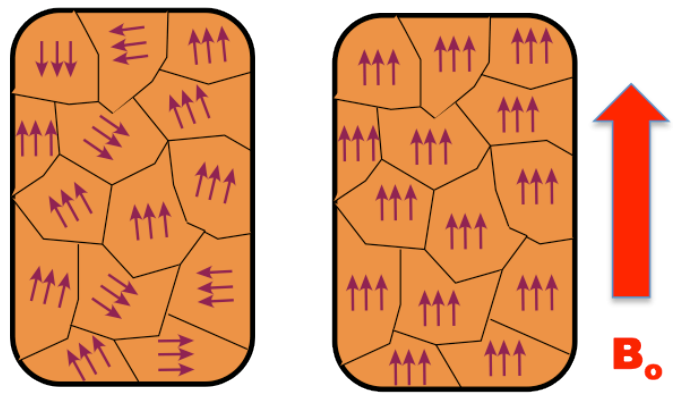
Ferromagnetyzm – zjawisko spontanicznego (własnego) namagnesowania materii.

Antyferromagnetyzm – antyrównoległe (kompensujące się) porządkowanie momentów magnetycznych atomów w podsieciach struktury krystalicznej.

Ferrimagnetyzm – antyferromagnetyzm nie do końca skompensowany

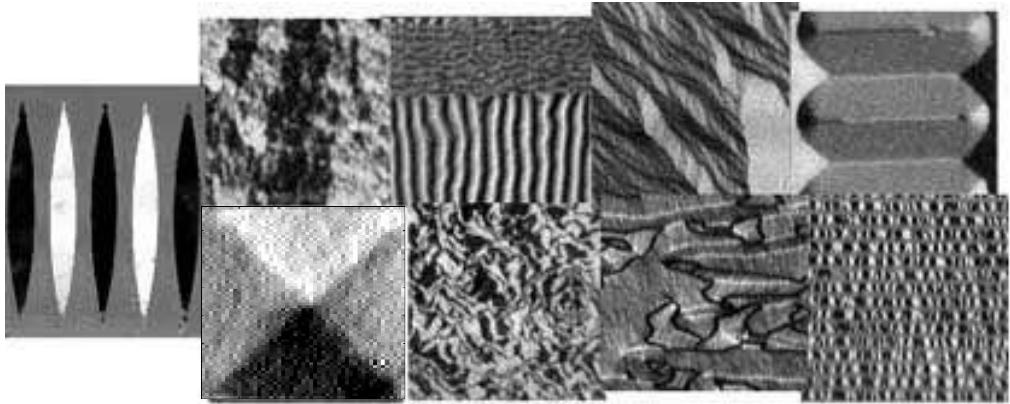
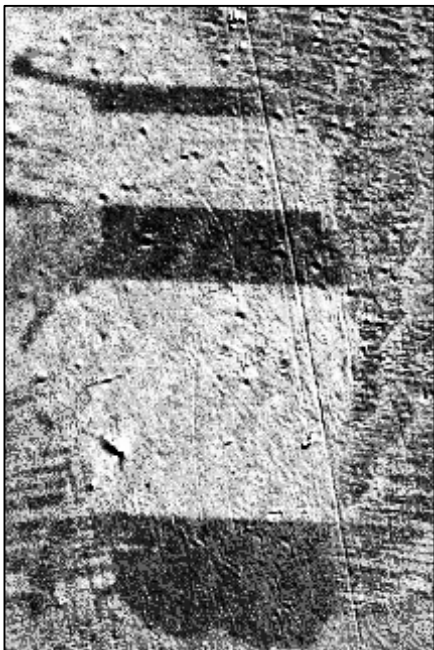
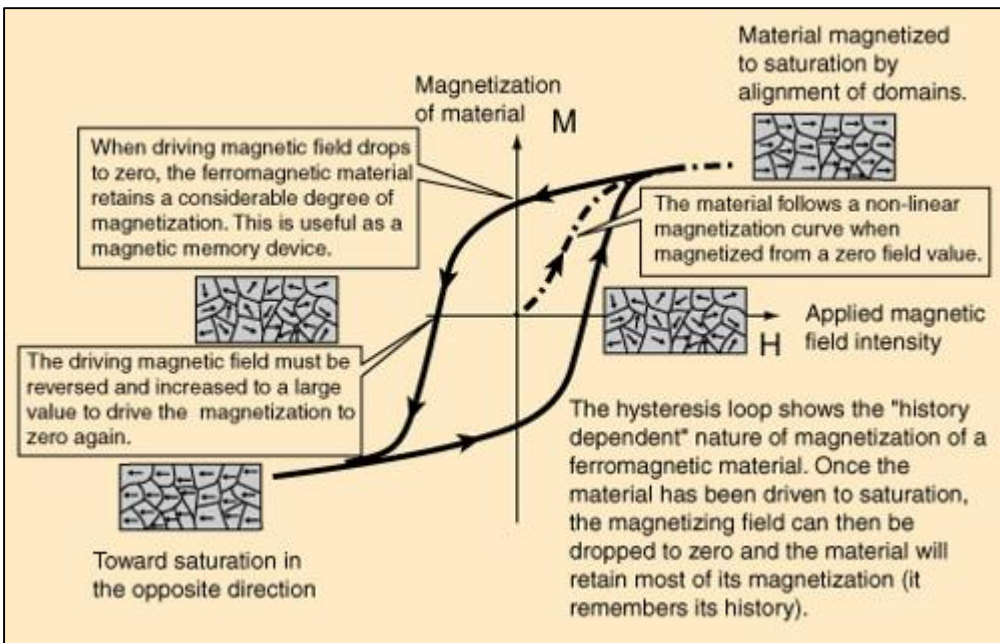
Magnetyzm ciała stałego

