

The background of the slide is a black and white image of magnetic field lines. The lines are dense and curved, originating from a point on the left and spreading out towards a point on the right, illustrating the field between two magnetic poles. The text is overlaid on this image in white.

**FIZYKA II**

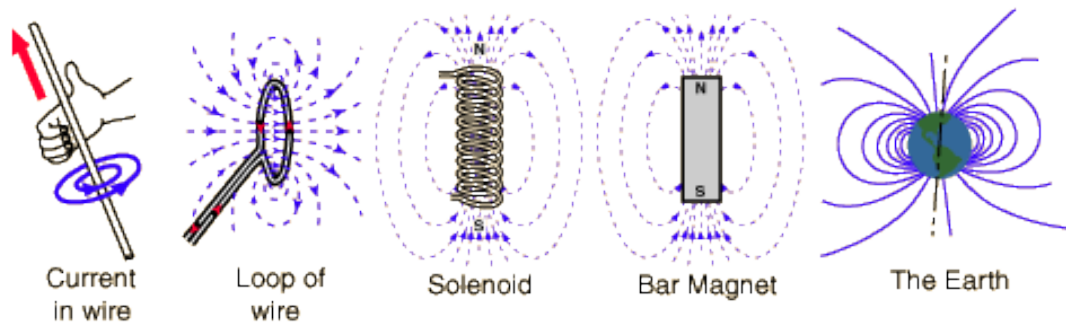
**Wykład III**

**Elektromagnetyzm**

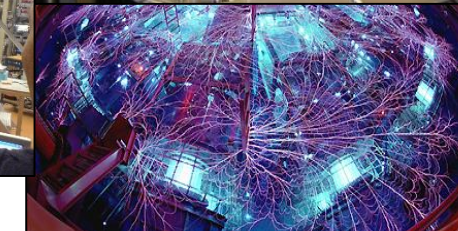
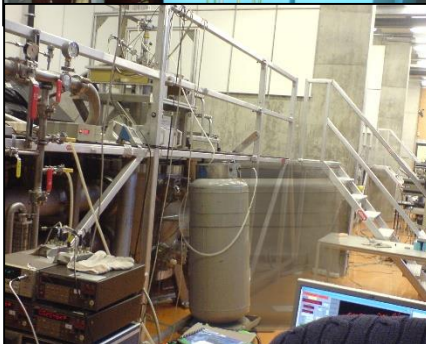
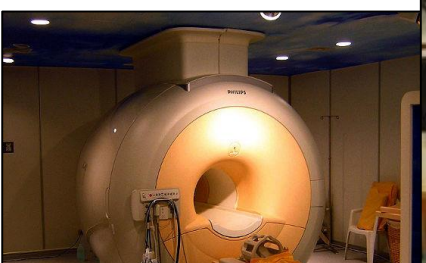


**Pole magnetyczne** – własność przestrzeni, w której siły działają na poruszające się ładunki elektryczne, a także na ciała mające moment magnetyczny niezależnie od ich ruchu. Pole magnetyczne, obok pola elektrycznego, jest przejawem pola elektromagnetycznego.

Źródła pola magnetycznego:

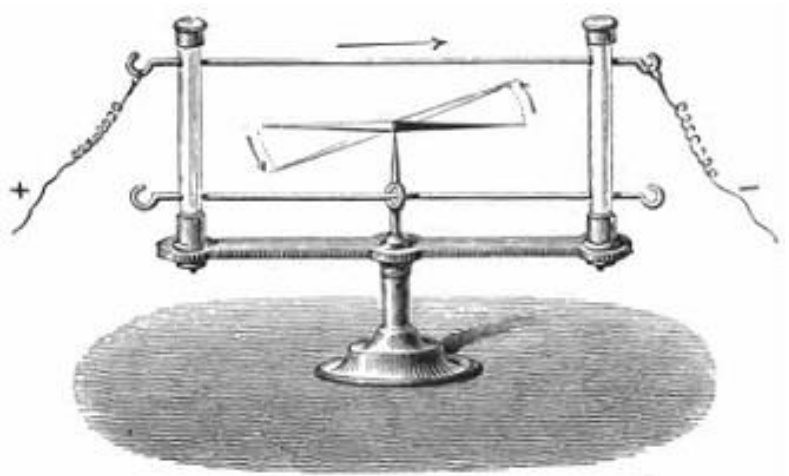


# Rzędy wielkości pola magnetycznego



Tesla	Prefiks <a href="#">SI</a>	Wartość w układzie SI	Wartość w układzie CGS	Gdzie obserwowane / mierzalne
$10^{-18}$	attotesla	5 aT	50 fG	Magnetometr <a href="#">SQUID</a> w <a href="#">Gravity ProbeB</a> (uśrednione w skali dni)
$10^{-15}$	femtotesla	2 fT	20 pG	Magnetometr <a href="#">SQUID</a> w <a href="#">Gravity ProbeB</a> (uśrednione w skali sekund)
$10^{-12}$	picotesla	100 fT to 1 pT	1 nG to 10 nG	Pole magnetyczne ludzkiego mózgu
$10^{-9}$	nanotesla	100 pT to 10 nT	1 $\mu$ G to 100 $\mu$ G	Pole magnetyczne Heliosfery
$10^{-7}$		60 nT to 700 nT	600 $\mu$ G to 7 mG	Linie dystrybucji (10-50kV)
		100 nT to 500 nT	1 mG to 5 mG	
$10^{-6}$	microtesla	1.3 $\mu$ T to 2.7 $\mu$ T	13 mG to 27 mG	Typowe urządzenia domowe
		4 $\mu$ T to 8 $\mu$ T	40 mG to 80 mG	
$10^{-5}$		31 $\mu$ T	310 mG	Pole magnetyczne Ziemi na równiku
		58 $\mu$ T	580 mG	Pole magnetyczne Ziemi na 50° szerokości geograficznej
		500 $\mu$ T	5 G	Maksymalne bezpieczne pole dla osób noszących rozruszniki serca
$10^0$	tesla	1.25 T	12.5 kG	<a href="#">Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B</a> , stałoprądowe EM
		1.5 T to 3 T	15 kG to 30 kG	Medyczne zastosowania NMR
		16 T	160 kG	Pola potrzebne do lewitacji żaby
$10^1$		36.2 T	362 kG	Górna granica stałego pola magnetycznego dla magnezu nienadprzewodzącego
$10^2$		100 T	1 MG	Górna granica impulsowego pola magnetycznego bez zniszczenia urządzenia wytwarzającego pole ( <a href="#">Pulsed Field Facility</a> at National High Magnetic Field Laboratory's, <a href="#">Los Alamos National Laboratory</a> , Los Alamos, NM, USA).
$10^3$	Kilotesla	1 kT	100 MG	Najwyższe pole osiągnięte w laboratorium ( <a href="#">Z machine</a> , <a href="#">Sandia National Laboratories</a> in Albuquerque, New Mexico)
$10^6$	megatesla	1 MT to 100 MT	10 GG to 1 TG	Gwiazda neutronowa
$10^8 - 10^{11}$	gigatesla	100 MT to 100 GT	1 TG to 1 PG	Magnetar (gwiazda neutronowa)

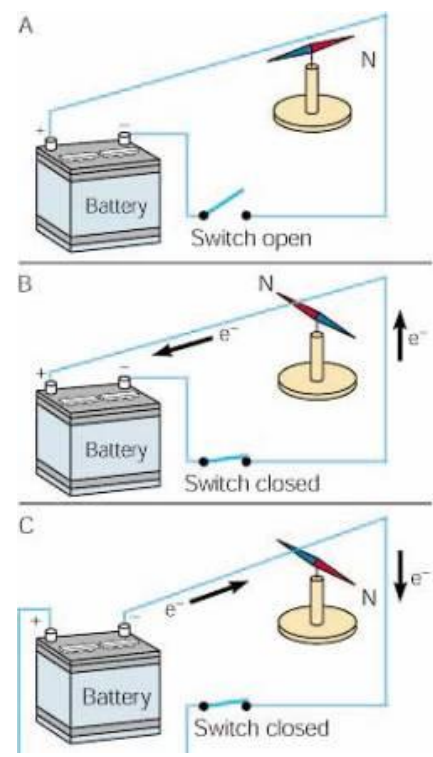
# Doświadczenie Oersteda



Hans Christian Ørsted



1777 – 1851, duński fizyk i chemik, najbardziej znany z odkrycia zjawiska elektromagnetyzmu. W prostym eksperymencie pokazał, że igła kompasu odchyła się pod wpływem prądu w przewodzie.



## EXPERIMENTA CIRCA EFFECTUM CONFLICTUS ELECTRICI IN ACUM MAGNETICAM.

Prima experimenta circa rem, quam illustrare aggredior, in scholis de Electricitate. Galvanismo et Magnetismo proxime-superiori hieme a me habitis instituta sunt. His experimentis monstrari videbatur, acum magneticam ope apparatus galvanici e situ moveri; idque circulo galvanico cluso, non aperto, ut frustra tentaverunt aliquot abhinc annis physici quidam celeberrimi. Cum autem haec experimenta apparatus minus efficaci instituta essent, ideoque phenomena edita pro rei gravitate non satis luculenta viderentur, socium adscivi amicum Esmarch, regi a consillis iussit, ut experientia cum magno apparatu galvanico, a nobis conjunctim instructo, repeteretur et auferentur. Etiam vir egregius Wleugel, eques auratus ord. Dan. et apud nos praefectus rei gubernatoris, experimentis interfuit, nobis socius et testis. Praeterea testes fuerunt horum experimentorum vir excellentissimus et a rege summis honoribus decoratus Hauch, cujus in rebus naturalibus scientia jam dia inclaruit, vir acutissimus Reinhardt, Historiae naturalis Professor, vir in experimentis instituendis sagacissimus Jacobsen, Medicinae Professor, et Chemicus experimentissimus Zeise, Philosophiae Doctor. Sapius equidem solus experimenta circa materiam propositam institui, quae autem ita mihi contigit detegere phenomena, in aevum horum virorum doctissimorum repetivi.

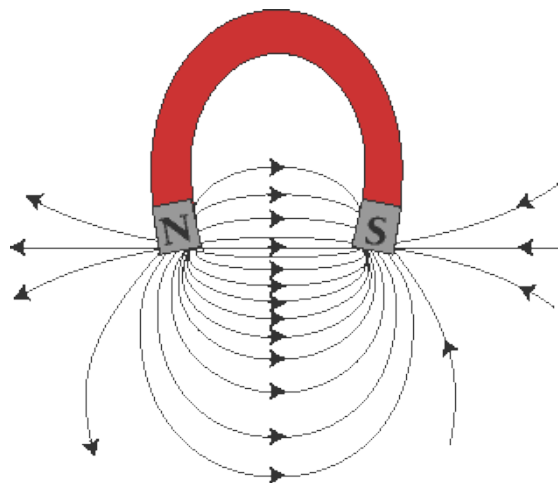
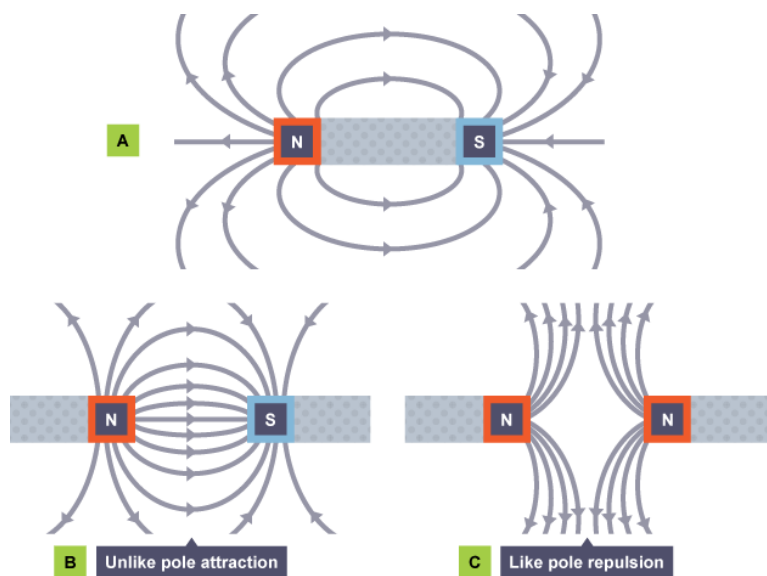
In experimentis recensendis omnia praeteribo, quae ad rationem rei inventionem quidem conduxerunt, haec autem inventa rem amplius illustrare nequeunt, igitur, quae rei rationem perspicue demonstrant, acquiescamus.

Apparatus galvanicus, quo usus sumus, constat viginti receptaculis cupreis rectangularibus, quorum et longitudo et altitudo duodecim aequaliter est pollicum. latitudo autem duos pollices et dimidium vix excedit. Quodvis receptaculum duabus laminis cupreis instructum est ita inclinatis, ut baculum cupreum, qui laminam sinistram in aqua receptaculi proximi sustentat, portare possint. Aqua receptaculorum  $\frac{1}{2}$  sui ponderis acidi sulphurici et pariter  $\frac{1}{2}$  acidi nitrici continet. Pars cuiusque laminae Zincum; in aqua submersa Quadratum est, cujus latus circiter longitudinem 10 pollicum habet. Etiam apparatus minores adhiberi possunt, si modo filum metallicum candescere valeant.

