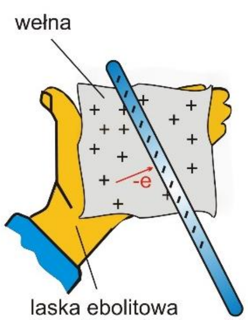
FIZYKA II

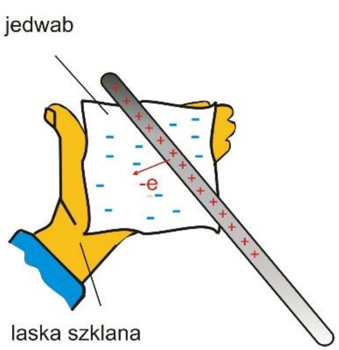
Wykład I

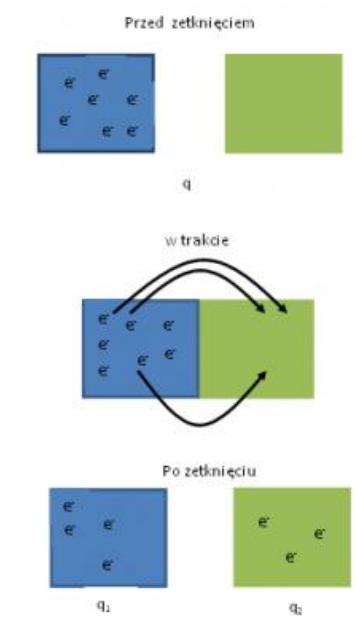
Elektrostatyka

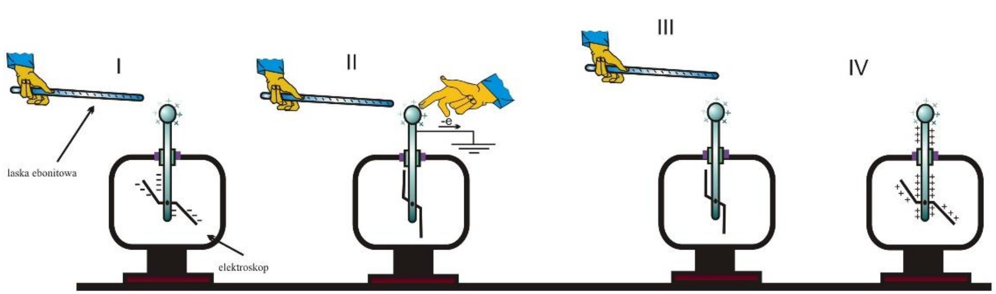
Elektrostatyka – dziedzina fizyki zajmująca się oddziaływaniami pomiędzy nieruchomymi ładunkami elektrycznymi. Oddziaływania te zwane są elektrostatycznymi. **Elektrostatyka** rozpatruje też ładunki poruszające się, o ile pomija się wszystkie efekty wynikające z ruchu ładunków z wyjątkiem zmiany ilości ładunku.

Elektryzowanie ciał przez tarcie, dotyk i indukcję. **Elektryzowanie** ciał może zachodzić przez: tarcie, dotyk lub indukcję. **Elektryzowanie** przez tarcie polega na przejściu elektronów z jednego ciała na drugie. Ciała elektryzują się różnoimiennie.



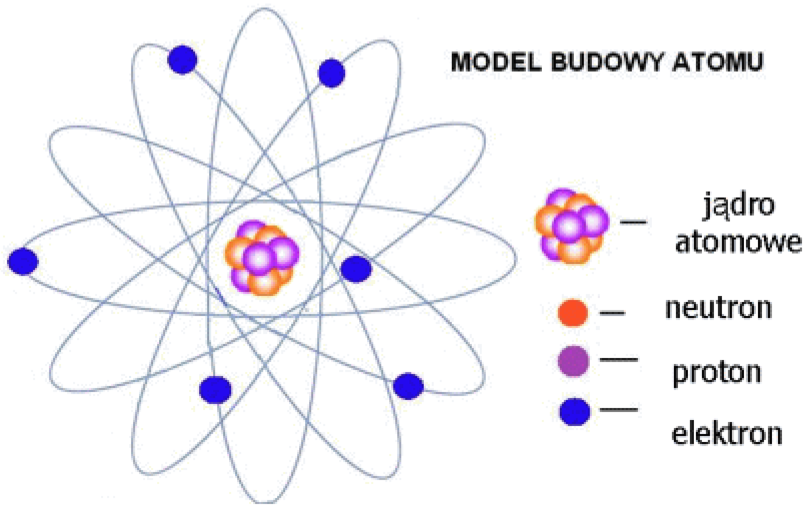






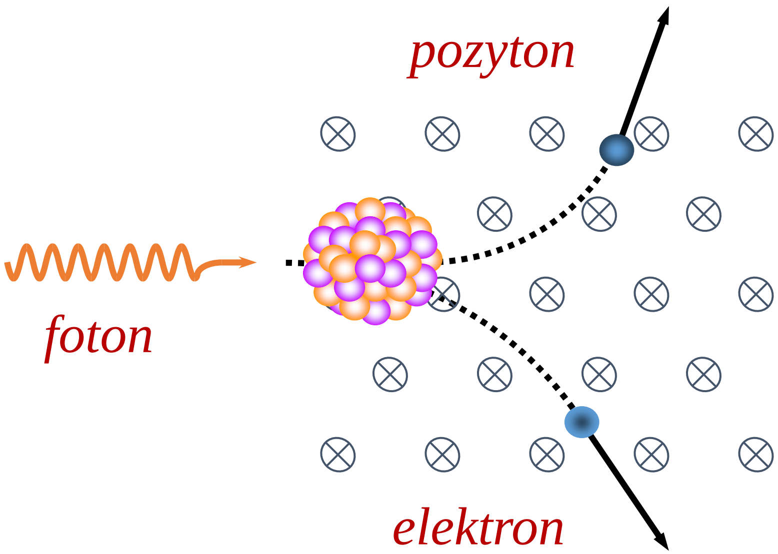
Kwantyzacja ładunku

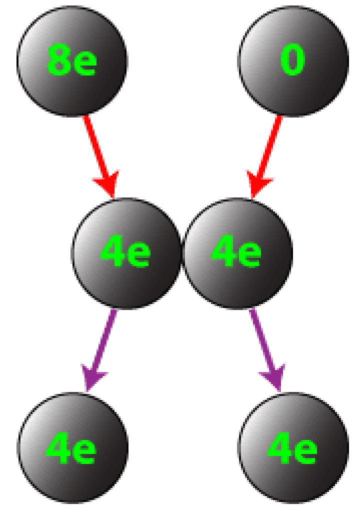
Każdy elektron ma masę = m_e i ładunek = $-e$
Każdy proton ma masę = m_p i ładunek = e
Ładunek elementarny: $e=1{,}602\cdot10^{-19}$ C
Każdy inny ładunek jest wielokrotnością ładunku elementarnego $|Q|= Ne$



Prawo (zasada) zachowania ładunku

Całkowity ładunek układu odosobnionego, tzn. algebraiczna suma dodatnich i ujemnych ładunków występujących w dowolnej chwili, nie może ulegać zmianie: $Q_{całk}=const$