Ferromagnetyzm – zjawisko spontanicznego (własnego) namagnesowania materii.



Material	T_c [K]	m_m
Fe	1043	2.22
Co	1388	1.72
Ni	627	0.606
Gd	292	7.63
Dy	88	10.2
CrO ₂	386	2.03
MnAs	318	3.4
MnBi	630	3.52 + 3.6 Mn - 0.15 Bi
EuO	69	6.8
NiO / Fe (Ferrit)	858	2.4
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	560	5.0

Magnetyzm ciała stałego



Magnetizm ciała stałego

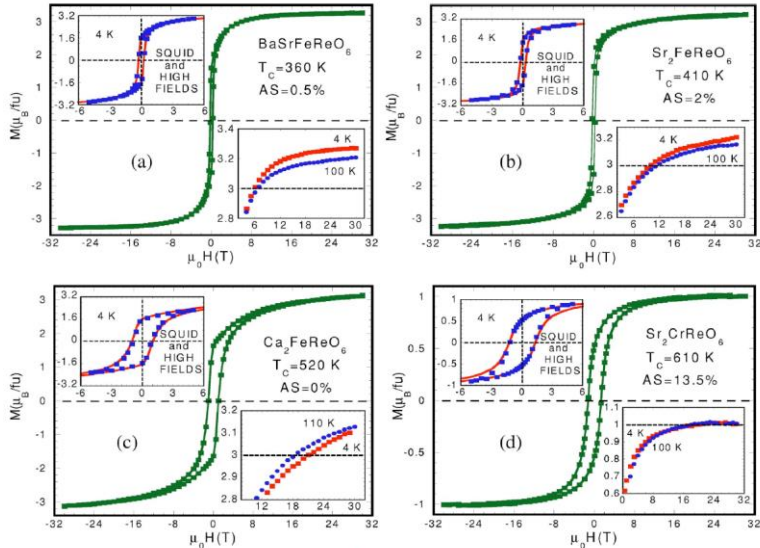


FIG. 1. (Color online) (a) Magnetization hysteresis loop at 4 K up to 30 T of $BaSrFeReO_6$. Bottom inset: zoom in of the magnetization in the vicinity of 30 T. The line marks the value expected for the saturation magnetization without orbital contribution to the magnetization. Top inset: comparison between the magnetization results obtained with SQUID up to 5 T (squares) and the results obtained in the high-field installation (line). (b) The same for Sr_2FeReO_6 . (c) The same for Ca_2FeReO_6 . (d) The same for Sr_2CrReO_6 .