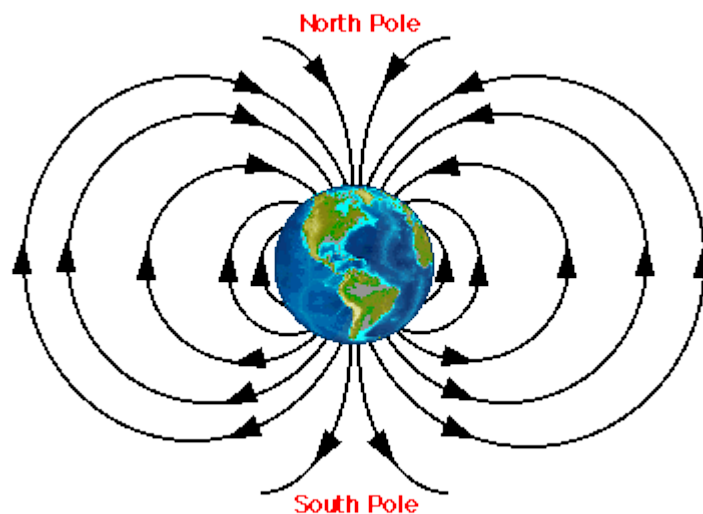


## Natężenie pola i linie sił pola magnetycznego

Linie sił pola magnetycznego są zawsze zamknięte nie tak jak linie sił pola elektrycznego, które zaczynają się i kończą na ładunkach

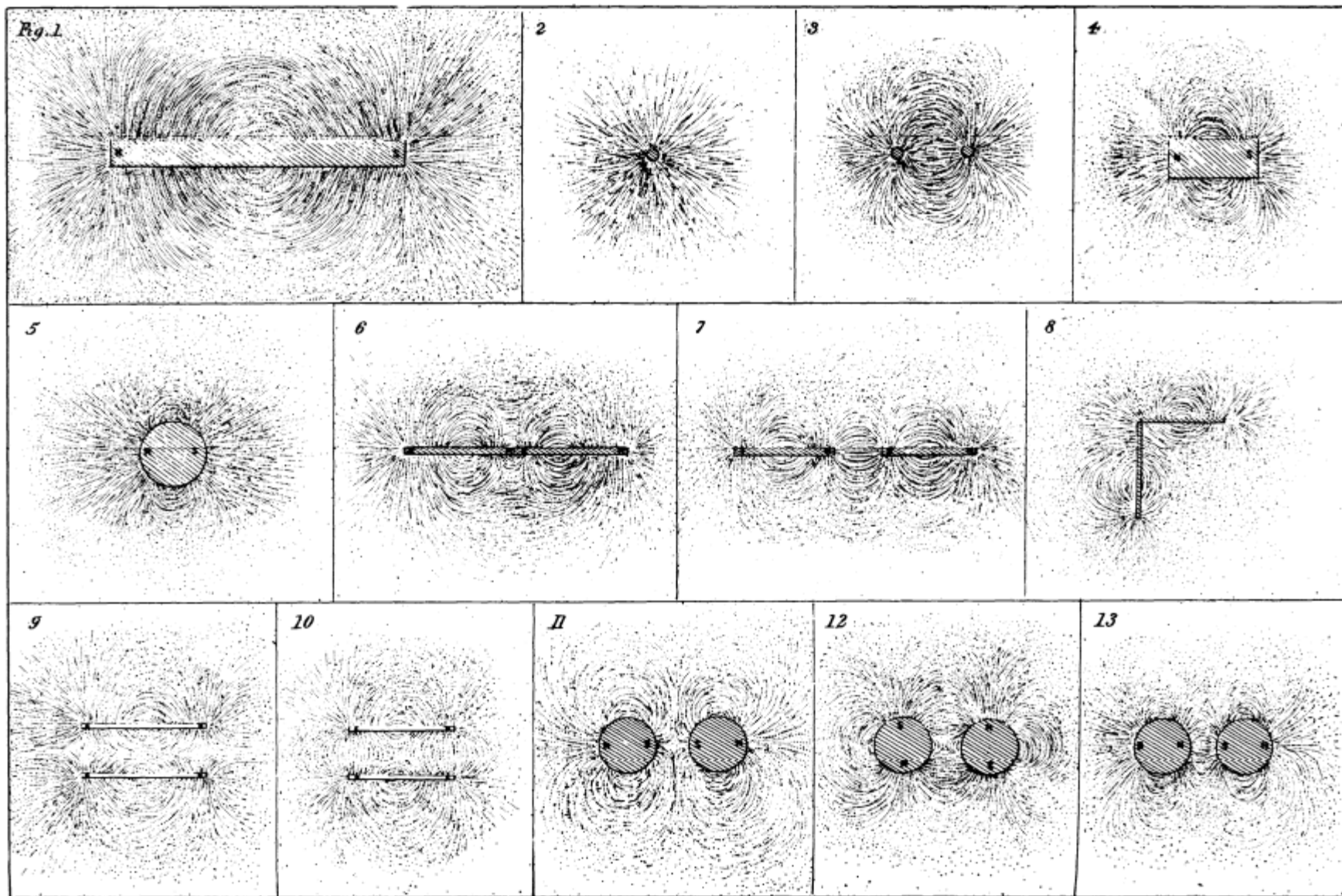


Pole magnetyczne prezentujemy graficznie rysując tzw. *linie pola magnetycznego* czyli linie wektora indukcji magnetycznej  $B$ . Wektor  $B$  jest *styczny* do tych linii pola w każdym punkcie, a rozmieszczenie linii obrazuje wielkość pola - im gęściej rozmieszczone są linie tym silniejsze jest pole. Najsilniejsze pole występuje w pobliżu końców magnesu czyli w pobliżu *biegunów magnetycznych*.



## Natężenie pola i linie sił pola magnetycznego

Linie sił pola magnetycznego są zawsze zamknięte nie tak jak linie sił pola elektrycznego, które zaczynają się i kończą na ładunkach



## Natężenie pola i linie sił pola magnetycznego

*Pole magnetyczne – pole wektorowe*

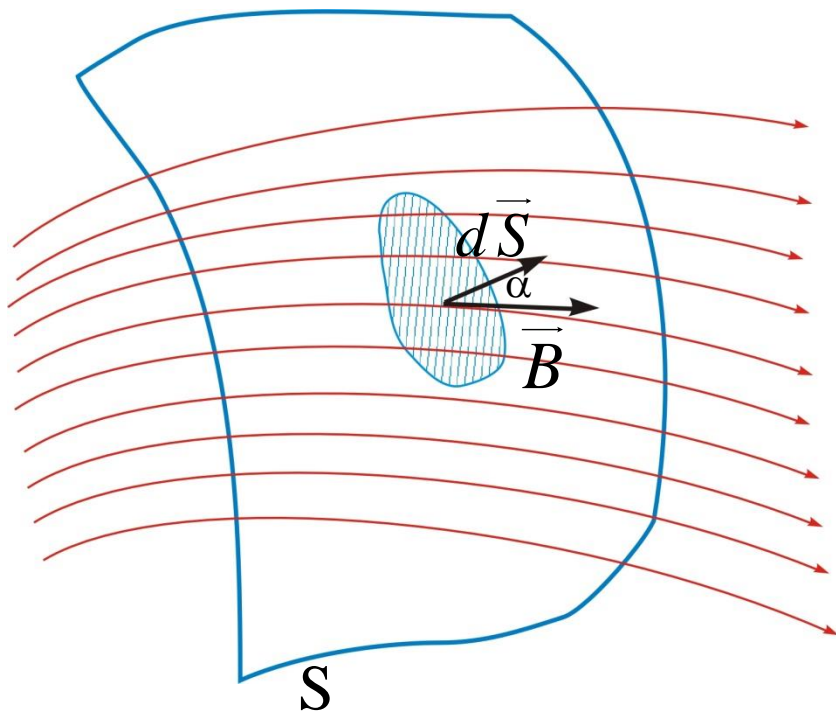
$$\vec{B} = [T] \quad [Gs] \quad \text{Wektor indukcji pola magnetycznego } B$$

$$\vec{H} = \left[ \frac{A}{m} \right] \quad [Oe] \quad \text{Wektor natężenia pola magnetycznego } H$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

## Strumień indukcji magnetycznej



$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

$$\Phi = BS \quad \text{dla } \alpha = 0$$

$$\Phi = \sum_i \Delta\Phi_i = \sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$$

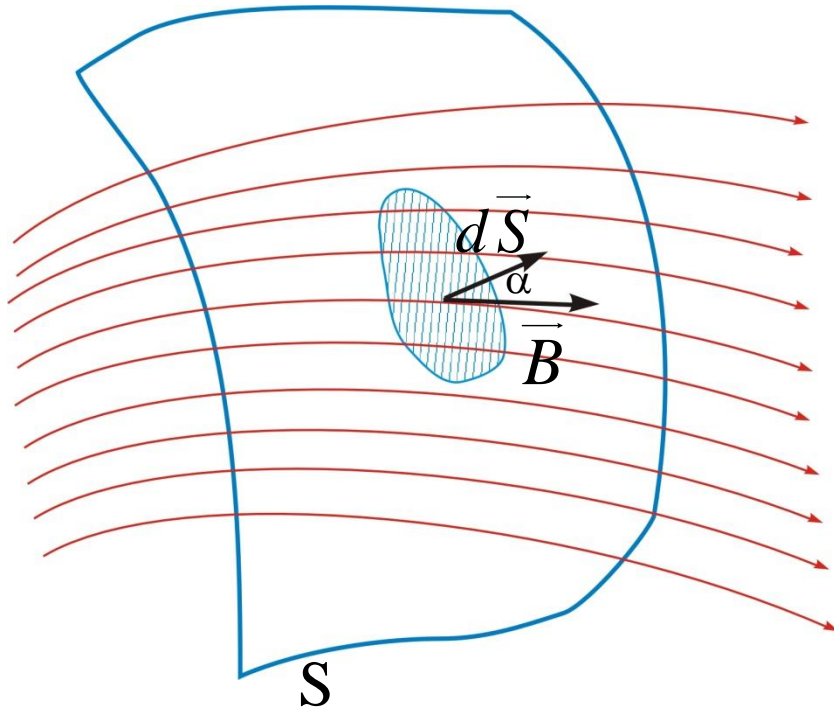
$$\Phi = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_i \Delta\Phi_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \int_{\text{powierzchnia}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



## Strumień indukcji magnetycznej

### Prawo Gaussa



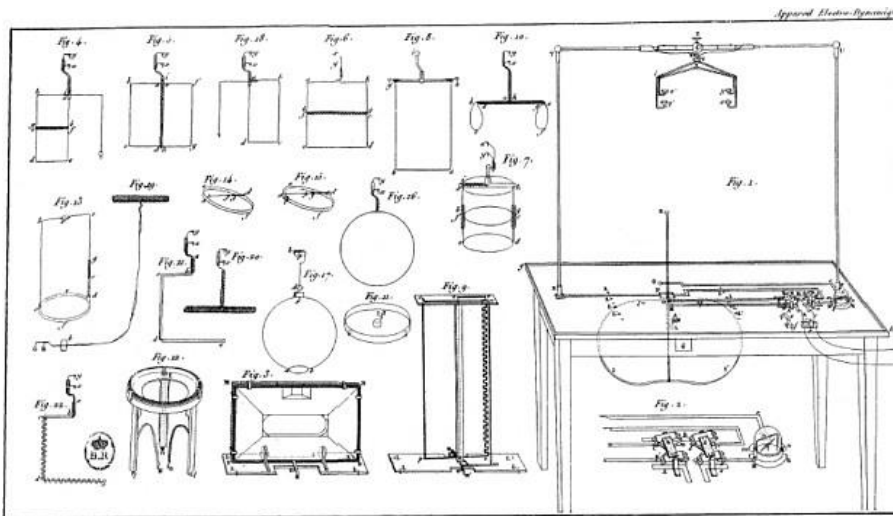
$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}(\vec{r}) d\vec{S} = 0$$

Prawo Gaussa dla pola magnetycznego:

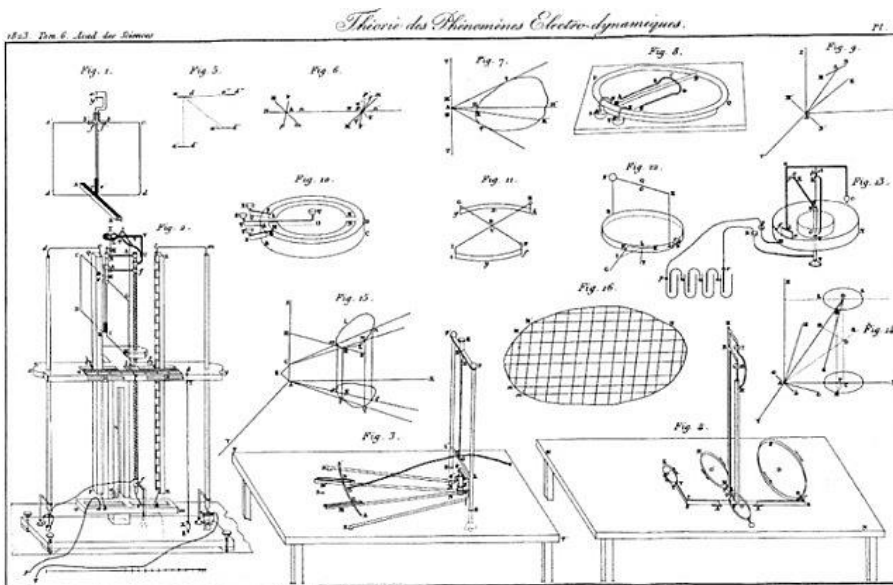
Strumień pola magnetycznego przechodzącego przez powierzchnię zamkniętą jest równy zero.



1775 - 1836 – francuski fizyk i matematyk, zajmujący się m.in. badaniem zjawiska elektromagnetyzmu;



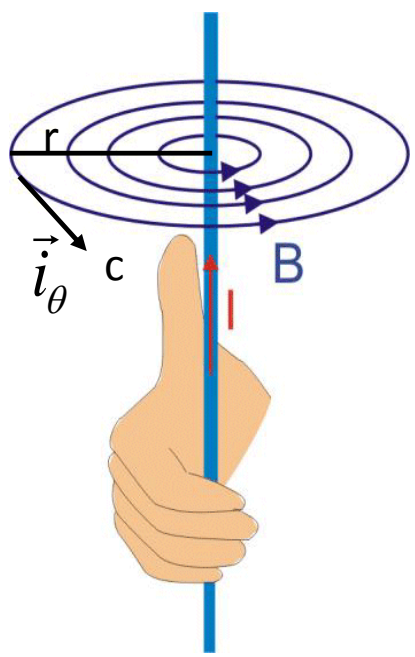
Diversos aparatos, incluyendo una de las mesas de Ampère, 1823.



Aparatos, circuitos, esquemas y dibujos de Ampère, 1823.



