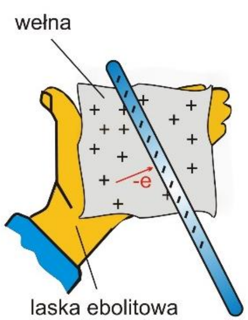
FIZYKA II

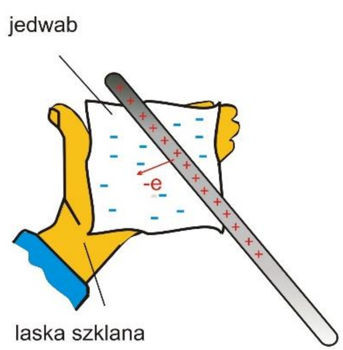
Wykład I

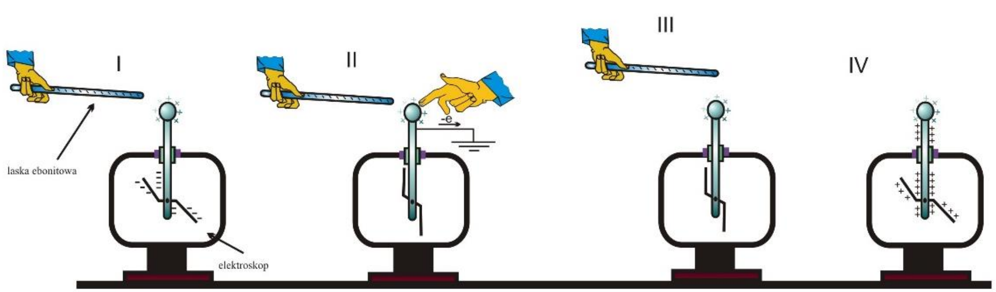
Elektrostatyka

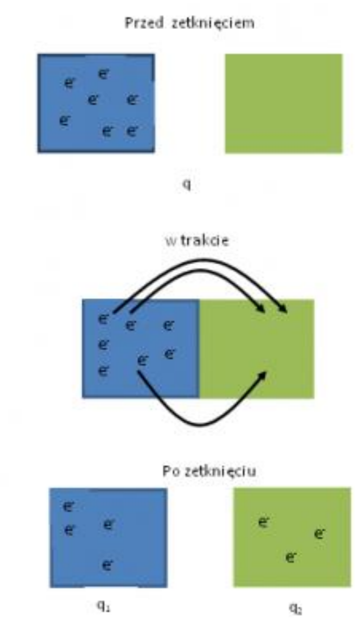
Elektrostatyka – dziedzina fizyki zajmująca się oddziaływaniami pomiędzy nieruchomymi ładunkami elektrycznymi. Oddziaływania te zwane są elektrostatycznymi. **Elektrostatyka** rozpatruje też ładunki poruszające się, o ile pomija się wszystkie efekty wynikające z ruchu ładunków z wyjątkiem zmiany ilości ładunku.

Elektryzowanie ciał przez tarcie, dotyk i indukcję. **Elektryzowanie** ciał może zachodzić przez: tarcie, dotyk lub indukcję. **Elektryzowanie** przez tarcie polega na przejściu elektronów z jednego ciała na drugie. Ciała elektryzują się różnoimiennie.