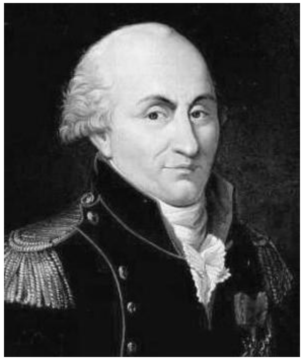
Rozpad promieniotwórczy jądra

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

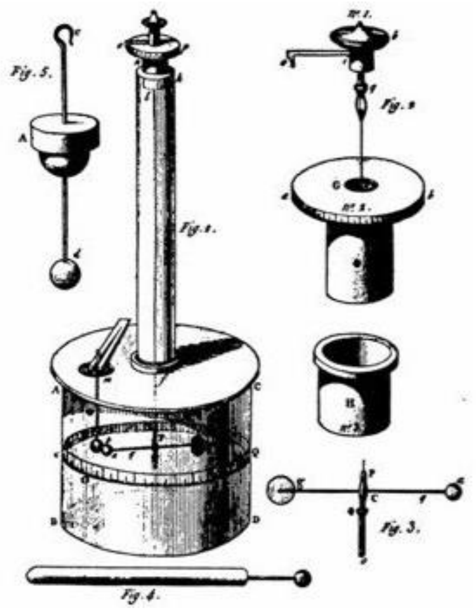
Proces anihilacji elektronu e^- i antycząstki pozytonu e^+: $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$

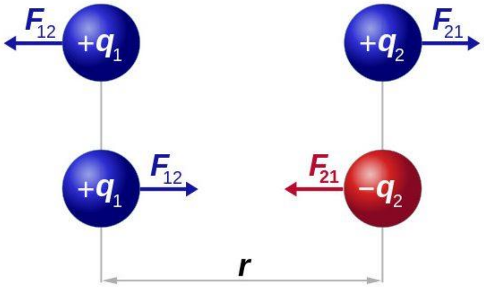
Prawo Coulomba

Charles Augustin de Coulomb



1736-1806





$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

$$\boxed{\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}}$$

Pole elektrostatyczne a pole grawitacyjne

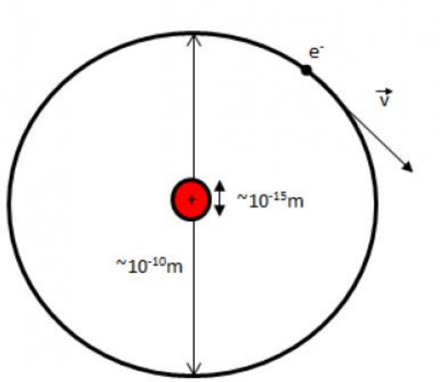
$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

Prawo Coulomba

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$$

Prawo Newtona

Siła grawitacyjna vs siła Coulomba



$m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg

$M_p = 1.7\ 10^{-27}$ kg

$r_B = 5.3\ 10^{-11}$ m

$k = (4\pi\varepsilon_0)^{-1} = 9\mathrm{x}10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$

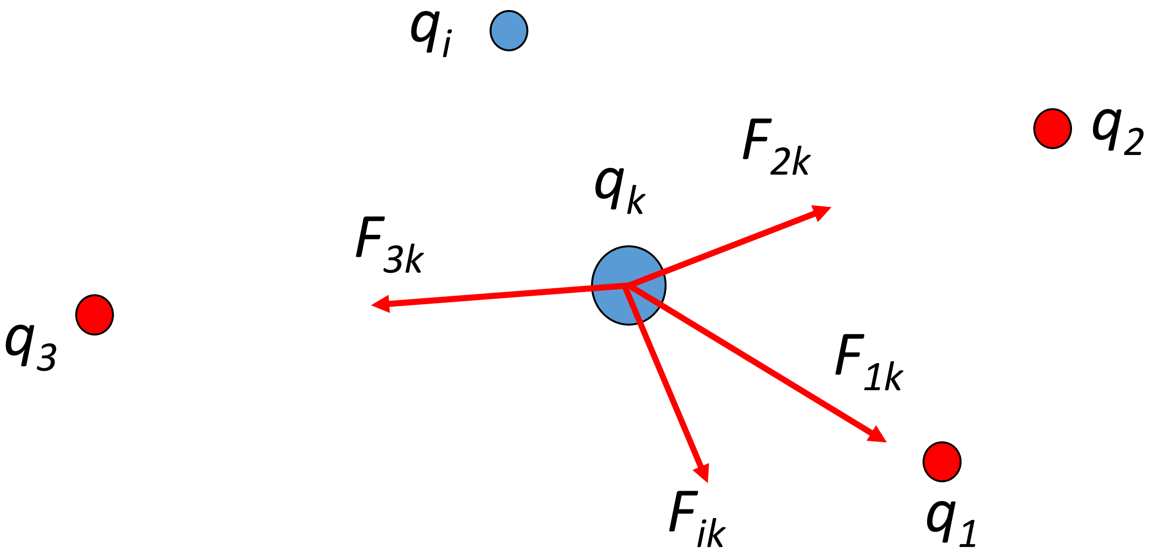
$G = 6.67\mathrm{x}10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg\ s^2)}$

$$\boxed{F_g \cong 1.02\ 10^{-47}\ \mathrm{N}}$$

$$\boxed{F_C \cong 2.3\ 10^{-8}\ \mathrm{N}}$$

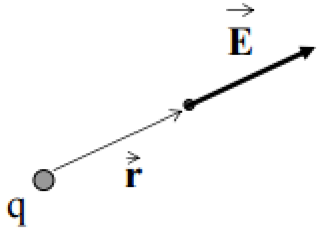
$$\frac{F_C}{F_g} = 2.26\times 10^{39}$$

Zasada superpozycji



$$\vec{F}_{tot} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

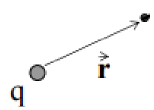
Definicja wektora natężenia pola elektrycznego



$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} \qquad [E] = \left[\frac{V}{m}\right]$$

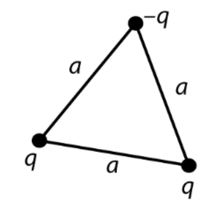
Dla ładunku punktowego

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} = \frac{k\frac{Qq}{r^2}\hat{r}}{q} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



Dla dyskretnego rozkładu ładunku

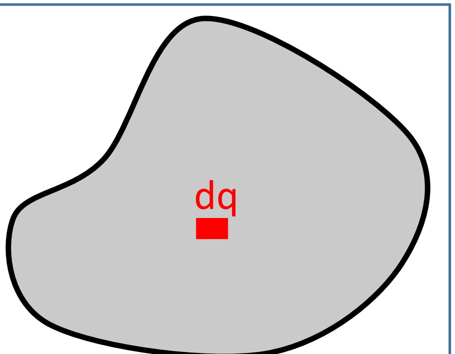
$$\vec{E}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}$$



Dla ciągłego rozkładu ładunku

$$d\vec{E} = k\frac{dQ}{r^2}\hat{r} \qquad \vec{E}(x,y,z) = \int_V \frac{\rho(x',y',z')dx'dy'dz'}{r^2}, \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, \qquad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \qquad \lambda = \frac{dQ}{dL}$$



Energia potencjalna ładunku w polu elektrostatycznym

Każdy ładunek elektryczny umieszczony w polu elektrycznym posiada energię potencjalną, wynikającą z oddziaływania ładunku z tym polem.

Energia potencjalna ładunku w nieskończonej odległości od źródła pola jest równa zeru.