# Prawo Ampere'a



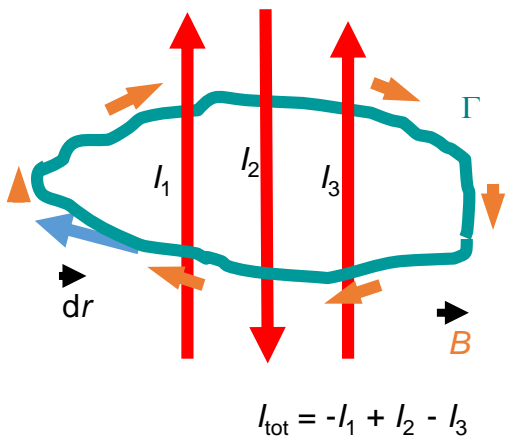
Indukcja pola magnetycznego w odległości  $r$  pochodząca od nieskończonego prostoliniowego przewodu w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{i}_\theta$$

Obliczymy teraz całkę okrężną z wektora  $\vec{B}$  wzdłuż okręgu o promieniu  $R$  (cyrkulację wektora)

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{i}_\theta d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_L \vec{i}_\theta d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_L dl = \mu_0 I$$

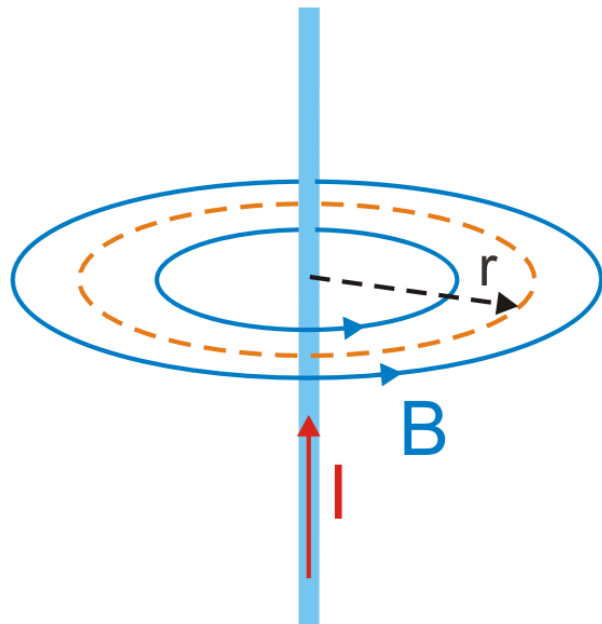
$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_L \frac{i_\theta}{r} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_L d\theta = \mu_0 I$$



Wzór powyższy jest słuszny dla dowolnego obwodu  $L$ , a także w przypadku gdy przez pole  $S$  rozpięte na obwodzie  $L$  przepływają kilku prądów  $I$

$$\Gamma_m = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I \equiv \mu_0 \cdot \sum_{j=1}^n I_j$$

## Prawo Ampere'a

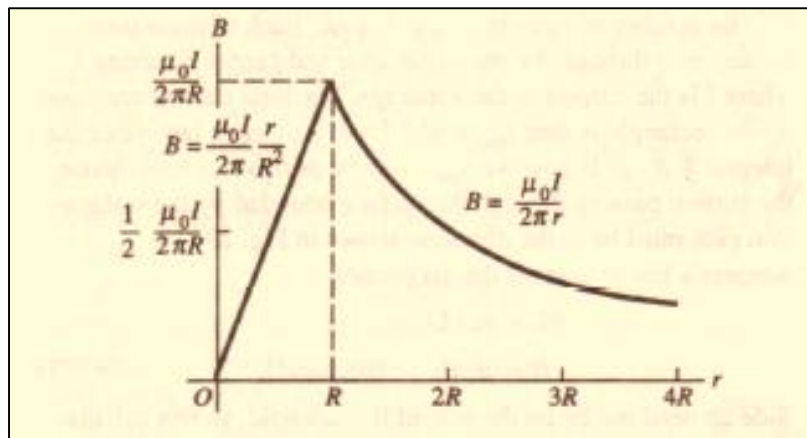


**Pole na zewnątrz przewodnika.** Obliczmy pole w odległości  $r$  od nieskończenie długiego prostoliniowego przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu  $I$ . Ponieważ linie pola  $B$  wytwarzanego przez przewodnik są współśrodkowymi okręgami więc jako drogę całkowania wybieramy okrąg o promieniu  $r$ . W każdym punkcie naszego konturu pole  $B$  jest do niego styczne (równoległe do elementu konturu  $dI$ ).

$$B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

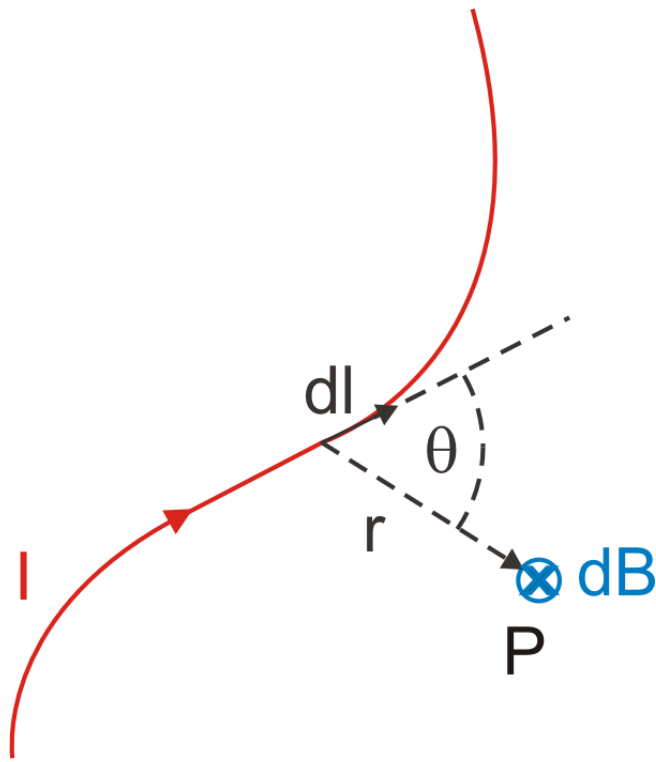
**Pole wewnątrz przewodnika.** Wybieramy kontur kołowy o promieniu  $r < R$ , gdzie  $R$  jest promieniem przewodnika. Wewnątrz konturu przepływa prąd  $i$  będący częścią całkowitego prądu  $I$

$$\begin{cases} i = I \frac{\pi \cdot r^2}{\pi \cdot R^2} \\ B 2\pi r = \mu_0 i \end{cases} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$





## Prawo Biota – Savarta



Jean-Baptiste Biot



1774 - 1862 -  
francuski fizyk, matematyk  
geodeta i astronom.

Félix Savart



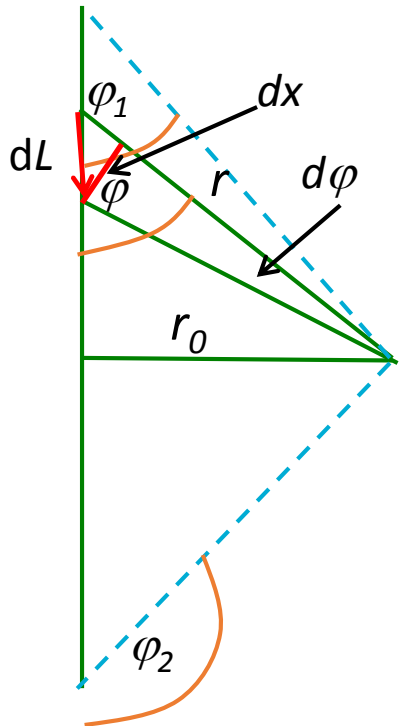
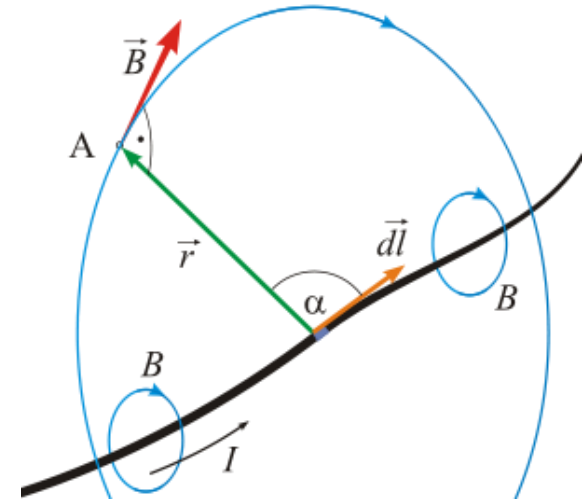
1791 - 1841 -  
francuski fizyk,  
profesor Collège de France.

Zgodnie z zasadą superpozycji pól magnetycznych indukcja  $B$  w dowolnym punkcie pola magnetycznego przewodnika, przez który przepływa prąd o natężeniu  $I$ , równa jest sumie wektorowej indukcji  $dB$ , elementarnych pól magnetycznych wytwarzanych przez poszczególne odcinki  $dl$  tego przewodnika

## Prawo Biota – Savarta

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \varphi}{r^2} \quad B = \int_{L_c} dB = \int_{L_c} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \varphi}{r^2} = \int_{L_c} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \varphi}{r^2}$$

$$\sin \varphi = \frac{r_0}{r} = \frac{dx}{dL}, \quad d\varphi = \frac{dx}{r}, \quad dL = \frac{dx}{\sin \varphi} = \frac{r d\varphi}{\sin \varphi} = \frac{r_0 d\varphi}{\sin^2 \varphi}$$

$$B = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \frac{1}{r^2} dL = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \frac{\sin^2 \varphi}{r_0^2} \frac{r_0 d\varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \frac{d\varphi}{r_0} =$$

$$= \frac{I\mu_0}{4\pi r_0} (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) \quad \varphi_1 = 0 \wedge \varphi_2 = \pi \Rightarrow B = \frac{I\mu_0}{4\pi r_0} 2 = \frac{I\mu_0}{2\pi r_0}$$



# Prawo Biota – Savarta

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL}{r^2}$$

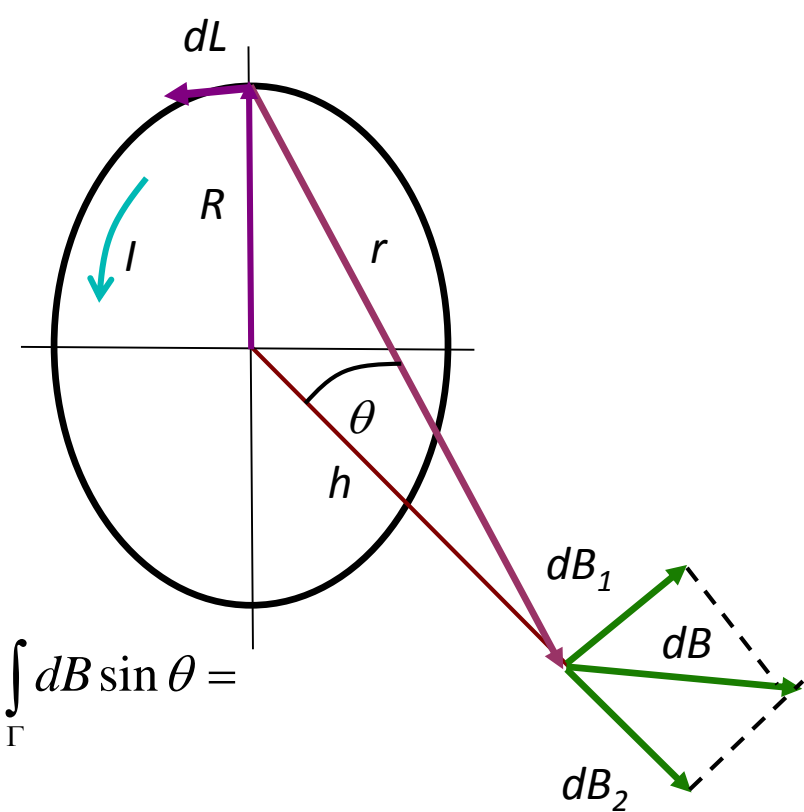
$$dB_2 = dB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = dB \sin \theta \quad B_2 = \int_{\Gamma} dB \sin \theta =$$

$$\int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL}{r^2} \sin \theta = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{dL}{r^2} \frac{R}{r} \quad r^2 = R^2 + h^2$$

$$B_2 = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{dL}{R^2 + h^2} \frac{R}{(R^2 + h^2)} = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} dL =$$

$$= \frac{I\mu_0}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} 2\pi R = \frac{I\mu_0 R^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$dla \quad h=0 \quad B = \frac{I\mu_0}{2R}$$



# Prawo Biota – Savarta

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL}{r^2}$$

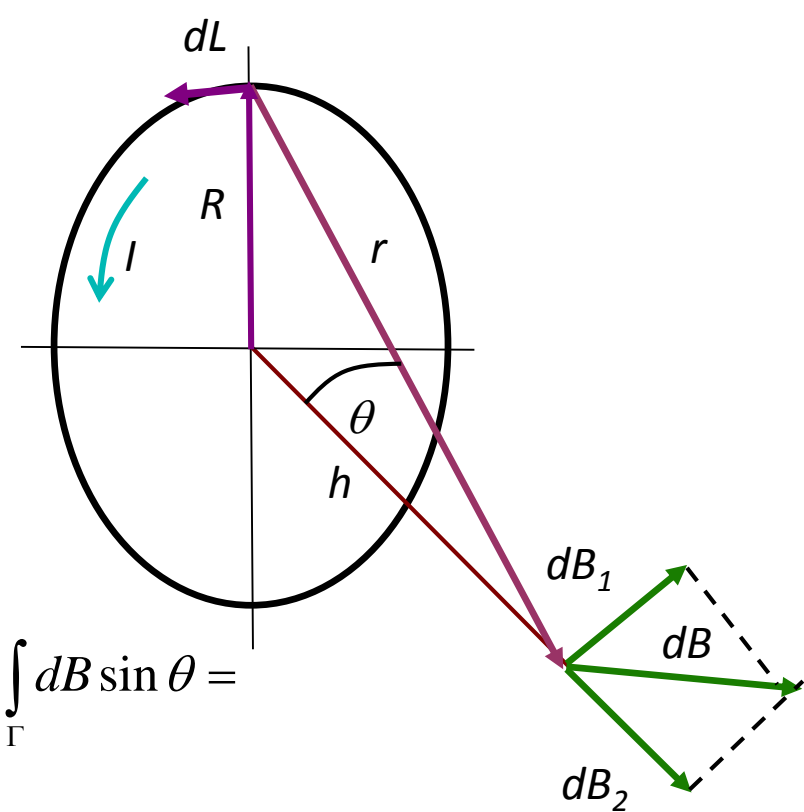
$$dB_2 = dB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = dB \sin \theta \quad B_2 = \int_{\Gamma} dB \sin \theta =$$

$$\int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL}{r^2} \sin \theta = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{dL}{r^2} \frac{R}{r} \quad r^2 = R^2 + h^2$$

$$B_2 = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{dL}{R^2 + h^2} \frac{R}{(R^2 + h^2)} = \frac{I\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} dL =$$

$$= \frac{I\mu_0}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} 2\pi R = \frac{I\mu_0 R^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\text{dla } h=0 \quad B = \frac{I\mu_0}{2R}$$

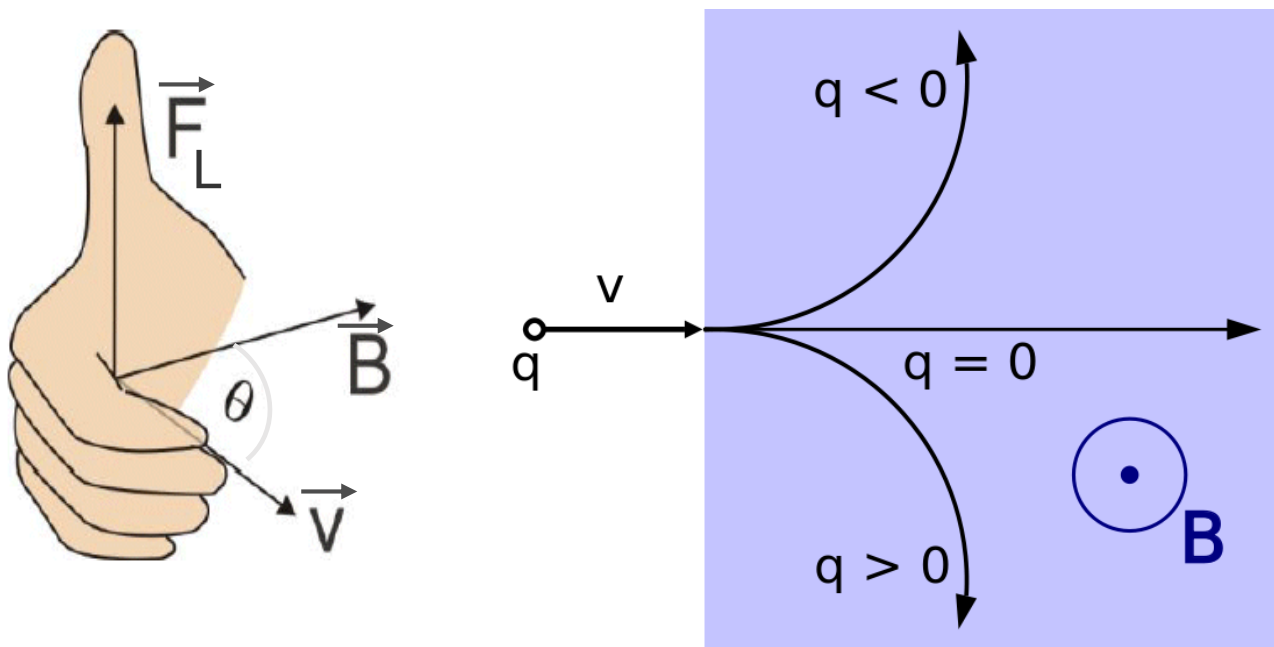


# Siła Lorentza

Na ładunek poruszający się w polu magnetycznym działa siła Lorentza:

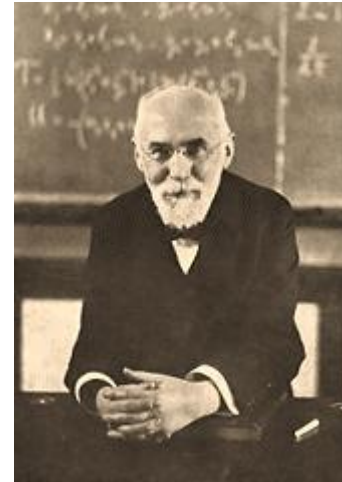
$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_L = q \cdot v \cdot B \sin \theta$$



Jej kierunek i zwrot określa reguła prawej dłoni

Hendrik Antoon Lorentz

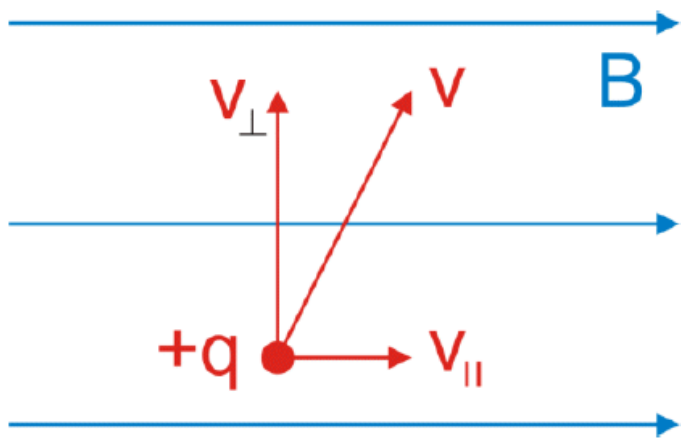


1853 - 1928 – fizyk holenderski.



# Siła Lorentza

## Ruch ładunku w polu magnetycznym

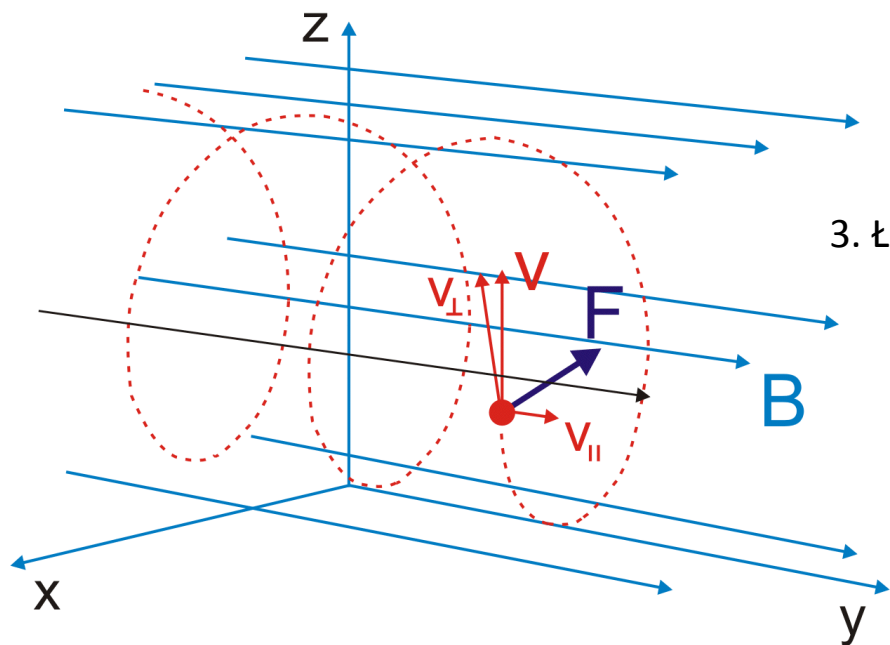


1. Ładunek porusza się z prędkością  $\mathbf{v}$  równoległe do  $\mathbf{B}$

$$\vec{F}_m = 0 \quad \text{bo} \quad \sin \theta = 0$$

2. Ładunek porusza się z prędkością  $\mathbf{v}$  prostopadle do  $\mathbf{B}$

$$\vec{F}_m = \vec{F}_d \quad q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R}$$



3. Ładunek porusza się z prędkością  $\mathbf{v}$  skośnie do  $\mathbf{B}$

# Siła Lorentza

Ruch ładunku w polu magnetycznym: spektrometr masowy

$$q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{q \cdot B}$$

$$\Delta E_k = \Delta E_p$$

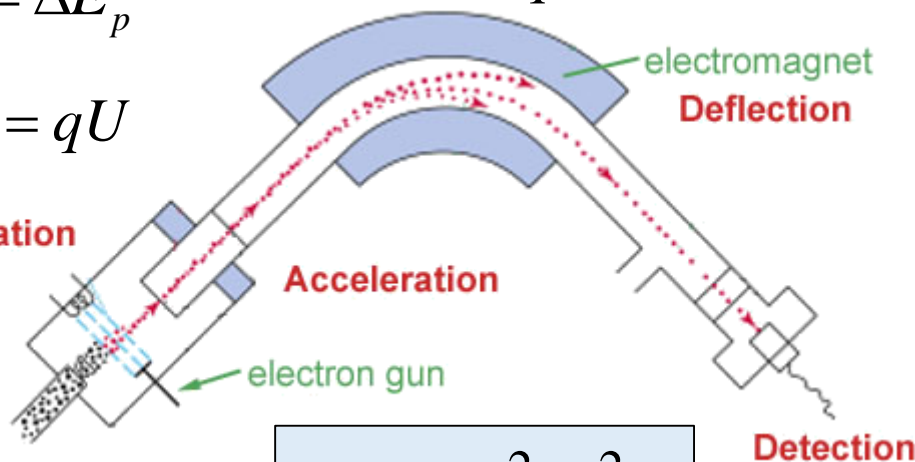
$$\frac{mv^2}{2} = qU$$

**Ionisation**

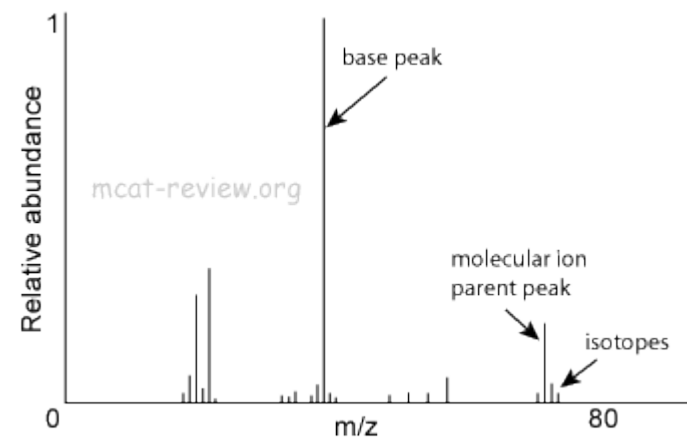
**Acceleration**

electromagnet  
**Deflection**

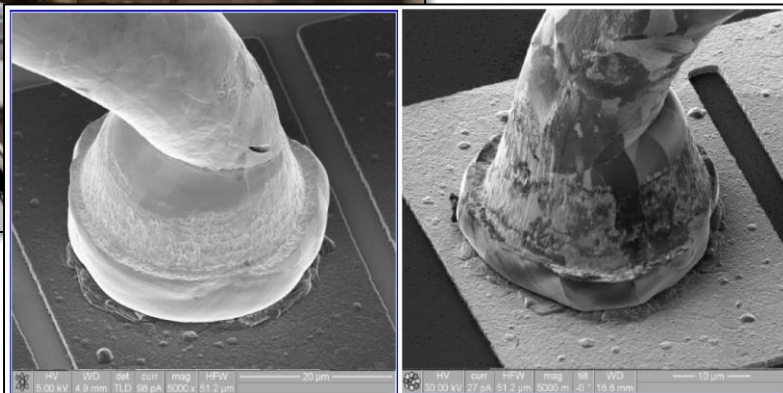
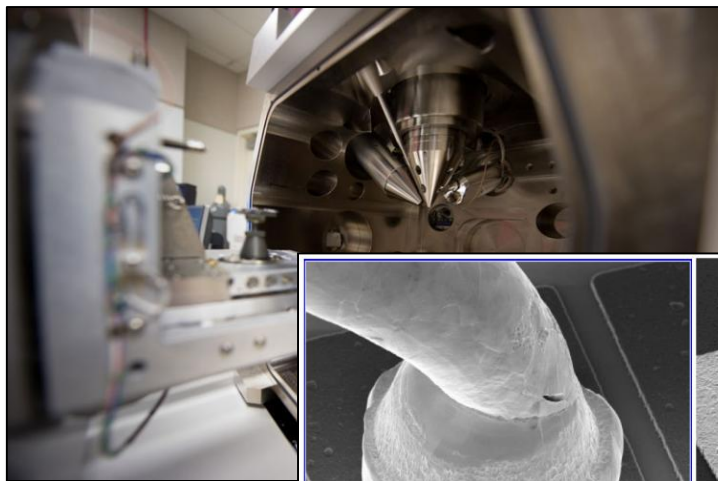
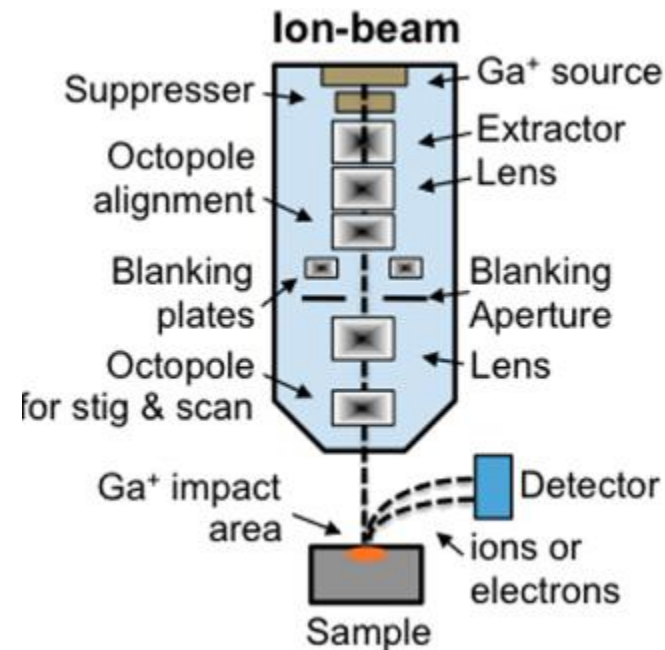
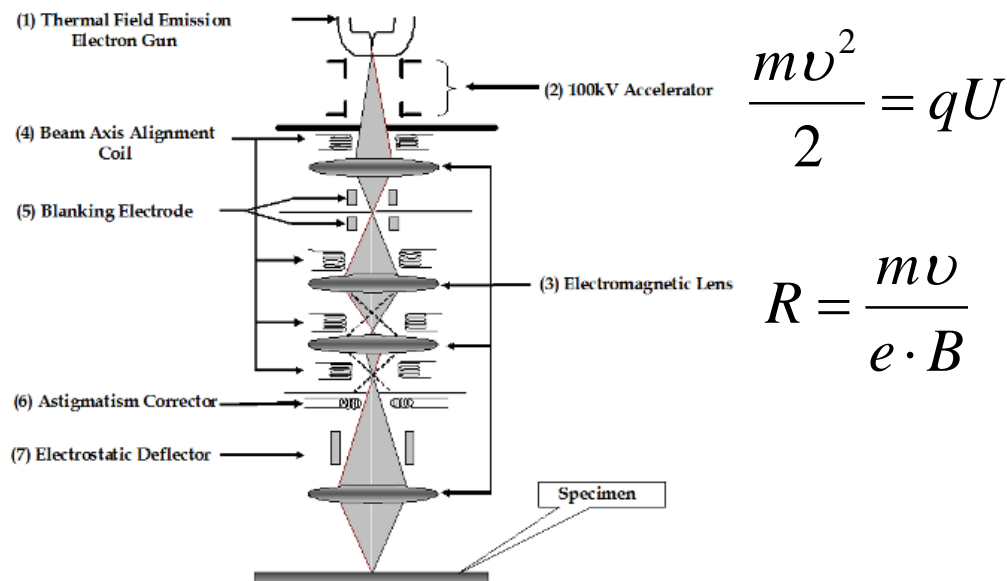
**Detection**