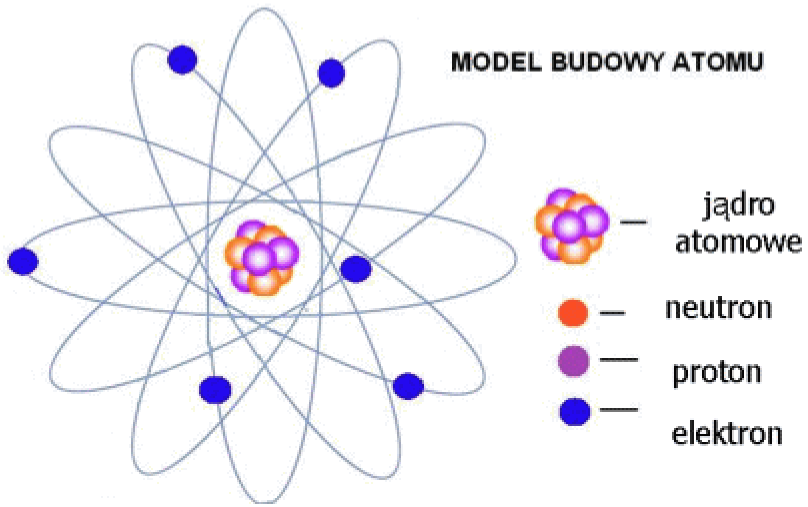






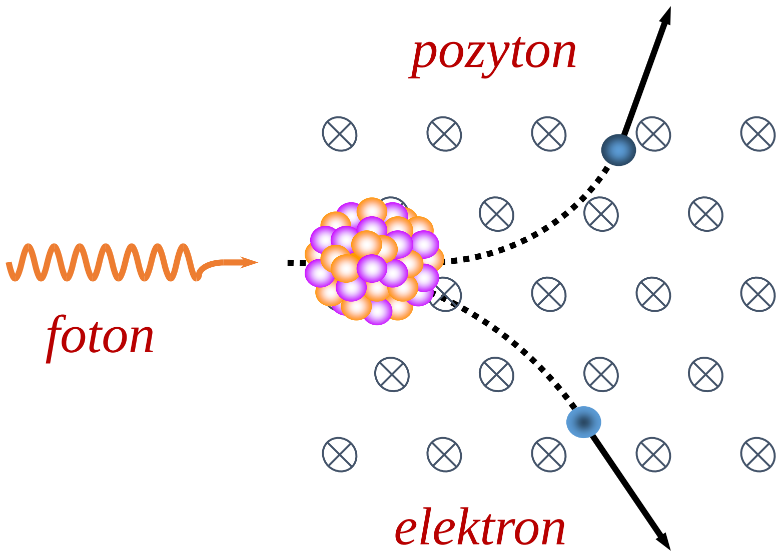
Kwantyzacja ładunku

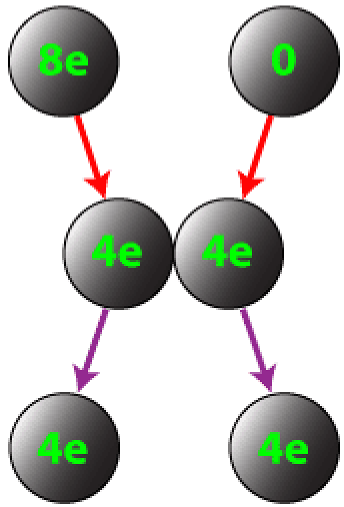
Każdy elektron ma masę = m_e i ładunek = -e
Każdy proton ma masę = m_p i ładunek = e
Ładunek elementarny: $e=1{,}602\cdot 10^{-19}$ C
Każdy inny ładunek jest wielokrotnością ładunku elementarnego $|Q| = Ne$



Prawo (zasada) zachowania ładunku

Całkowity ładunek układu odosobnionego, tzn. algebraiczna suma dodatnich i ujemnych ładunków występujących w dowolnej chwili, nie może ulegać zmianie: $Q_{całk}=const$