Energia potencjalna ładunku q w punkcie leżącym w skończonej odległości r od źródła pola równa jest najmniejszej pracy, jaką musi wykonać siła zewnętrzna (równoważąca siłę, z jaką pole elektryczne działa na ten ładunek) przy przeniesieniu go z nieskończoności, do tego punktu

$$E_p = W_{(\infty \to r)} = \int_{\infty}^{r} \left(-\vec{F}\right) \cdot d\vec{r} = k\frac{Qq}{r}$$

Potencjał pola elektrycznego

Stosunek energii potencjalnej ładunku w polu elektrycznym do wartości tego ładunku nazywamy **potencjałem pola elektrycznego** w danym punkcie pola i oznaczamy przez V

$$V(r) = \frac{E_p}{q} = k\frac{Q}{r}$$

Dla ładunków punktowych wzór ten jest prawdziwy dla $r \geq 0$.
Dla ładunków ciągłych o rozkładzie sferycznym wzór ten jest prawdziwy dla $r \geq R$.
Dla innych rozkładów ładunku wzór ten jest prawdziwy dla $r \gg R$.

Potencjał elektryczny podlega zasadzie superpozycji. Zatem jeśli pole wytworzone jest przez *n* ładunków, potencjał pola wypadkowego w danym punkcie jest równy sumie potencjałów pochodzących od poszczególnych ładunków.

Związek potencjału pola z natężeniem pola

$$V = V(x, y, z) \Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

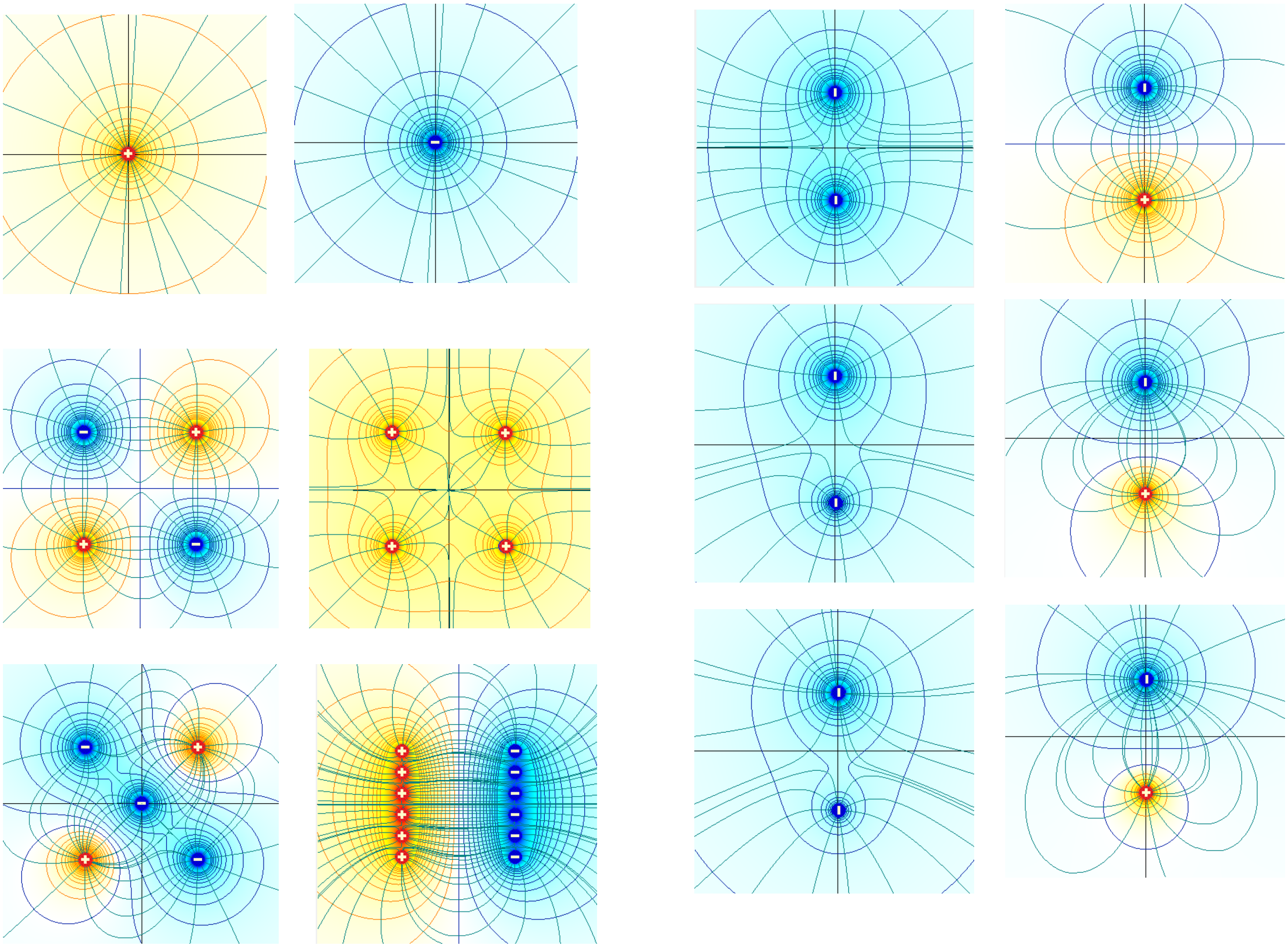
$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k} \right) = -\nabla V$$

Potencjał w danym punkcie pola równy jest liczbowo pracy jaką wykonują siły pola przy przesunięciu jednostkowego ładunku dodatniego z tego punktu do nieskończoności.

$$E_p = V q$$

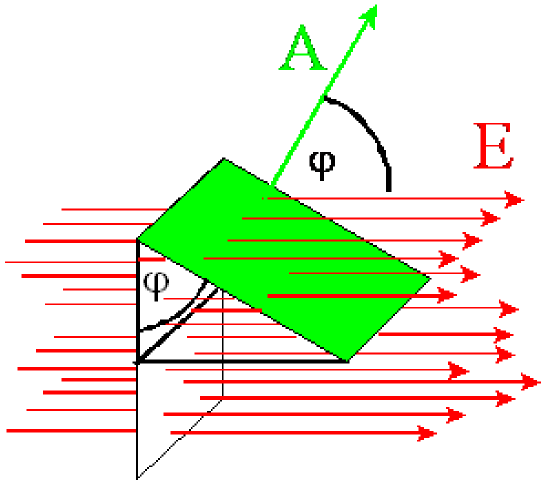
$$W = E_{pA} - E_{pB} = q(V_A - V_B)$$

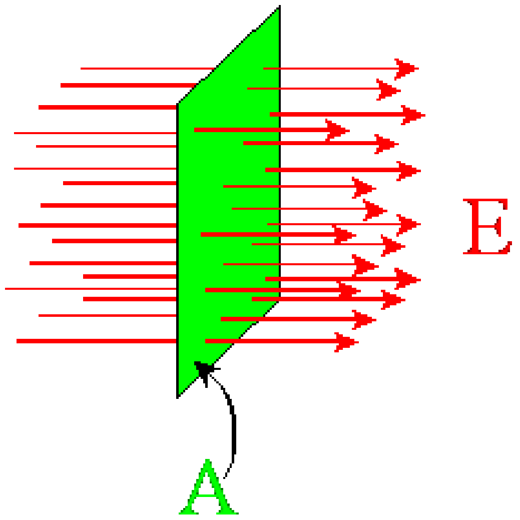
Linie pola, płaszczyzny ekwipotencjalne, potencjał