$$m = \frac{R^2 B^2 q}{2U}$$



## Ruch ładunku w polu magnetycznym: „optyka”

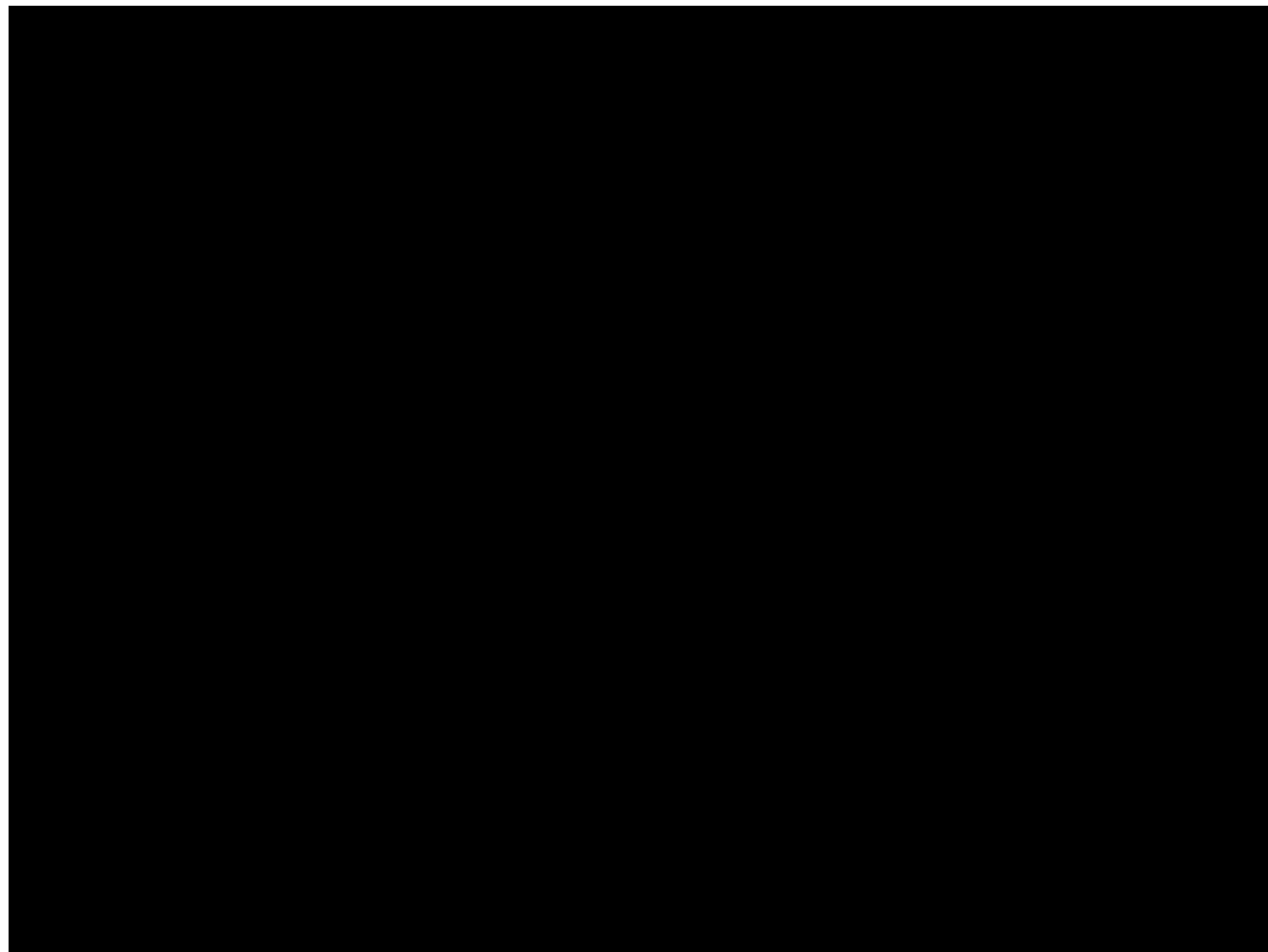
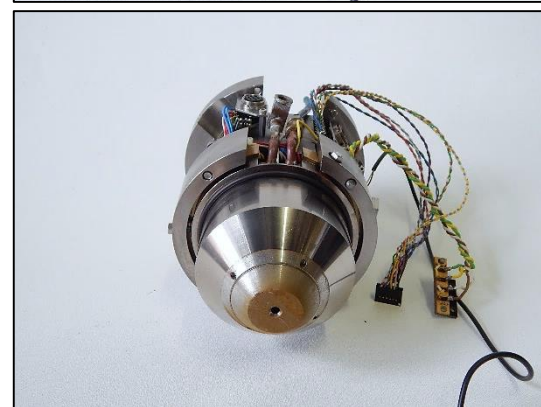
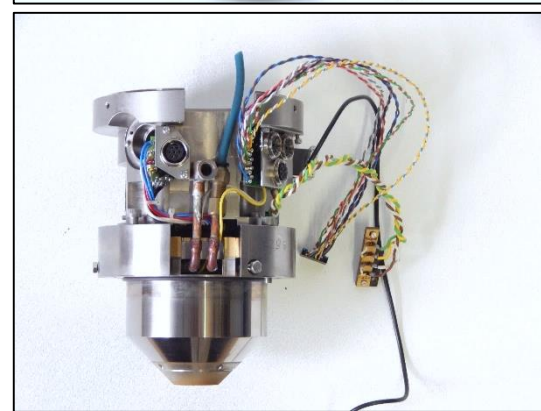
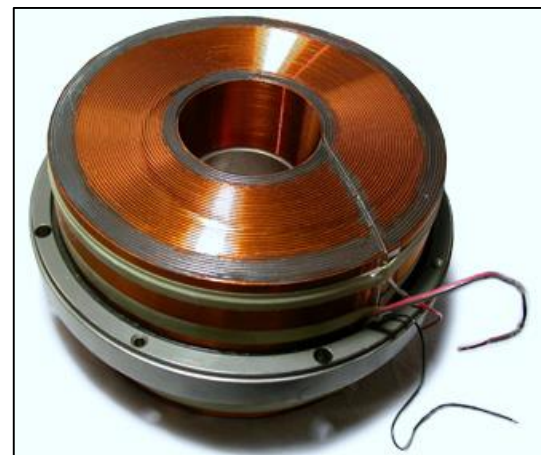


1. Condensor lens
  - Parallelize, mass filter or aperture
2. Objective lens - focusing optics
  - Typically 30-50 keV
  - 2 electrostatic lenses since ions are heavier than electrons.
3. Aperture: reduces ion beam current, spherical aberration, helps mass separating
4. Mass filter (Wien filter)
  - Separates ions after mass and charge if an alloy is used (only LMIS)
5. Deflection Electronics/Pattern Board
  - To scan the beam
6. High-speed Blanking
  - Beam deflection
  - Need to prevent milling while blanking



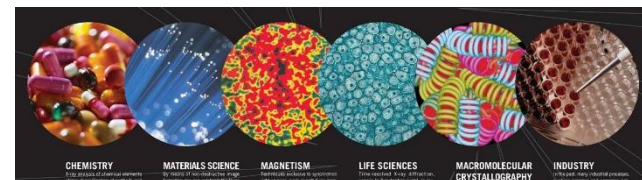
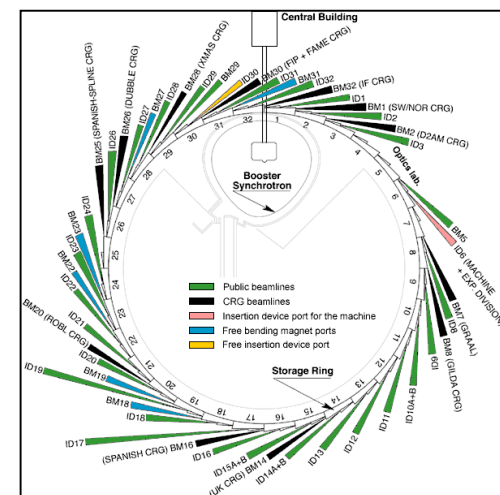
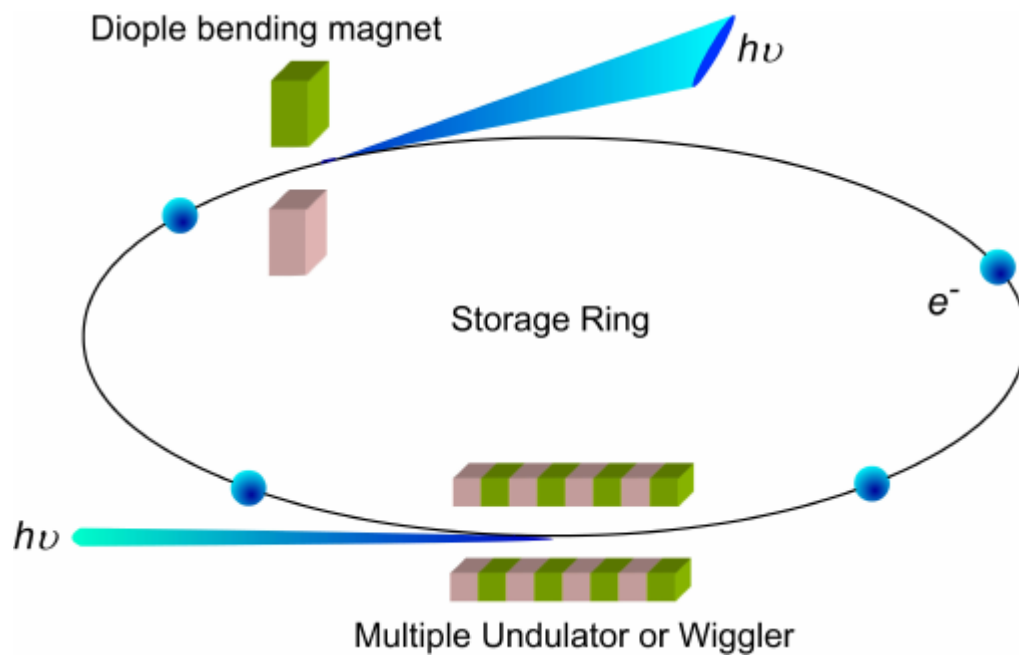
# *Siła Lorentza*

*Ruch ładunku w polu magnetycznym: „optyka”*



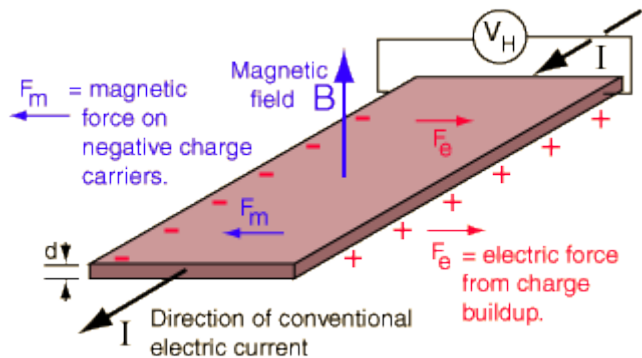
# Siła Lorentza

## Ruch ładunku w polu magnetycznym: synchrotron



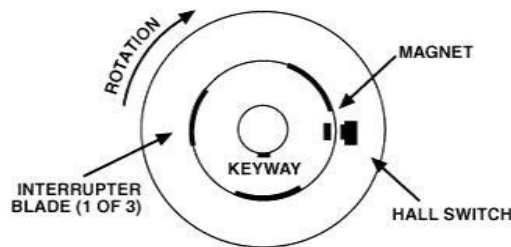
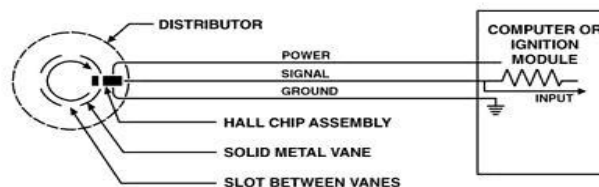
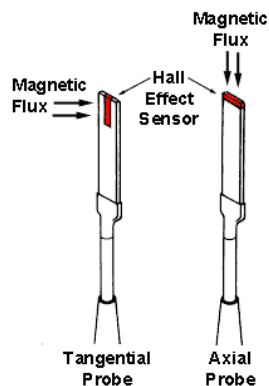
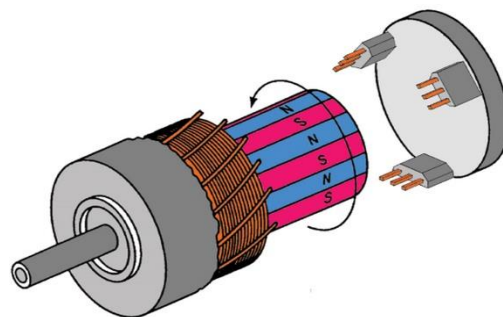
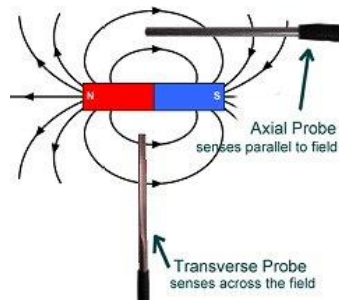
# Siła Lorentza

## Ruch ładunku w polu magnetycznym: efekt Halla

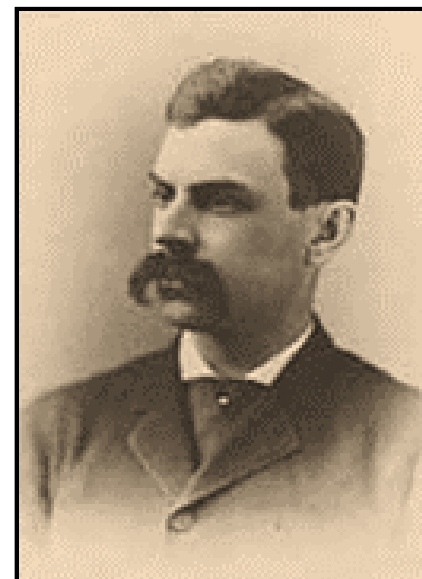


$$V_H = \frac{-IB}{ned} = R_H \frac{IB}{d}$$

$$R_H = \frac{-n\mu_e^2 + p\mu_h^2}{e(n\mu_e^2 + p\mu_h^2)} \cong \frac{1}{(p-n)e}$$



Edwin Herbert Hall



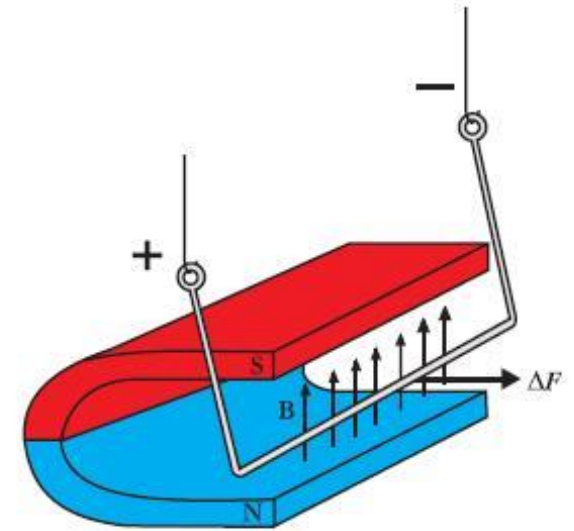
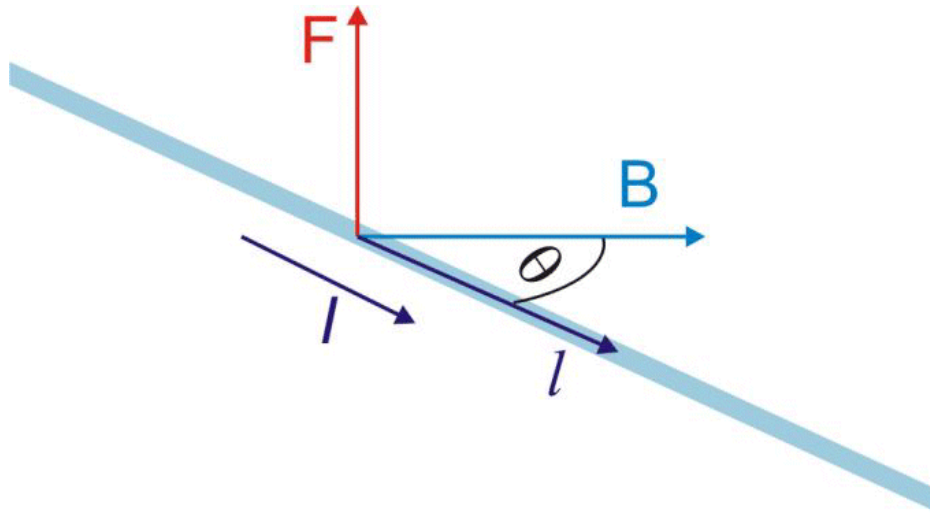
(1855 - 1938) – fizyk amerykański, odkrywca efektu Halla.