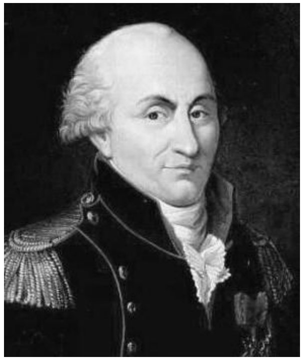
Rozpad promieniotwórczy jądra

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

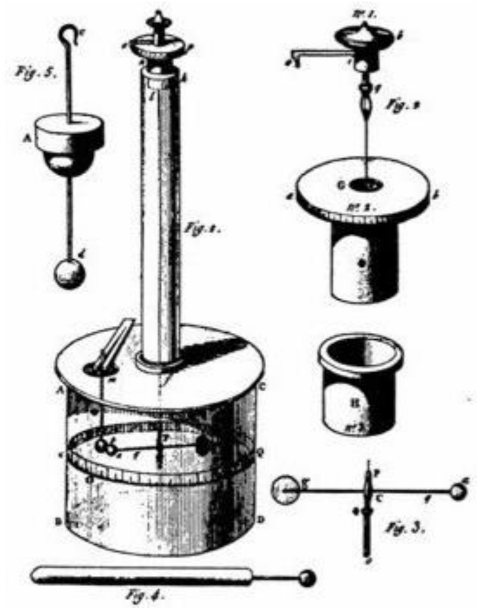
Proces anihilacji elektronu e^- i antycząstki pozytonu e^+: $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$

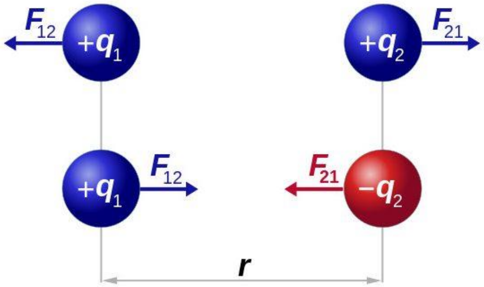
Prawo Coulomba

Charles Augustin de Coulomb



1736-1806





$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

$$\boxed{\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}}$$

Pole elektrostatyczne a pole grawitacyjne

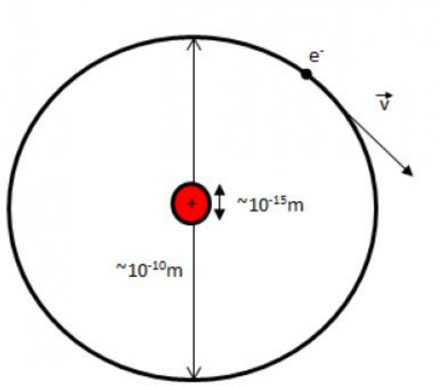
$$\boxed{\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}}$$

Prawo Coulomba

$$\boxed{\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}}$$

Prawo Newtona

Siła grawitacyjna vs siła Coulomba



m_e = 9.1 10^{-31} kg

M_p = 1.7 10^{-27} kg

r_B = 5.3 10^{-11} m

k = $(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$ = $9\text{x}10^9$ Nm^2/C^2

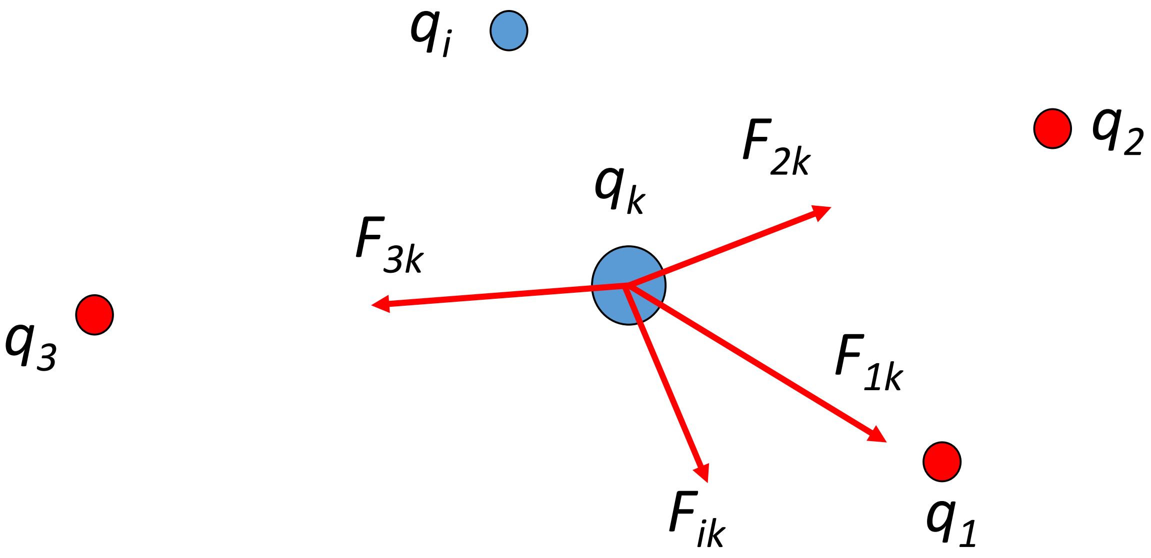
G = $6.67\text{x}10^{-11}$ $\text{m}^3/(\text{kg s}^{2})$