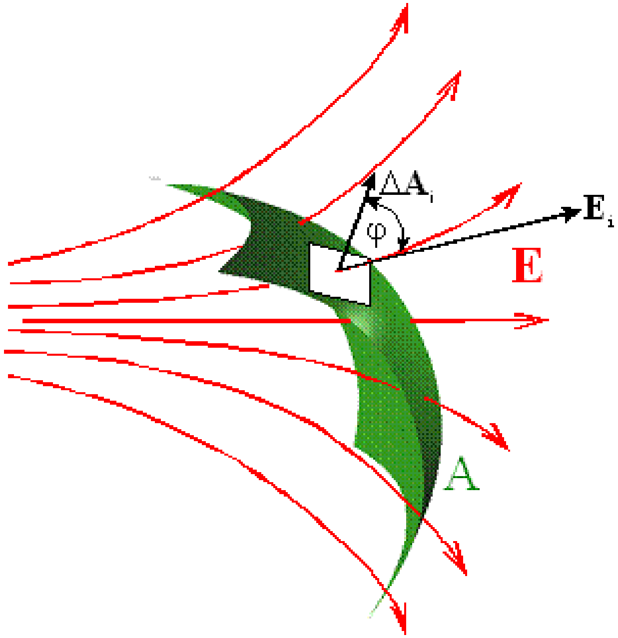


http://open.agh.edu.pl/course/view.php?id=100

Strumień natężenia pola elektrycznego (I)



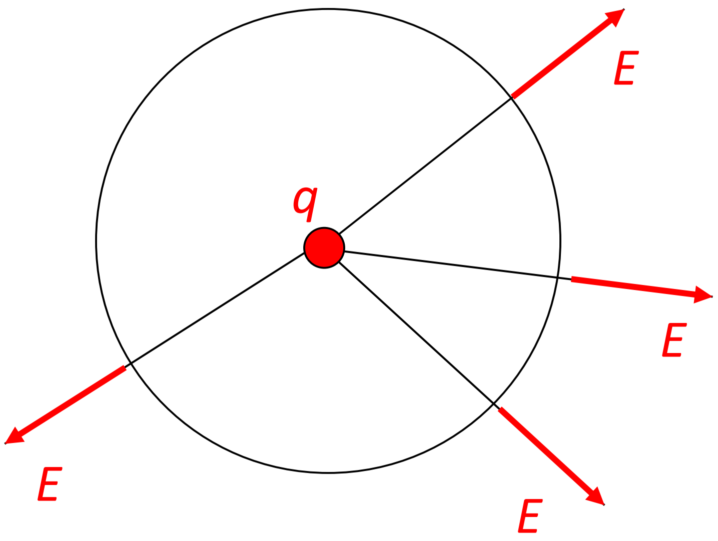




$$\Phi = \int_A \vec{E}\, d\vec{s}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (II)

Ładunek punktowy



$$\Phi = E \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (III): prawo Gaussa

Całkowity strumień pola elektrycznego przez powierzchnię zamkniętą zależy wyłącznie od ładunku elektrycznego zawartego wewnątrz tej powierzchni. Powierzchnię tę nazywamy powierzchnią Gaussa

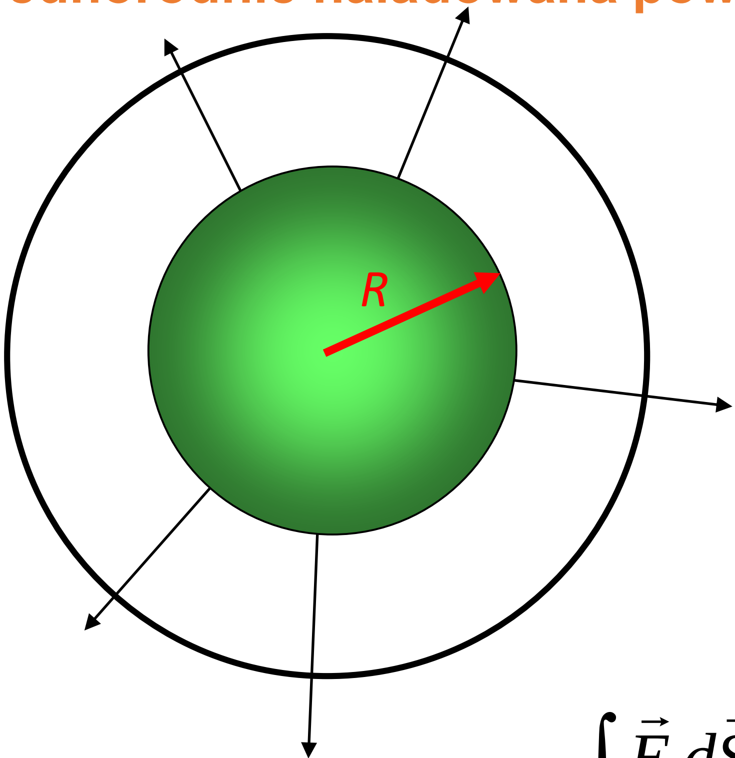
$$\Phi = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0}$$

- Powierzchnia Gaussa jest tworem hipotetycznym, matematyczną konstrukcją myślową,
- Jest dowolną powierzchnią zamkniętą, lecz w praktyce powinna mieć kształt związany w symetrią pola,
- Powierzchnię Gaussa należy tak poprowadzić aby punkt, w którym obliczamy natężenie pola elektrycznego leżał na tej powierzchni.

Strumień natężenia pola elektrycznego (IV): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana powierzchnia kuli



Gęstość powierzchniowa σ

Dla punktów wewnątrz sfery: $E = 0$

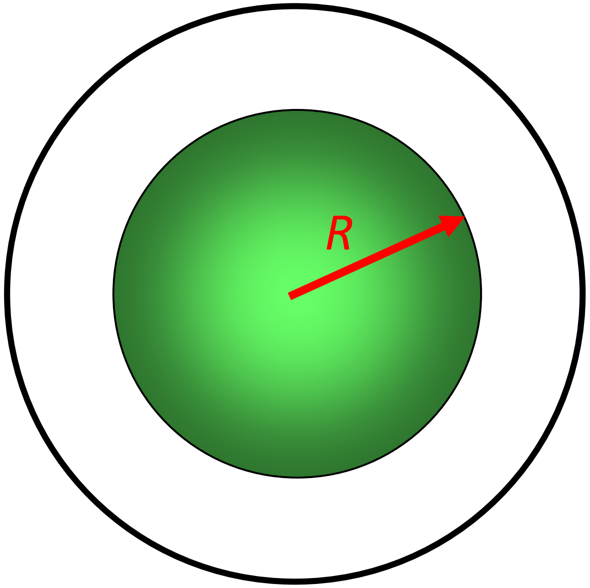
$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_A \sigma\, ds$$

$$\int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \int_S E\, dS = E \int_S dS = E\, 4\pi r^2 = 4\pi R^2 \sigma \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (V): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana kula



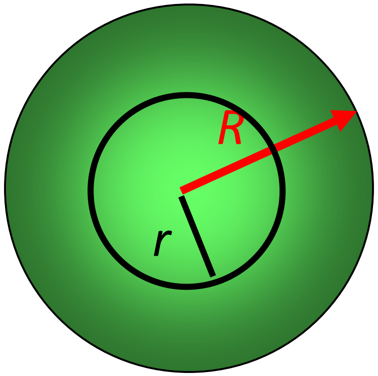
$$q = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

Dla punktów na zewnątrz kuli: $$E = \frac{R^3 \rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (VI): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana kula