Absolwent Johns Hopkins University w Baltimore. Efekt Halla został przez niego odkryty w 1879 roku, podczas pisania pracy doktorskiej. W 1895 objął stanowisko profesora na Uniwersytecie Harvarda.

- wyznaczanie koncentracji nośników ładunku
- bezstykowy pomiar prądów
- pomiar pól magnetycznych
- bezpośredni pomiar prędkości unoszenia
- Hall IC (integrated circuit)
- wyznaczanie typu przewodnictwa



## Siła działająca na przewodnik z prądem

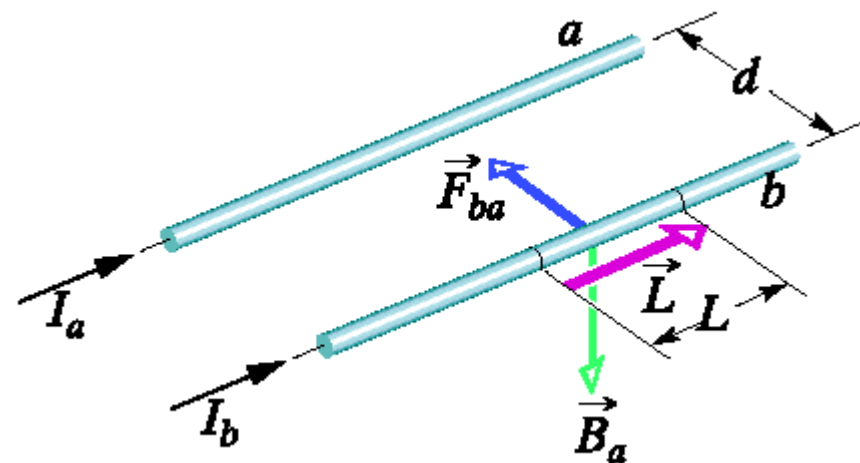
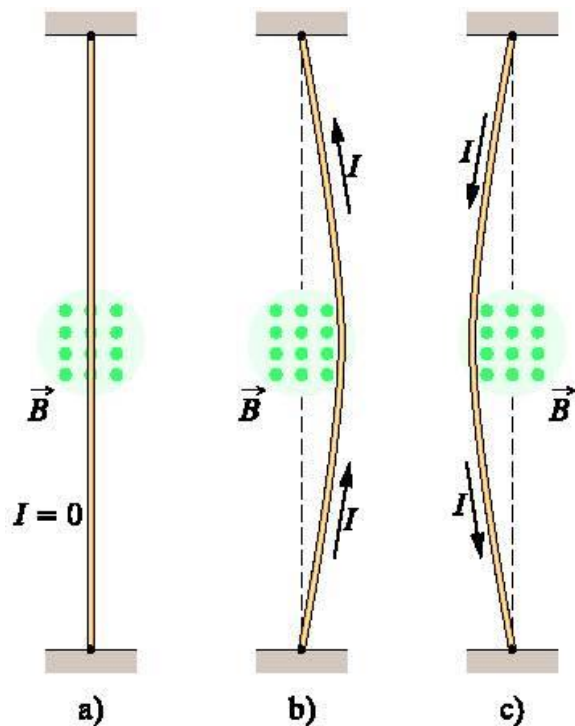


Rys. 11.

$$d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B} = dq \frac{d\vec{L}}{dt} \times \vec{B} = \frac{dq}{dt} d\vec{L} \times \vec{B} = I d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q \frac{\vec{L}}{t} \times \vec{B} = \vec{L} \frac{q}{t} \times \vec{B} = \vec{L}I \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

## Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem



Dwa równoległe przewody, w których płyną prądy w tym samym kierunku, wzajemnie się przyciągają.  $\vec{B}_a$  jest wektorem indukcji magnetycznej pola w miejscu, w którym znajduje się przewód  $b$ , a wytworzonego przez prąd w przewodzie  $a$ .  $\vec{F}_{ba}$  jest siłą, która działa na przewód  $b$ , gdyż płynie w nim prąd, a przewód znajduje się w polu o indukcji  $\vec{B}_a$

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

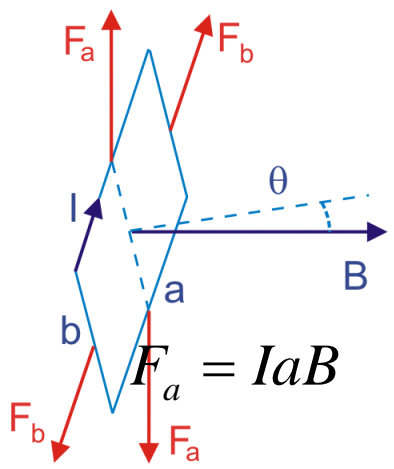
$$F_{ba} = LI_b B_a \sin 90^\circ$$

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 L I_b I_a}{2\pi d}$$

# Moment siły działający na ramkę z prądem

**Przykład**

Rozpatrzmy prostokątną ramkę o bokach  $a$  i  $b$  umieszczoną w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$ . Przez ramkę płynie prąd o natężeniu  $I$ , a normalna do płaszczyzny ramki tworzy kąt  $\vartheta$  z polem  $B$



Rozpatrujemy siłę działającą na każdy z boków. Siły  $F_b$  działające na boki  $b$  znoszą się wzajemnie. Siły  $F_a$  działające na boki  $a$  też się znoszą ale tworzą parę sił dającą wypadkowy *moment siły* obracający ramkę

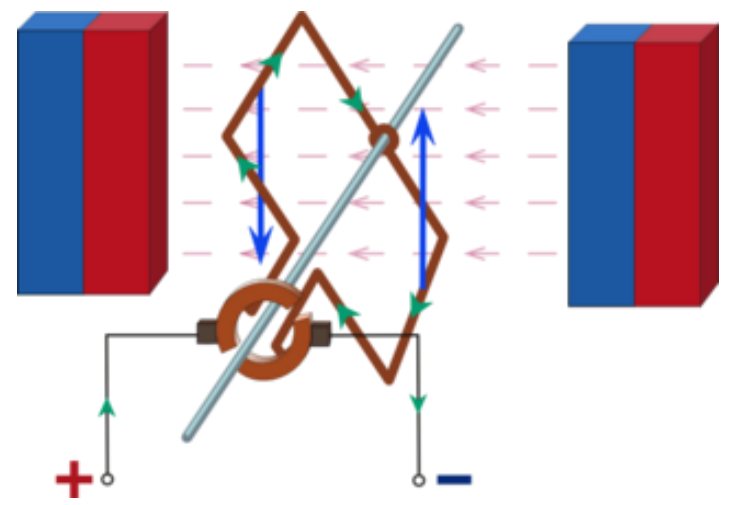
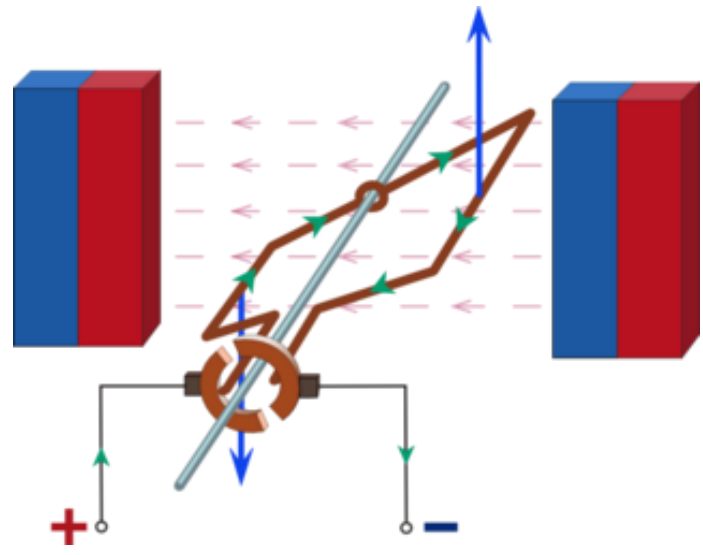
$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{R}$$

$$M = F \cdot R \cdot \sin \theta$$

$$M = F_a \cdot \frac{b}{2} \cdot \sin \theta + F_a \cdot \frac{b}{2} \cdot \sin \theta = F_a \cdot b \cdot \sin \theta$$

$$M = I \cdot a \cdot b \cdot \sin \theta = I \cdot S \cdot B \cdot \sin \theta$$

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S} \times \vec{B}$$



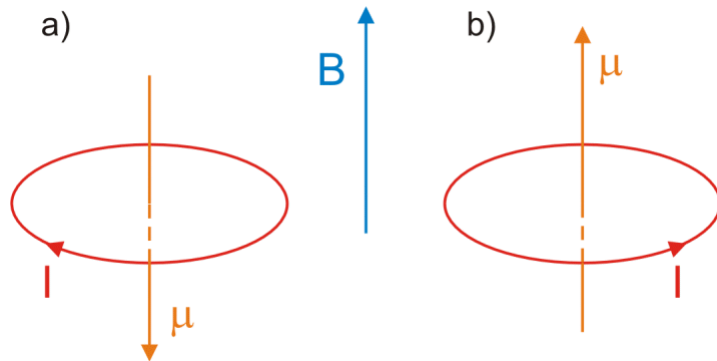
## Magnetyczny moment dipolowy

Wektor  $\mu$  jest prostopadły do płaszczyzny ramki z prądem. Pole magnetyczne działa więc na ramkę z prądem momentem skręcającym  $\vec{M}$  obracając ją tak jak igłę kompasu, która umieszczona w polu magnetycznym obraca się ustawiając zgodnie z polem.

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{S}$$
$$\vec{M} = \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Obracając dipol magnetyczny pole magnetyczne wykonuje pracę i wobec tego dipol posiada energię potencjalną która jest związana z jego orientacją w zewnętrznym polu magnetycznym dana jest równaniem.

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu \cdot B \cdot \cos \theta$$



Energia osiąga minimum dla momentu dipolowego  $\mu$  równoległego do zewnętrznego pola magnetycznego  $B$ , a maksimum gdy moment dipolowy jest skierowany przeciwnie do pola.



## Solenoid

$$B = \frac{I\mu_0 R^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{I\mu_0 R^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} n dl, \quad \frac{l}{R} = \operatorname{ctg} \alpha \Rightarrow l = R \operatorname{ctg} \alpha$$

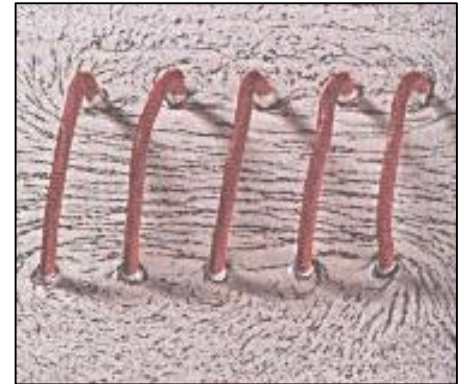
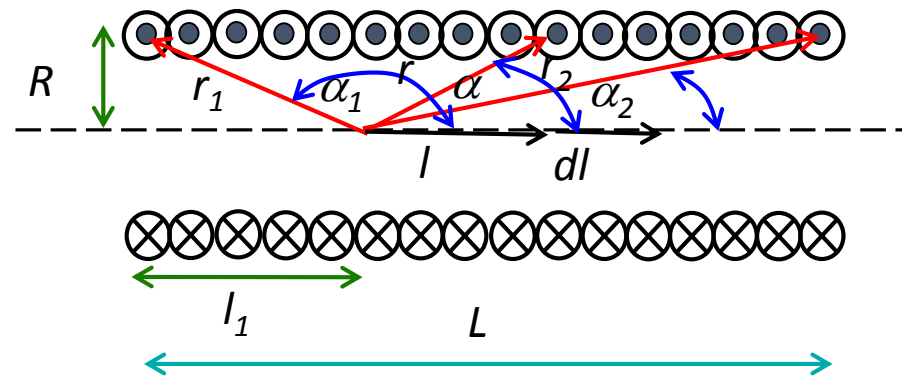
$$dl = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} \quad r = \sqrt{l^2 + R^2} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$dB = \frac{I\mu_0 R^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} n dl = -\frac{I\mu_0 R^2}{2} \frac{R^2}{r^3} n R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} = -\frac{I\mu_0}{2} \frac{R^2}{R^3} n R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} = -\frac{I\mu_0}{2} n \sin \alpha d\alpha$$

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left( -\frac{I\mu_0}{2} n \sin \alpha d\alpha \right) = -\frac{I\mu_0}{2} n \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha$$

$$|B| = \frac{I\mu_0}{2} n (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1), \quad \cos \alpha_1 = -\frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{L - l_1}{\sqrt{R^2 + (L - l_1)^2}}$$

$$B_{\max} = \frac{I\mu_0}{2} n \left( \frac{L - \frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(L - \frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}} \right) = I\mu_0 n \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}}$$

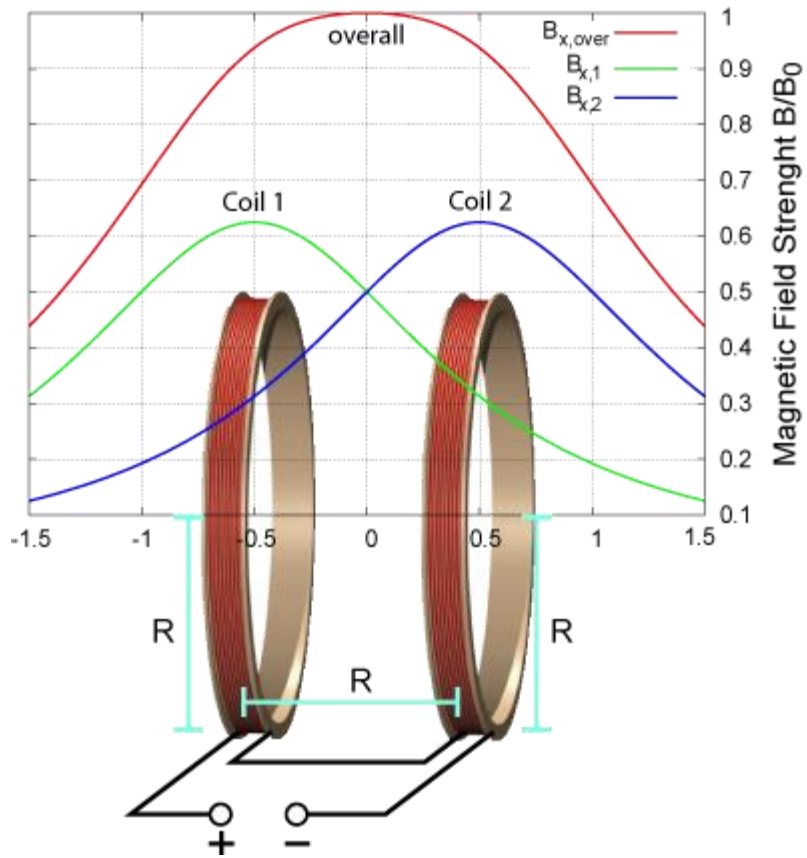


## Model cewki długiej (nieskończonej)

$$L \gg R \Rightarrow \alpha_1 = \pi, \quad \alpha_2 = 0 \Rightarrow |B| = \frac{I\mu_0}{2} n (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) =$$

$$= \frac{I\mu_0}{2} n (1 - (-1)) = \mu_0 n I \quad B = \mu_0 n I$$

# Cewki Helmholtza



Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz



(1821-1894) – niemiecki lekarz, fizjolog, fizyk i filozof. Sformułował zasadę zachowania energii. Zajmował się mechaniką, akustyką, termodynamiką, światłem, elektrycznością i magnetyzmem, konstruował pierwsze zwierciadło oczne, rezonator Helmholtza, próbował wyjaśnić mechanizm produkcji energii w gwiazdach.