$$\boxed{F_g \cong 1.02\ 10^{-47}\ \text{N}}$$

$$\boxed{F_C \cong 2.3\ 10^{-8}\ \text{N}}$$

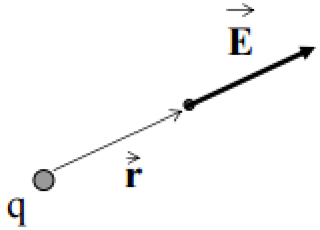
$$\frac{F_C}{F_g} = 2.26\times10^{39}$$

Zasada superpozycji



$$\vec{F}_{tot} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

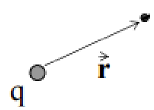
Definicja wektora natężenia pola elektrycznego



$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} \qquad [E] = \left[\frac{V}{m}\right]$$

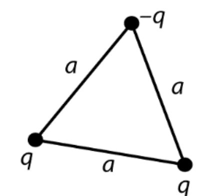
Dla ładunku punktowego

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} = \frac{k\dfrac{Qq}{r^2}\hat{r}}{q} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



Dla dyskretnego rozkładu ładunku

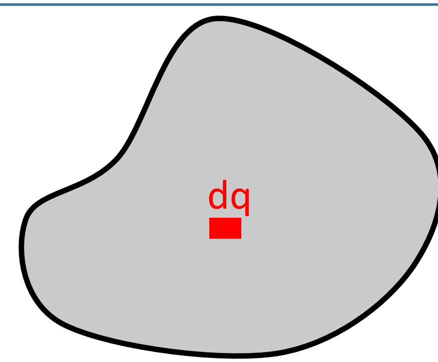
$$\vec{E}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}$$



Dla ciągłego rozkładu ładunku

$$d\vec{E} = k\frac{dQ}{r^2}\hat{r} \qquad \vec{E}(x,y,z) = \int_V \frac{\rho(x',y',z')dx'dy'dz'}{r^2}, \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, \qquad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \qquad \lambda = \frac{dQ}{dL}$$



Energia potencjalna ładunku w polu elektrostatycznym

Każdy ładunek elektryczny umieszczony w polu elektrycznym posiada energię potencjalną, wynikającą z oddziaływania ładunku z tym polem.

Energia potencjalna ładunku w nieskończonej odległości od źródła pola jest równa zeru.

Energia potencjalna ładunku q w punkcie leżącym w skończonej odległości r od źródła pola równa jest najmniejszej pracy, jaką musi wykonać siła zewnętrzna (równoważąca siłę, z jaką pole elektryczne działa na ten ładunek) przy przeniesieniu go z nieskończoności, do tego punktu

$$E_p = W_{(\infty \to r)} = \int_{\infty}^{r} \left(-\vec{F}\right) \cdot d\vec{r} = k\frac{Qq}{r}$$

Potencjał pola elektrycznego

Stosunek energii potencjalnej ładunku w polu elektrycznym do wartości tego ładunku nazywamy **potencjałem pola elektrycznego** w danym punkcie pola i oznaczamy przez V

$$V(r) = \frac{E_p}{q} = k\frac{Q}{r}$$

Dla ładunków punktowych wzór ten jest prawdziwy dla r ≥ 0.
Dla ładunków ciągłych o rozkładzie sferycznym wzór ten jest prawdziwy dla r ≥ R.
Dla innych rozkładów ładunku wzór ten jest prawdziwy dla r >> R.