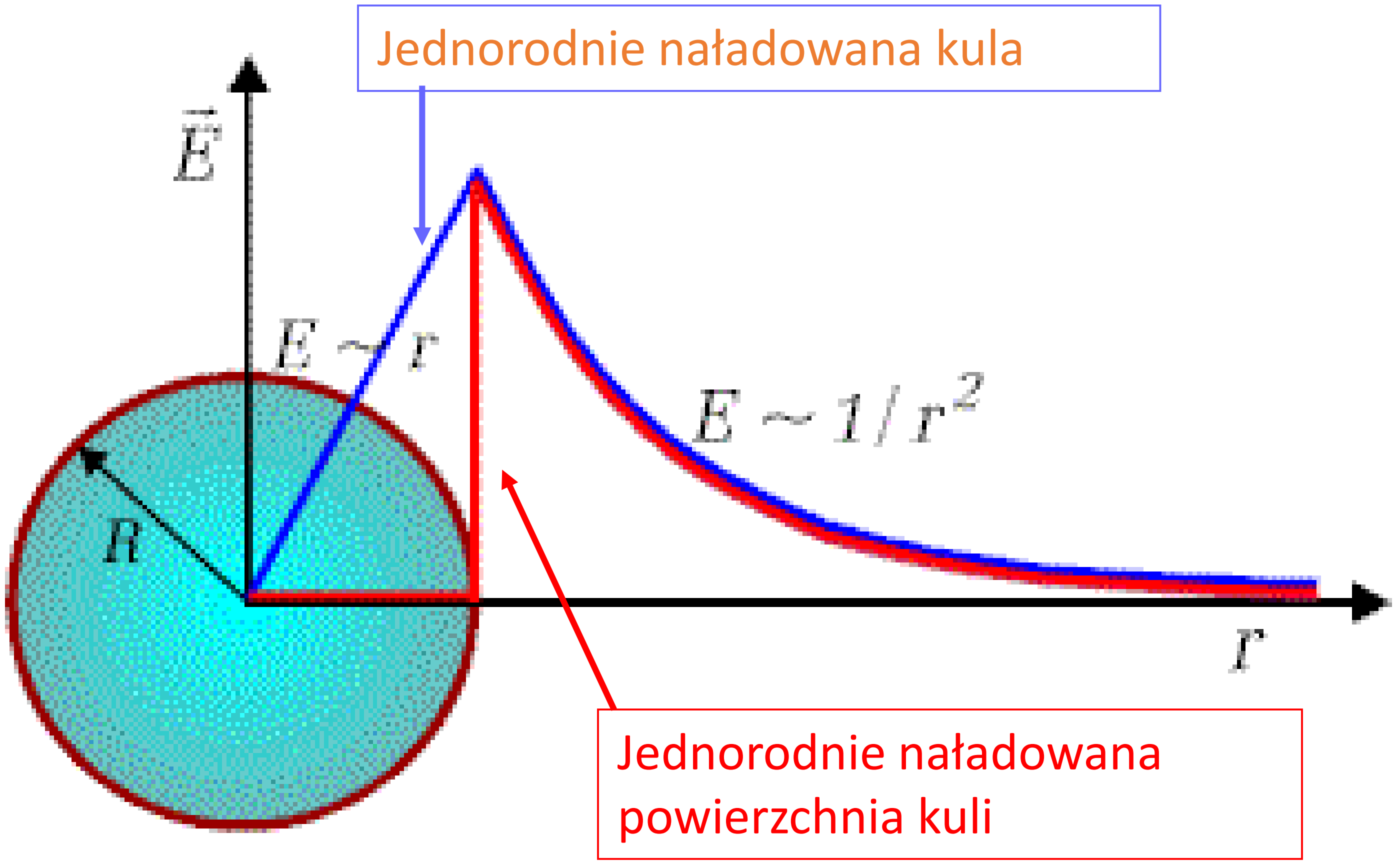
Gęstość objętościowa ρ

$$\int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_S \rho\, dV$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

Dla punktów wewnątrz kuli: $E = \dfrac{r\,\rho}{3\varepsilon_0}$

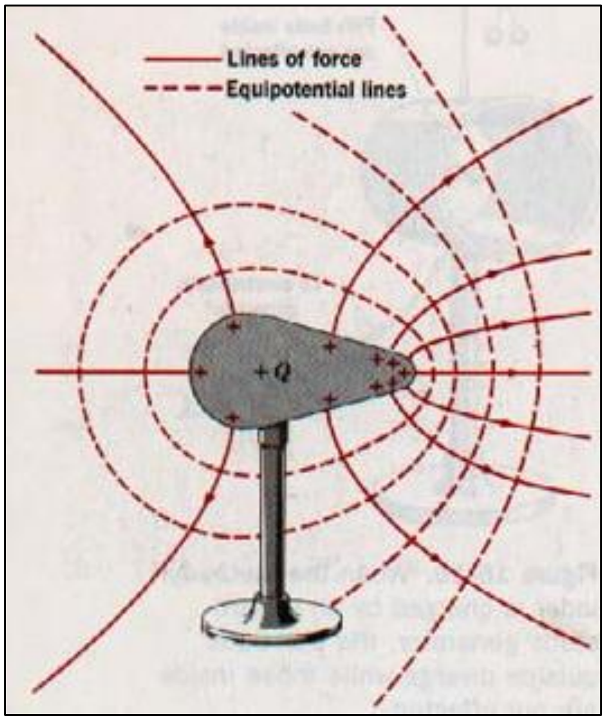
Strumień natężenia pola elektrycznego (VII): prawo Gaussa



Przewodniki w polu elektrycznym

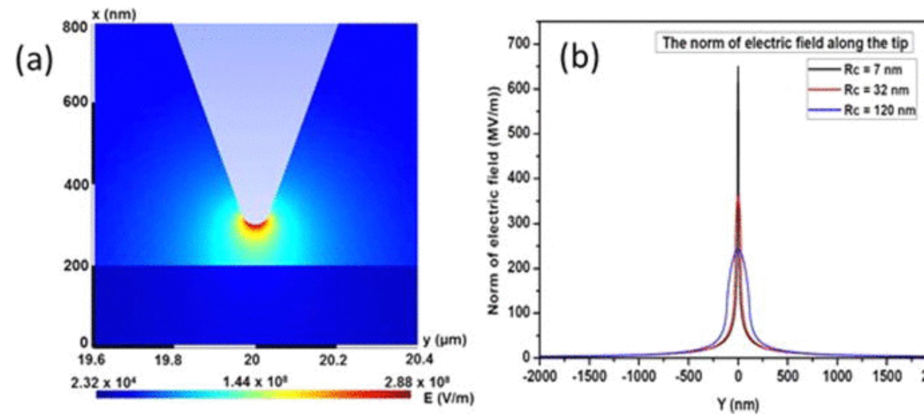
Niezrównoważone ładunki elektryczne rozłożone są jedynie na powierzchni przewodnika.

Objętość przewodnika i jego powierzchnia stanowią obszary ekwipotencjalne.