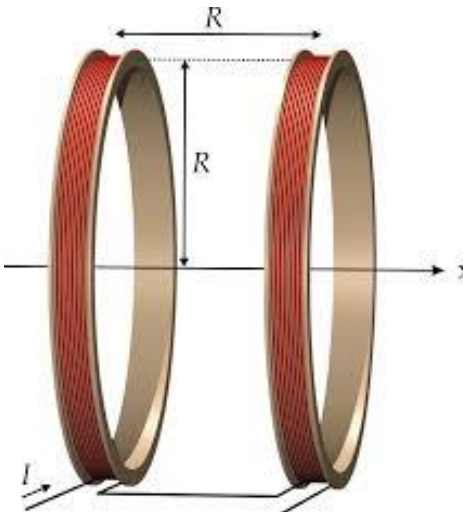
# Cewki Helmholtza

Dla pojedynczego zwoju:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

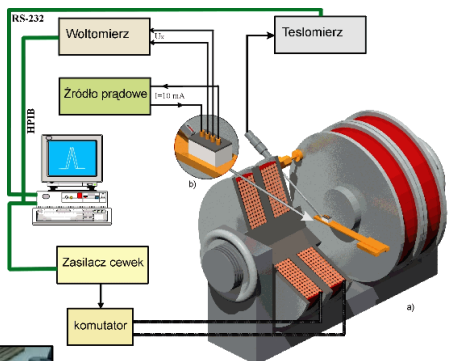
Pole magnetyczne wytwarzane przez dwie cewki:

$$B_x = \frac{\mu_0 I r^2}{2} \left( \frac{1}{(r^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(r^2 + (r-x)^2)^{3/2}} \right)$$



Jeśli odległość pomiędzy cewkami jest równa promieniowi cewek (warunek Helmholtza) tzn.  $x=r/2$  (w środku cewek):

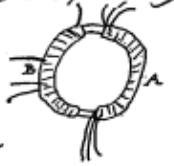
$$B_x = \frac{\mu_0 I r^2}{2} \left( \frac{1}{\left(r^2 + \frac{r^2}{4}\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(r^2 + \left(r - \frac{r}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \right) = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{R}$$



# Prawo Faradaya

Aug 29th 1831

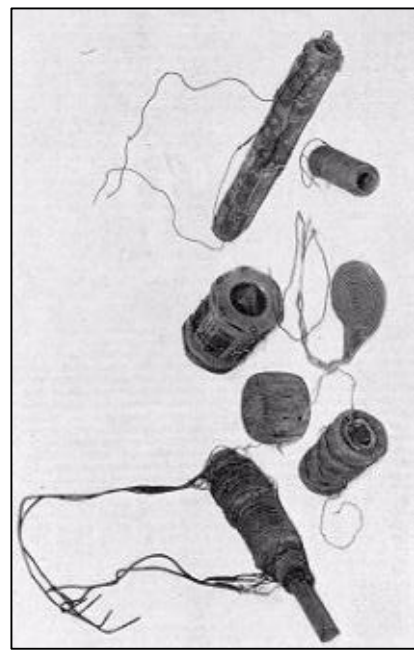
Expts on the production of Electricity from Magnets etc  
 There had an iron ring made (soft iron), was round and 1/2 inches thick of say 6 inches in external diameter. Wound many coils of copper wire round one half the circle being separated by twice of radius - there were 3 lengths of wire each about 24 feet long, and they could be connected as one length or used as separate lengths by trial with a trough each was insulated from the other will call this side of the Ring A. on the other side but separated by an interval was wound over in two pieces together amounting to about 60 feet in length the direction being as with the former coils this side call B.



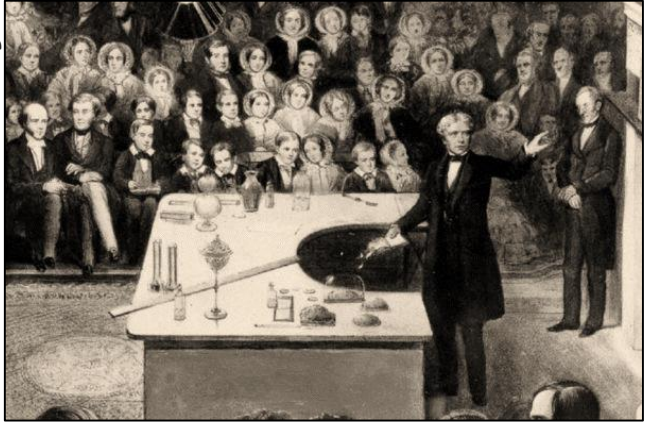
Charged a battery of 40 plates & wires again made the coil on B only one coil and connected its extremities by a copper wire passing to distance and put over a magnetometer (3 feet from wire ring) then connected the end of one of the pieces to a side with battery immediately a small effect on needle & nullified it with at last in original position. On breaking connection of A side with battery gave a disturbance of the needle

Made all the wires on A side one coil and sent an current from battery through the whole. Effect on needle much stronger than before

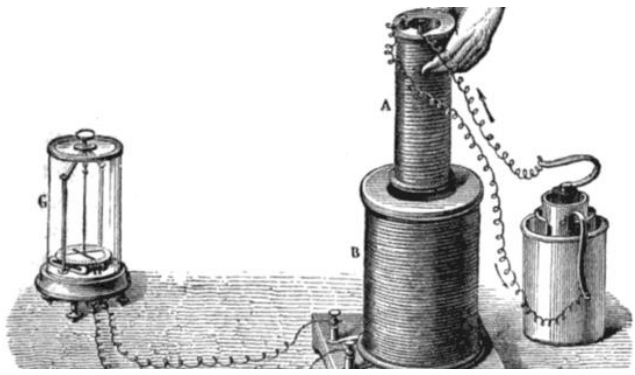
The effect of the needle then had a very small part of that which the wire communicated directly with the battery could produce



# Michael Faraday



(1791 -1867) Asystent i dyrektor Royal Institution, Odkrycie „rotacji magnetycznej, Skroplenie chloru, Odkrycie, Odkrycie indukcji elektromagnetycznej, Dowód identyczności 5 rodzajów elektryczności, Prawa elektrolizy, „Klatka Faradaya”, Badania dielektryków, Idea pola elektromagnetycznego, Odkrycie zjawiska magnetoptycznego, Odkrycie diamagnetyzmu i paramagnetyzmu





# Prawo indukcji Faradaya

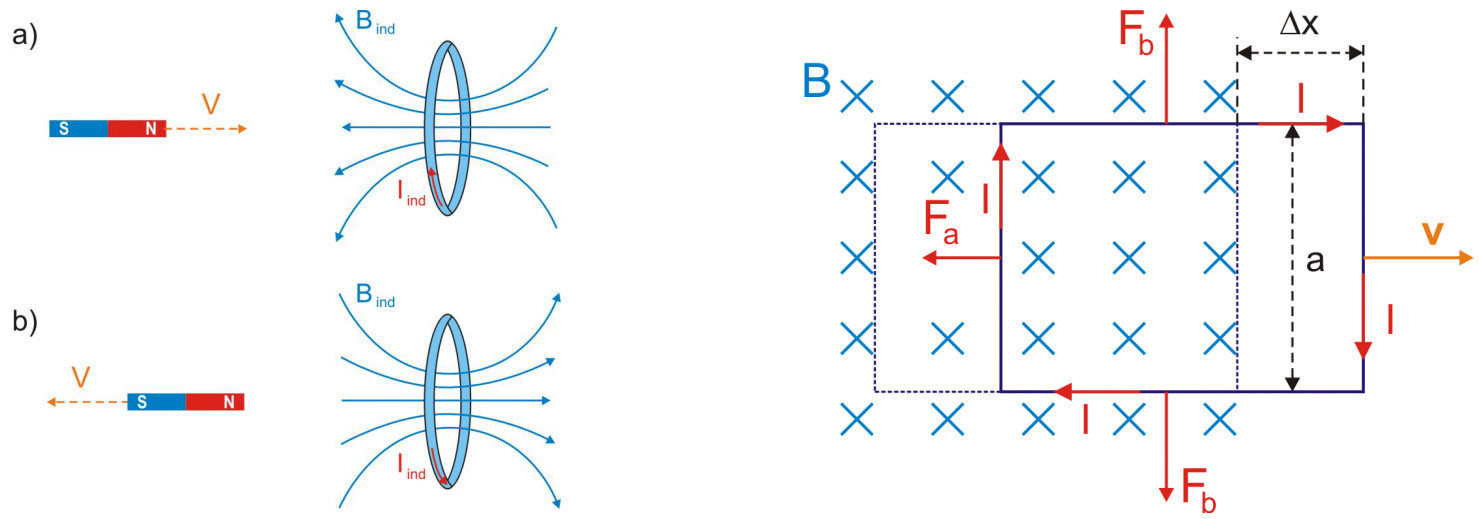
O powstawaniu siły elektromotorycznej indukcji SEM decyduje *szybkość zmian strumienia magnetycznego  $\Phi_B$* . Ilościowy związek przedstawia prawo Faradaya.

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

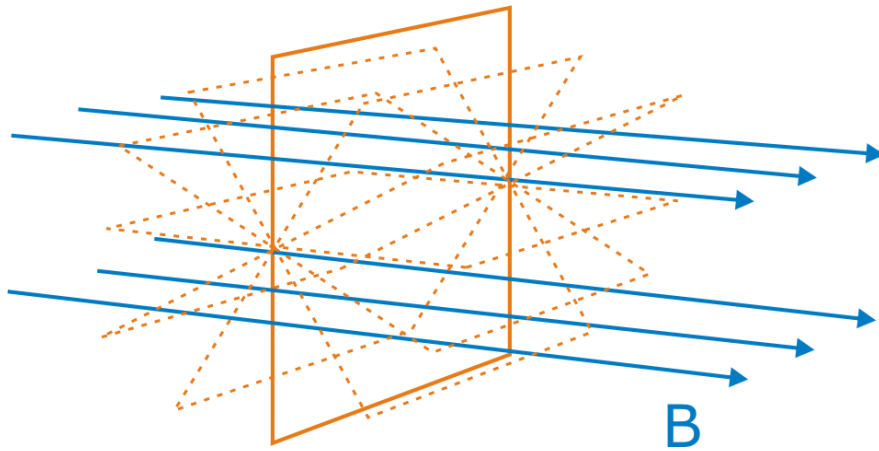
Analogicznie jak strumień pola elektrycznego  $E$ , strumień pola magnetycznego  $B$  przez powierzchnię  $S$ :

$$\Phi_B = \int_S B dS$$

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej polega na powstawaniu siły elektromotorycznej SEM w obwodzie podczas przemieszczania się względem siebie źródła pola magnetycznego i tego obwodu. W obwodzie zamkniętym SEM indukcji wywołuje przepływ *prądu indukcyjnego* i w powstanie wytwarzanego przez ten prąd *indukowanego pola magnetycznego*



## Prawo indukcji Faradaya



Strumień zmienia zarówno swoją wartość jak i znak, więc indukowana jest zmienna SEM. Jeżeli ramka obraca się z prędkością kątową  $\omega = \alpha/t$  to strumień jest wówczas równy:

$$\Phi_B = BS \cos \omega t$$

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \omega B \sin \omega t$$

W równaniu przedstawiającym prawo Faradaya występuje znak minus. Dotyczy on kierunku indukowanej SEM w obwodzie zamkniętym. Ten kierunek możemy wyznaczyć na podstawie reguły Lenza: **Prąd indukowany ma taki kierunek, że wytwarzany przez niego własny strumień magnetyczny przeciwdziała pierwotnym zmianom strumienia, które go wywołały.**

## Reguła Lenza

W równaniu przedstawiającym prawo Faradaya występuje znak minus. Dotyczy on kierunku indukowanej SEM w obwodzie zamkniętym. Ten kierunek możemy wyznaczyć na podstawie reguły Lenza:

**Prąd indukowany ma taki kierunek, że wytwarzany przez niego własny strumień magnetyczny przeciwdziała pierwotnym zmianom strumienia, które go wywołały.**

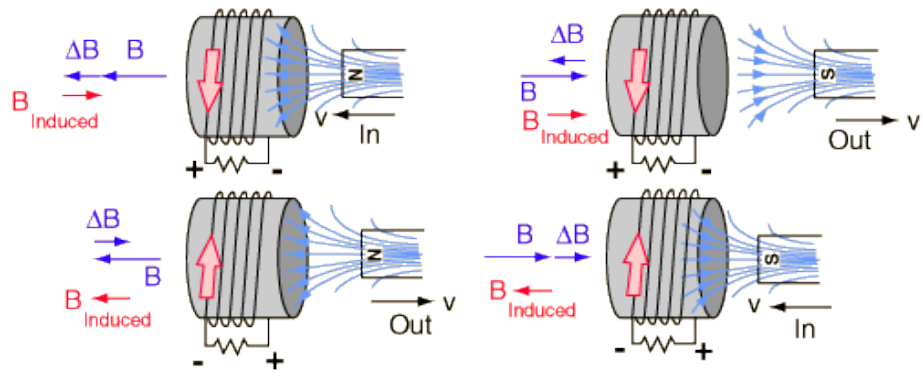
- Jeżeli zamknięta zwojnica porusza się względem magnesu, to wokół zwojnicy powstaje takie pole magnetyczne, które przeciwdziała temu ruchowi.
- Jeżeli natężenie pola magnetycznego pośrodku zwojnicy wzrasta, indukuje to w niej pole i prąd elektryczny o takim kierunku, że wytwarzane przezeń wtórne pole magnetyczne przeciwdziałać będzie dalszemu wzrostowi pierwotnego pola.
- Jeżeli natężenie pola magnetycznego pośrodku zwojnicy słabnie, indukuje to w niej pole i prąd elektryczny o takim kierunku, że wytwarzane przezeń wtórne pole magnetyczne podtrzymać będzie słabnące pole.
- Jeżeli cząstka obdarzona ładunkiem elektrycznym porusza się w polu magnetycznym o wzrastającym natężeniu, to ruch tej cząstki wywołuje wzrost natężenia pola magnetycznego przed cząstką a osłabienie za cząstką (przeciwdziała zmianie pola w miejscu gdzie jest cząstka), a przy ruchu w polu słabnącym odwrotnie.
- Jeżeli cząstka obdarzona ładunkiem porusza się wzdłuż zakrzywionej linii pola magnetycznego, to indukowane pole zmniejsza krzywiznę tej linii.