Potencjał elektryczny podlega zasadzie superpozycji. Zatem jeśli pole wytworzone jest przez *n* ładunków, potencjał pola wypadkowego w danym punkcie jest równy sumie potencjałów pochodzących od poszczególnych ładunków.

Związek potencjału pola z natężeniem pola

$$V = V(x, y, z) \Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

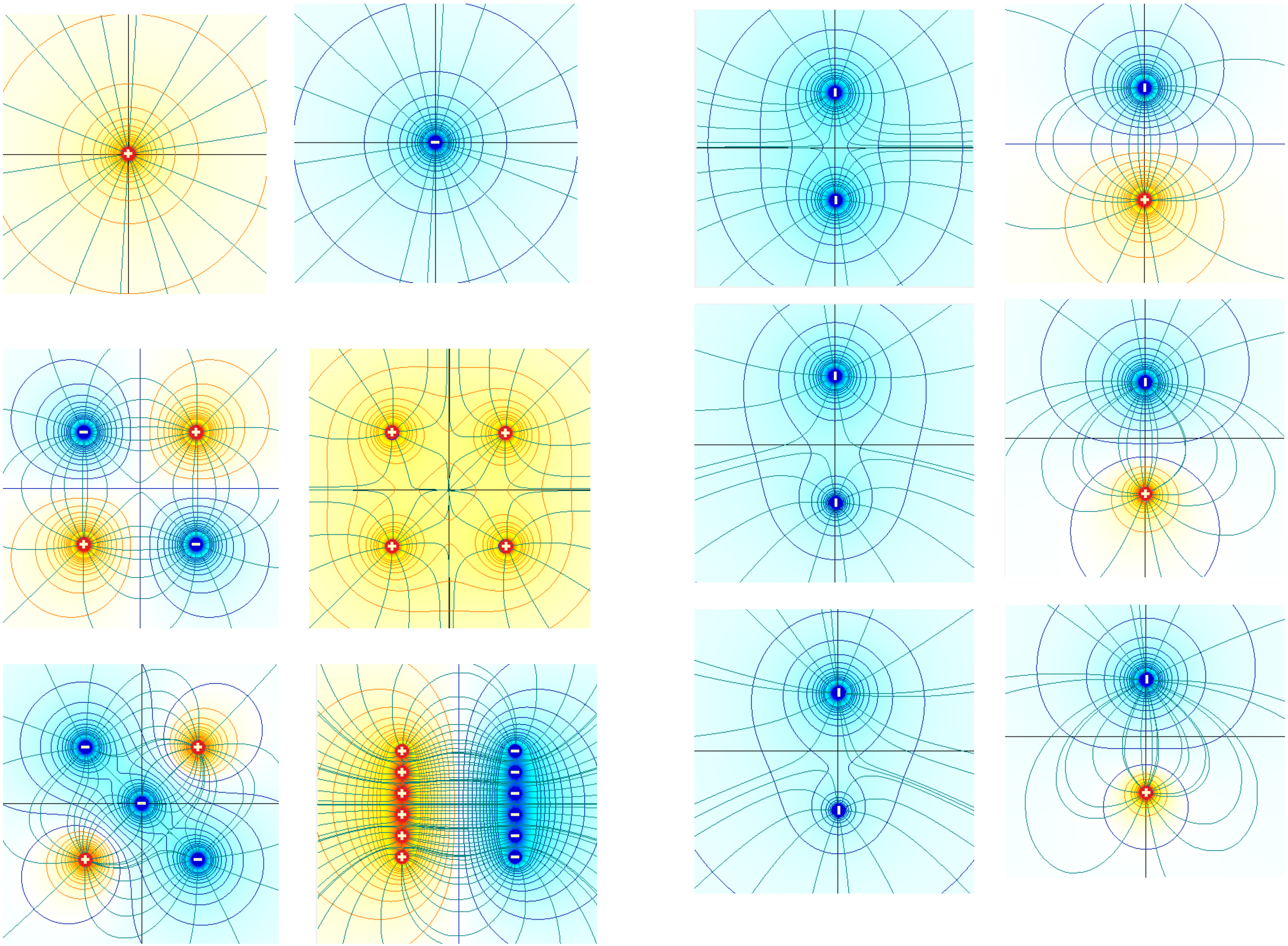
$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k} \right) = -\nabla V$$