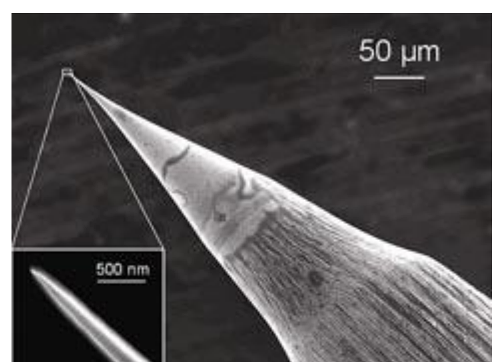


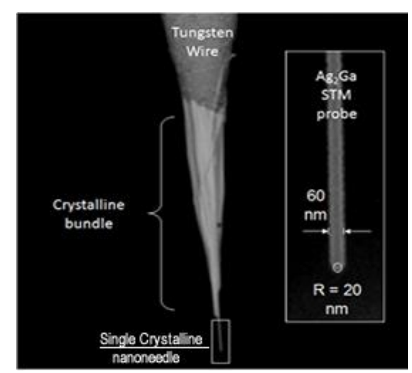
Feynman 1964, Bolton 1974

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\cdot 4\pi r^2}{r} = \frac{\sigma\cdot r}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = V\frac{\varepsilon_0}{r}$$

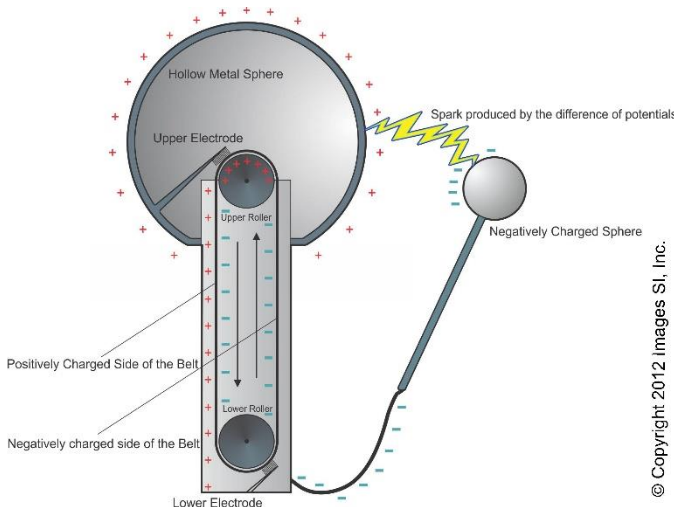


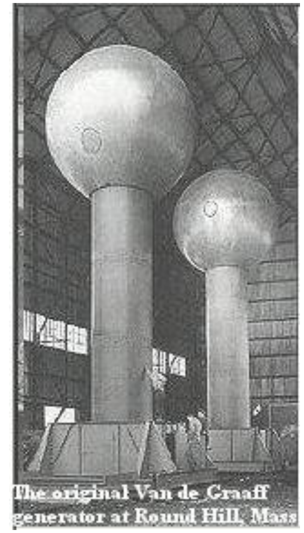
A. Boularas et. al, Journal of Applied Physics 116(084106):1-11





Generator Van de Graaffa

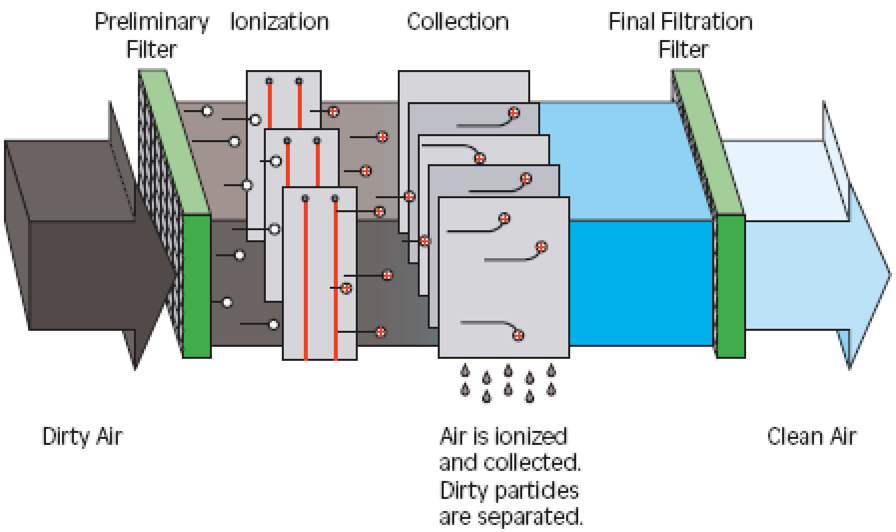


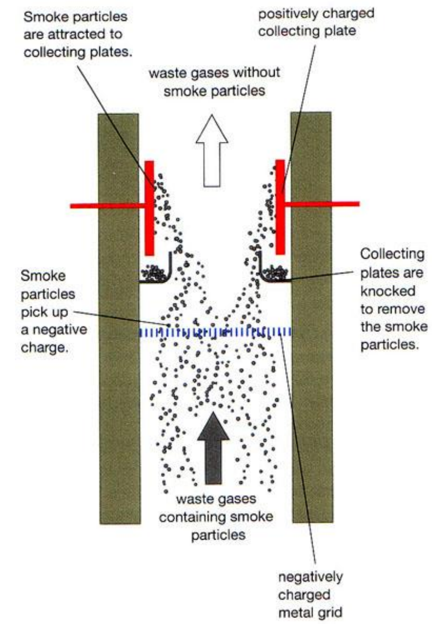


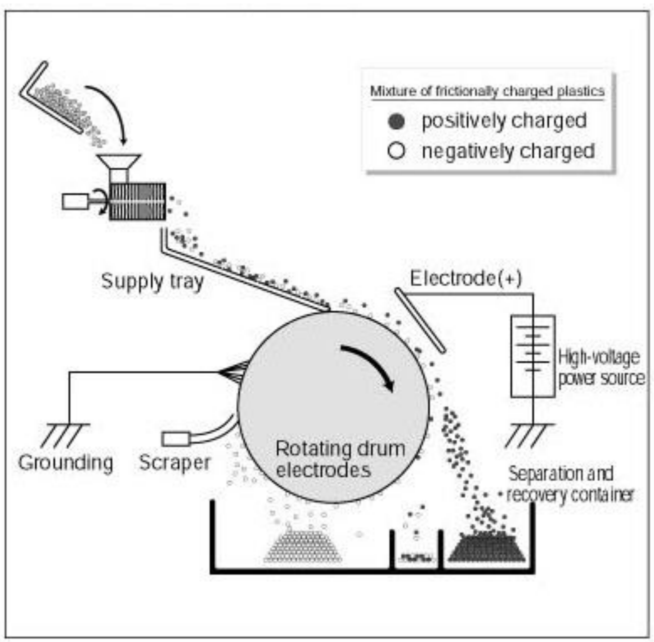
Robert Jemison Van de Graaff

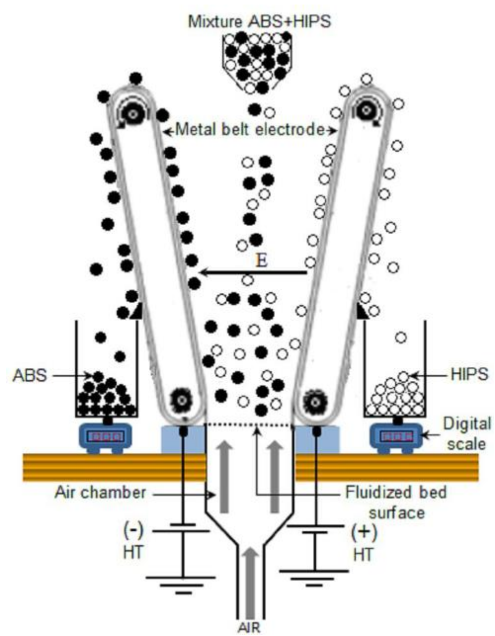
(1901 – 1967)