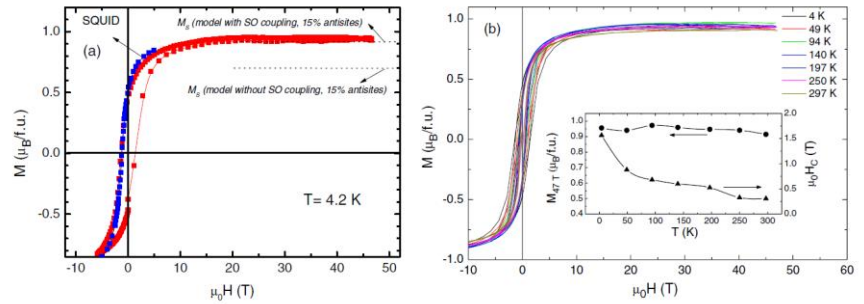
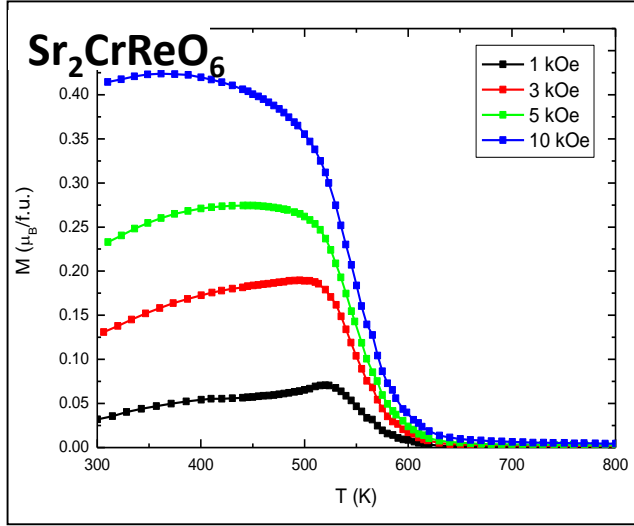
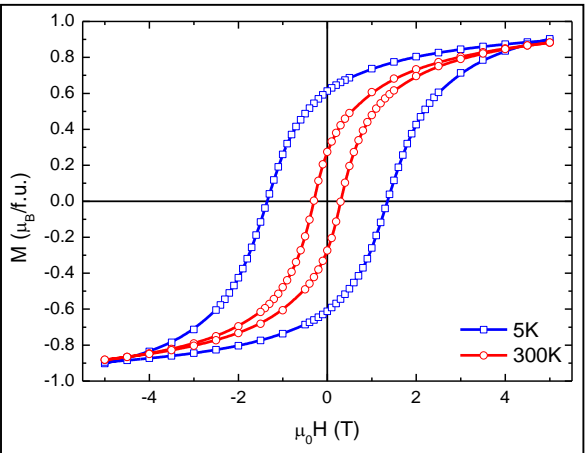
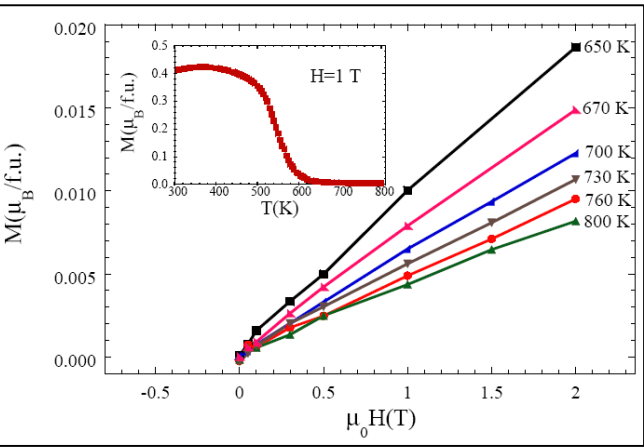


Fig. 3: (a) Magnetization vs. applied magnetic field at $T = 4.2$ K measured with a SQUID magnetometer up to 5 T and with pulsed magnetic fields up to 47 T. The dashed lines show the expected saturation magnetization value with Cr/Re antisite disorder of 15% in a simple model without spin-orbit (SO) coupling as well as in a model with SO coupling. (b) Magnetization vs. applied magnetic field (up to 47 T) at temperatures ranging between 4.2 K and 297 K. The inset shows the saturation magnetization and the coercive field vs. temperature extracted from such measurements.

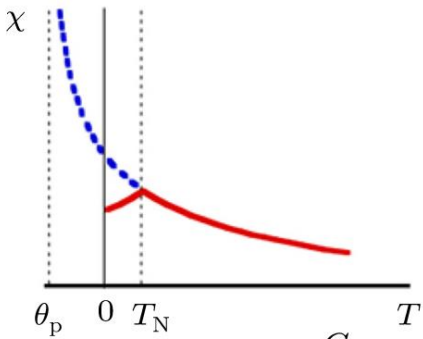


Magnetyzm ciała stałego

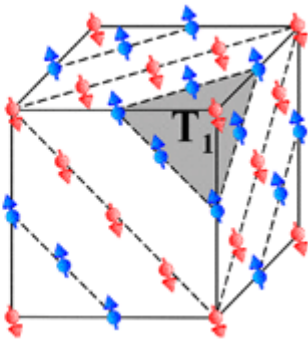
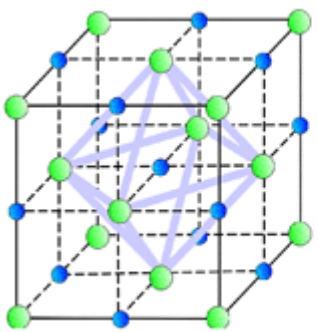
Antiferromagnetism



exchange
integral < 0



$$\chi_m(T \gg T_N) = \frac{C_p}{T + \theta_p}$$



Material	T_C [K]
Cr	308
MnO	116
MnS	160
NiO	525
FeCl ₂	24
FeO	198
CoCl ₂	25
CoO	291
NiCl ₂	50
NiO	525