Potencjał w danym punkcie pola równy jest liczbowo pracy jaką wykonują siły pola przy przesunięciu jednostkowego ładunku dodatniego z tego punktu do nieskończoności.

$$E_p = V\,q$$

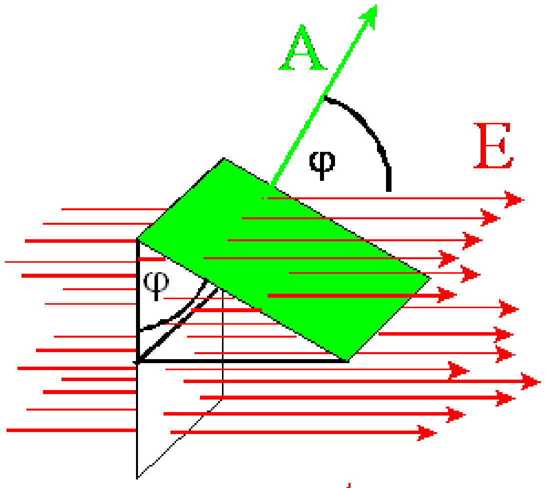
$$W = E_{pA} - E_{pB} = q\,(V_A - V_B)$$

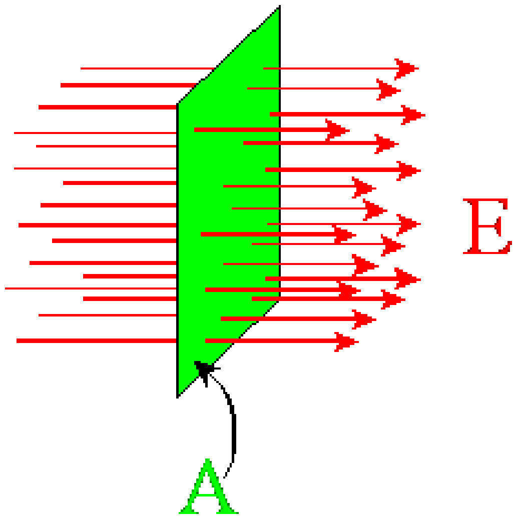
Linie pola, płaszczyzny ekwipotencjalne, potencjał

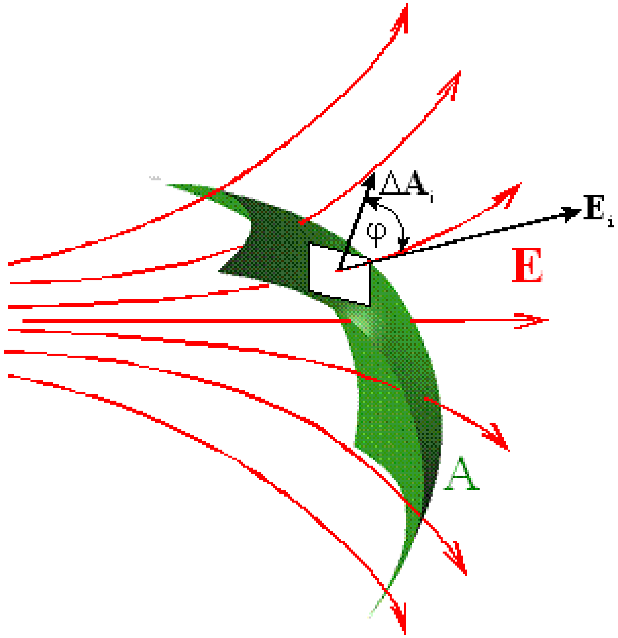


http://open.agh.edu.pl/course/view.php?id=100

Strumień natężenia pola elektrycznego (I)