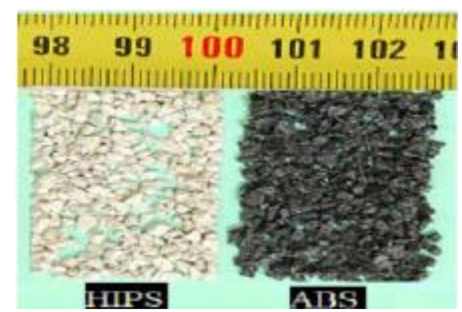
Zastosowania „prostych” układów elektrostatycznych











acrylonitrile-butadiene-styrene (ABS)
high impact polystyrene (HIPS)

Pojemność elektryczna

Zgromadzony ładunek jest proporcjonalny do potencjału (różnicy potencjałów)

$$q = CV \quad q = C\Delta V \quad q = CU$$

Stała proporcjonalności *C* nosi nazwę pojemności elektrycznej

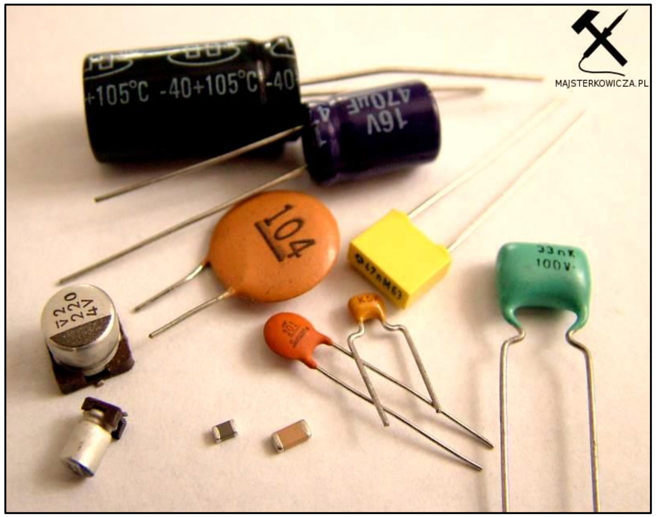
$$C = \frac{q}{V} \quad C = \frac{q}{\Delta V} \quad C = \frac{q}{U} \quad U = \Delta V$$

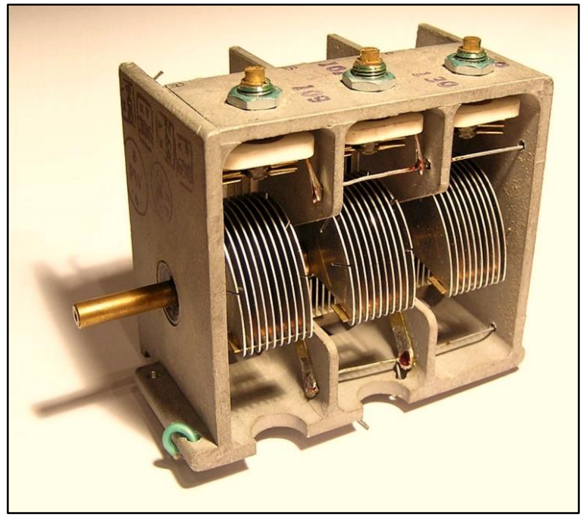
1F = 1C/1V

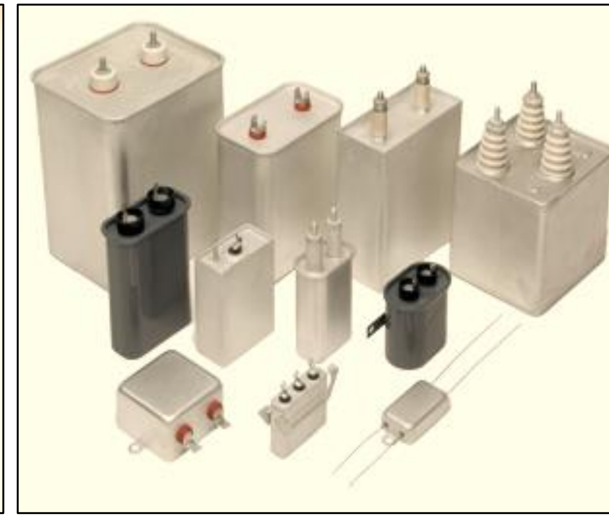
Kondensator (I)

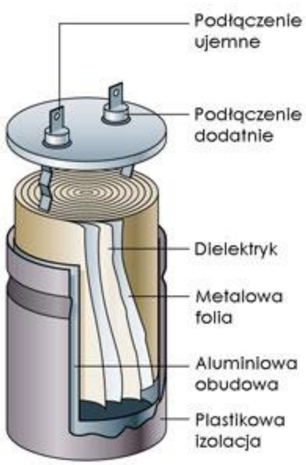
Kondensator – urządzenie przeznaczone do magazynowania energii w postaci pola elektrycznego

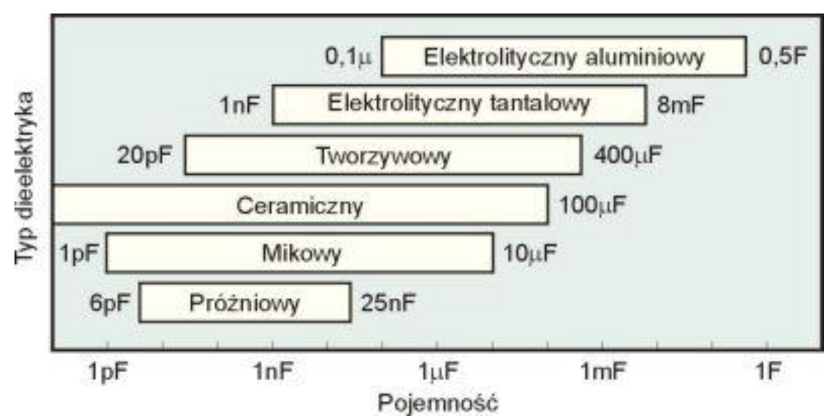
Kondensator gromadzi duży ładunek przy niewielkiej różnicy potencjałów





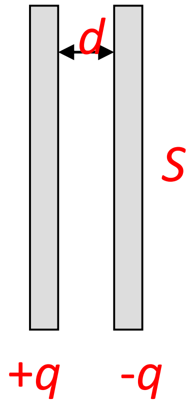






Kondensator (II)

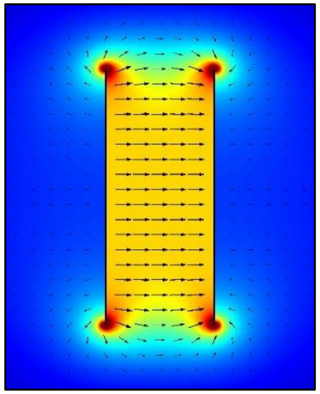
Kondensator płaski



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}, \quad \sigma = \frac{q}{S}$$

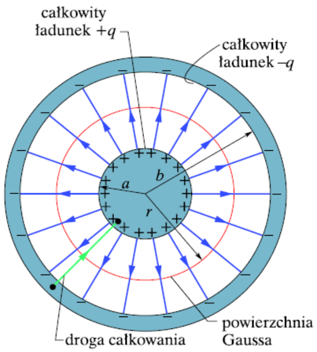
$$U = Ed = \frac{q}{\varepsilon_0 S} d$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 S} d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