Heinrich Friedrich Emil Lenz



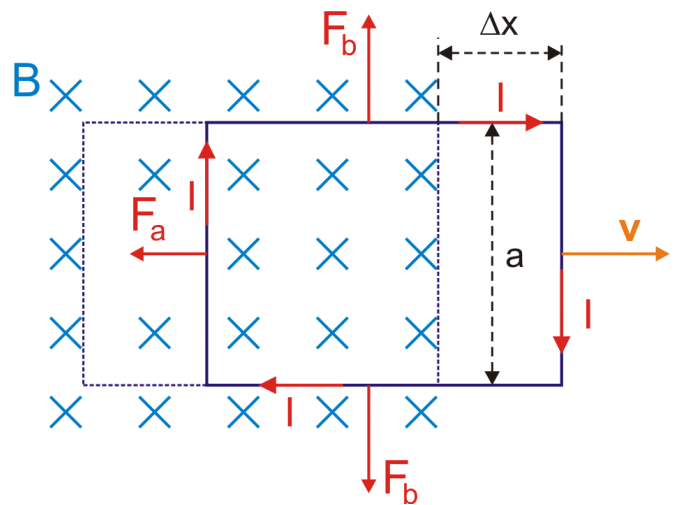
(1804 - 1865) rosyjski fizyk pochodzenia niemieckiego, najbardziej znany ze sformułowanego w 1834 roku prawa Lenza. Pracował na Uniwersytecie w Petersburgu. W 1831 zaczął prace badawcze nad elektromagnetyzmem. Poza prawem Lenza niezależnie od Joule'a odkrył również w 1842 prawo Joule'a, które w związku z tym bywa czasem nazywane prawem Joule'a-Lenza.

# Prawo indukcji Faradaya



Prąd indukowany wytwarza pole przeciwne do pola magnesu przy jego zbliżeniu, a zgodne z polem magnesu przy jego oddalaniu.

Rozpatrzmy obwód w kształcie prostokątnej pętli jest wyciągany z obszaru stałego pola magnetycznego (prostopadłego do pętli) ze stałą prędkością  $v$ .



Jeżeli ramka przesuwa się o odcinek  $\Delta x$  to obszar ramki o powierzchni  $\Delta S$  wysuwa się z pola  $B$  i strumień przenikający przez ramkę maleje o  $\Delta\Phi_B = B\Delta S = Ba\Delta x$

Jeżeli ta zmiana nastąpiła w czasie  $\Delta t$  to zgodnie z prawem Faradaya wyindukowała się siła elektromotoryczna:

$$\epsilon_{ind} = -\frac{d}{dt} \Phi_B = -Ba \frac{d}{dt} x = -Bav$$

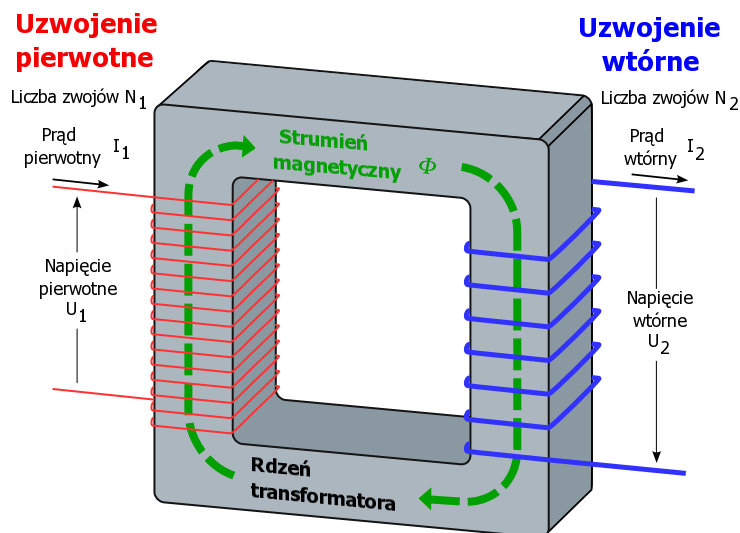
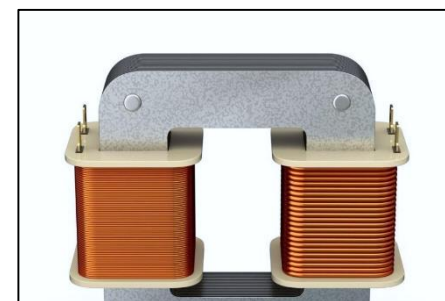


# Indukcyjność

Urządzeniem, w którym wykorzystano zjawisko indukcji elektromagnetycznej jest *transformator*. W urządzeniu tym dwie cewki są nawinięte na tym samym rdzeniu (często jedna na drugiej). Jedna z tych cewek jest zasilana *prądem przemiennym* wytwarzającym w niej zmienne pole magnetyczne, które z kolei wywołuje SEM indukcji w drugiej cewce. Ponieważ obie cewki obejmują te same linie pola  $B$  to zmiana strumienia magnetycznego jest w nich jednakowa.

Zgodnie z prawem Faradaya: 
$$U_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$$
$$U_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

gdzie  $N_1$  jest liczba zwojów w cewce pierwotnej, a  $N_2$  liczbą zwojów w cewce wtórnej

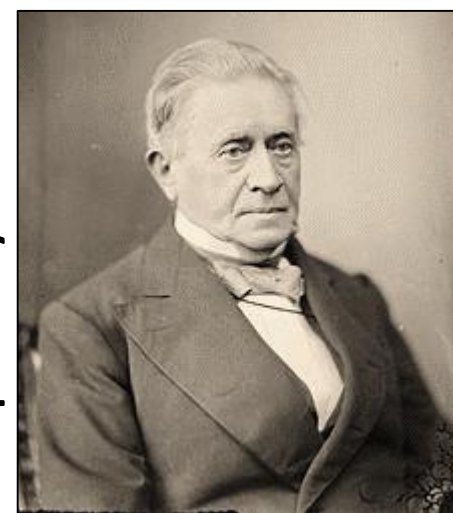


$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

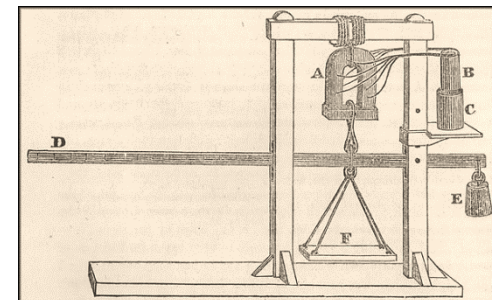
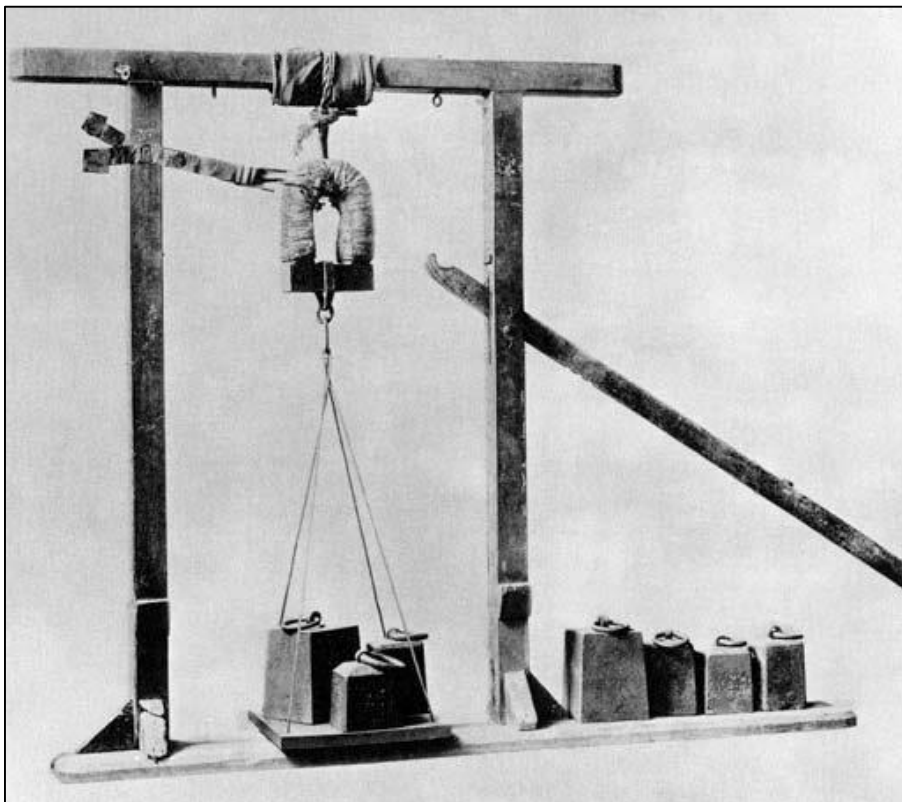
# Samoiндukcja



**Joseph Henry**



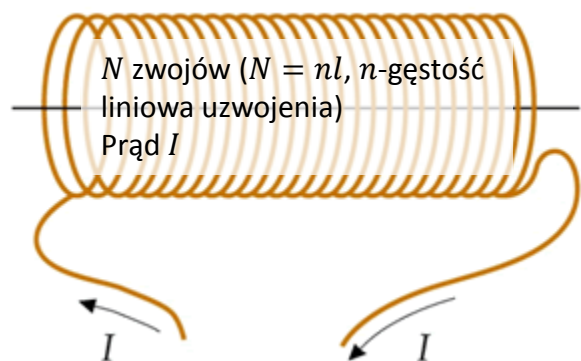
(1797 - 1878) – fizyk amerykański. Niezależnie od Faradaya odkrył zjawisko indukcji elektromagnetycznej i samoiндukcji, jednak w publikacji wyników został przez Faradaya uprzedzony. Usprawnił elektromagnes, stosując (jako pierwszy) drut izolowany, dzięki czemu mógł nawijać na rdzeniu wiele zwojów i nie następowało między nimi przebicie. Stosując tę technikę skonstruował w Yale najsilniejszy wówczas elektromagnes (mogący unieść 1040 kg). W 1831 zbudował jedno z pierwszych urządzeń wykorzystujących elektryczność do generowania ruchu.



## Samoiндukcja

O zjawisku indukcji możemy mówić również w przypadku pojedynczego obwodu. Prąd płynący w obwodzie wytwarza bowiem własny strumień magnetyczny, który przenika przez ten obwód

*Gdy natężenie prądu przepływającego przez obwód zmienia się to zmienia się też, wytworzony przez ten prąd, strumień pola magnetycznego przenikający obwód, więc zgodnie z prawem indukcji Faradaya indukuje się w obwodzie SEM*



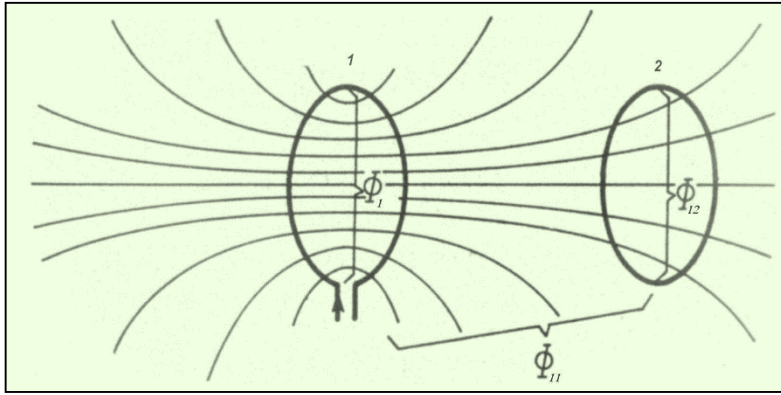
$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{ind} &= -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} BS = -NS \frac{d}{dt} B = \\ &= -nlS \frac{d}{dt} \mu_0 nI = -n^2 lS \mu_0 \frac{d}{dt} I\end{aligned}$$

$$L = \mu_0 n^2 Sl \quad L\text{- indukcyjność}$$

$[H = T \text{ m}^2/A]$

$$N \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{d}{dt} I \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = -L \frac{d}{dt} I$$

## Indukcyjność wzajemna



Pole magnetyczne wytworzone w jednej cewce przenika całkowicie lub częściowo przez drugą cewkę. Załóżmy, że prąd o natężeniu  $I_1$  w cewce pierwszej (o  $N_1$  zwojach) wytwarza w niej strumień indukcji pola magnetycznego  $\Phi_1$ . Część tego strumienia  $\Phi_{12}$  przecina drugą cewkę (o  $N_2$  zwojach), pozostała część strumienia  $\Phi_{11}$  ulega rozproszeniu. Całkowity strumień wytwarzany przez cewkę pierwszą jest więc sumą dwóch składowych  $\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{11}$

Indukcyjność własna cewki pierwszej może być określona jako:  $L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{I_1}$

Strumień magnetyczny  $\Phi_{12}$  (czyli strumień przechodzący przez cewkę drugą, ale związany z prądem w cewce pierwszej) sprzęga się z  $N_2$  zwojami cewki drugiej.

Indukcyjność wzajemną cewki pierwszej z cewką drugą można wyrazić zależnością:

$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} \Rightarrow M_{12} I_1 = N_2 \phi_{12}$$

Jeśli natężenie prądu  $I_1$  będzie zmieniać się w czasie, to można zapisać:

$$M_{12} \frac{d}{dt} I_1 = N_2 \frac{d}{dt} \phi_{12}$$

Prawa strona tego równania zgodnie z prawem Faradaya jest równa co do wartości bezwzględnej SEM  $\varepsilon_2$ , która pojawia się w cewce drugiej, w wyniku zmiany natężenia prądu w cewce pierwszej. Tak więc:

$$\varepsilon_{ind2} = -M_{12} \frac{d}{dt} I_1$$



## Energia pola magnetycznego

Rozważmy na przykład obwód zawierający cewkę o indukcyjności  $L$ . Jeżeli do obwodu włączymy źródło SEM (np. baterię) to prąd w obwodzie narasta od zera do wartości maksymalnej  $I_0$ . Zmiana prądu w obwodzie powoduje powstanie na końcach cewki różnicy potencjałów  $\Delta V$  (SEM indukcji  $\varepsilon$ ) przeciwnej do SEM przyłożonej

$$\Delta V = -L \frac{dI}{dt} \quad dW = \Delta V dq = L \frac{dI}{dt} dq = L \frac{dq}{dt} dI = LI dI$$

$$W = \int_0^{I_0} dW = \int_0^{I_0} LI dI = \frac{1}{2} LI_0^2$$