Kondensator (III)

Kondensator cylindryczny

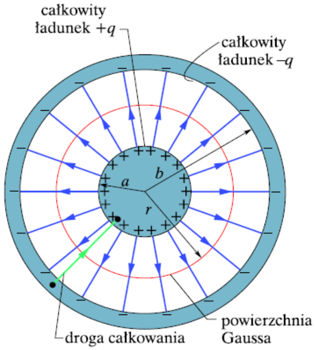


$$S = 2\pi r L \quad \varepsilon_0 E S = q \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi r L}$$

$$U = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi r L} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln r \Big|_a^b = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} (\ln b - \ln a) = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln \frac{b}{a}} = \frac{\varepsilon_0 2\pi L}{\ln \frac{b}{a}}$$

Kondensator kulisty



$$S = 4\pi r^2 \quad q = \varepsilon_0 E 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}$$

$$U = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_a^b = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \left(-\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \frac{b-a}{ab}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \frac{b-a}{ab}} = \frac{\varepsilon_0 4\pi ab}{b-a}$$

Połączenia kondensatorów

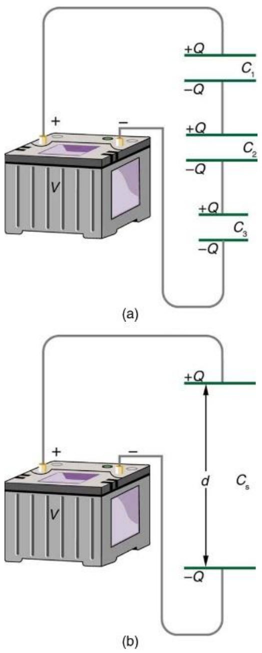
Połączenie szeregowe

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \sum_{j=1}^{n} U_j \qquad q = const$$

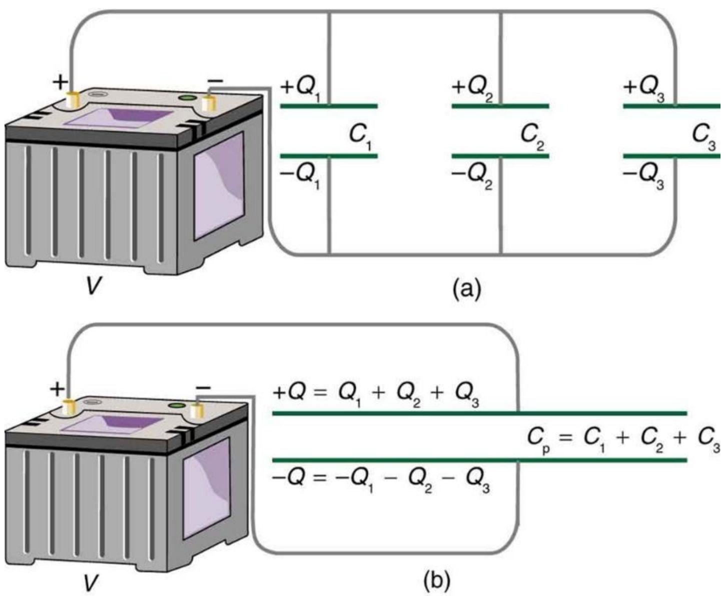
$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2}, \ldots, U_n = \frac{q}{C_n}$$

$$U = \frac{q}{C_Z} = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \sum_{j=1}^{n} U_j = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \ldots + \frac{q}{C_n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{q}{C_j}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$



Połączenie równoległe



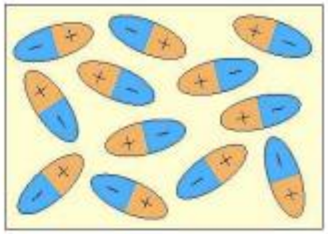
$$U = const$$

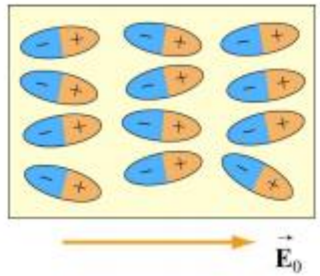
$$q_1 = UC_1, q_2 = UC_2, \ldots, q_n = UC_n$$

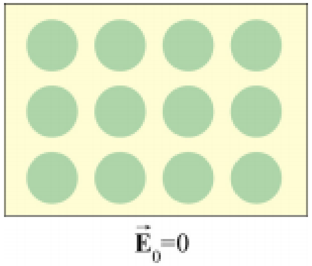
$$q = \sum_{j=1}^{n} q_j = UC_1 + UC_2 + \ldots + UC_n = U\left(C_1 + C_2 + \ldots + C_n\right) =$$

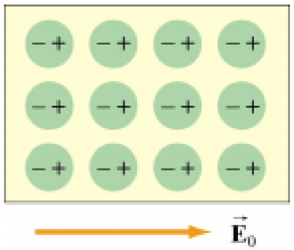
$$= U \sum_{j=1}^{n} C_j = U C_Z \Rightarrow C_Z = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Dielektryk w polu elektrycznym

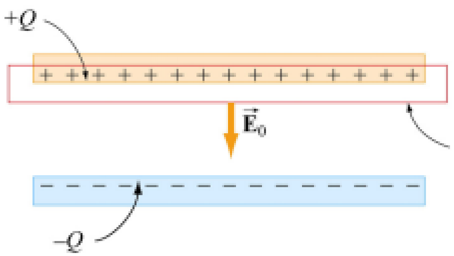






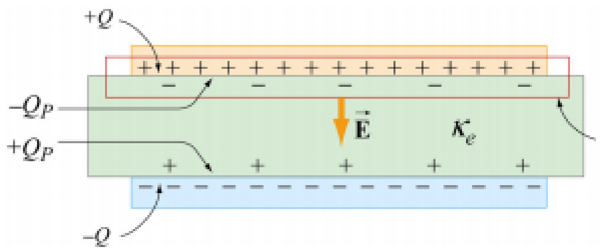


Pojemność kondensatora z dielektrykiem



$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = E_0 A = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$



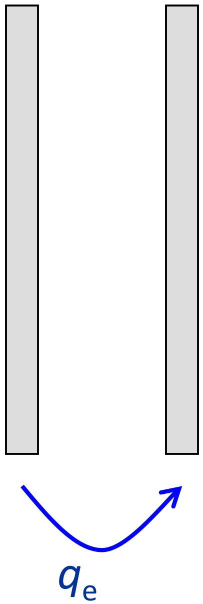
$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = E\;A = \frac{Q - Q_P}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \;= \frac{Q - Q_P}{\varepsilon_0 A}$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon} E_0 = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$

$$Q_P = Q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$\boxed{C = \varepsilon\, C_0 = \frac{\varepsilon\,\varepsilon_0\, S}{d}}$$

Energia zgromadzona w kondensatorze



$$dE_P = U(q)dq \Rightarrow E_P = \int_0^Q U(q)dq$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$E_P = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq = \frac{1}{C}\left.\frac{q^2}{2}\right|_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{U^2C}{2} = \frac{QU}{2}$$

$$E_p = \frac{U^2C}{2}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, U = Ed,$$

$$E_p = \frac{U^2C}{2} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}E^2d^2 = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}Sd$$