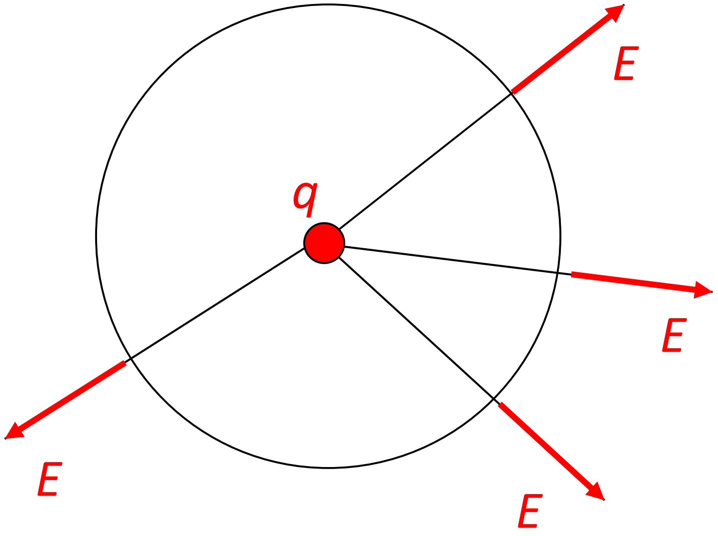




$$\Phi = \int_A \vec{E}\, d\vec{s}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (II)

Ładunek punktowy



$$\Phi = E \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (III): prawo Gaussa

Całkowity strumień pola elektrycznego przez powierzchnię zamkniętą zależy wyłącznie od ładunku elektrycznego zawartego wewnątrz tej powierzchni. Powierzchnię tę nazywamy powierzchnią Gaussa

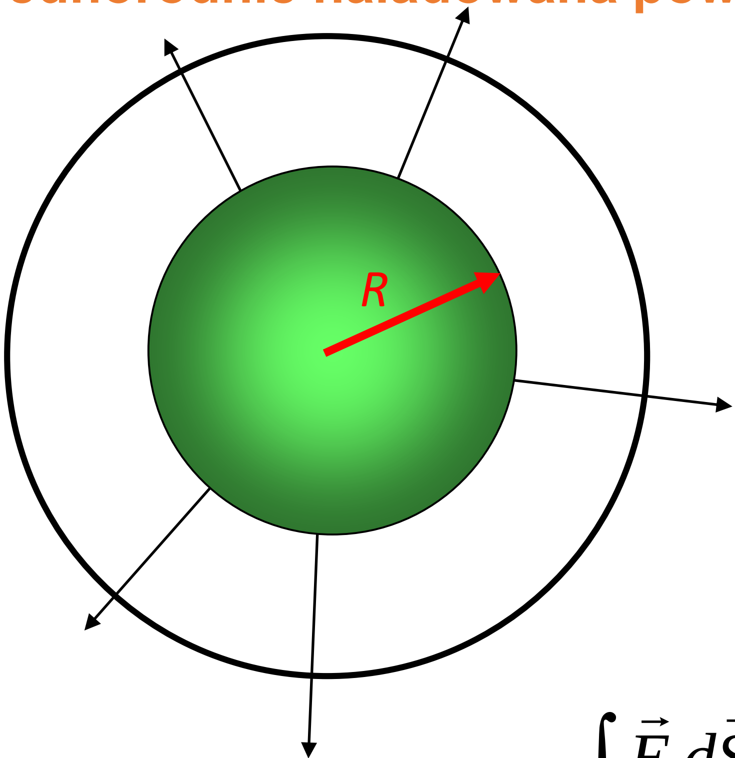
$$\Phi = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0}$$

- Powierzchnia Gaussa jest tworem hipotetycznym, matematyczną konstrukcją myślową,
- Jest dowolną powierzchnią zamkniętą, lecz w praktyce powinna mieć kształt związany w symetrią pola,
- Powierzchnię Gaussa należy tak poprowadzić aby punkt, w którym obliczamy natężenie pola elektrycznego leżał na tej powierzchni.

Strumień natężenia pola elektrycznego (IV): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana powierzchnia kuli



Gęstość powierzchniowa σ

Dla punktów wewnątrz sfery: $E = 0$

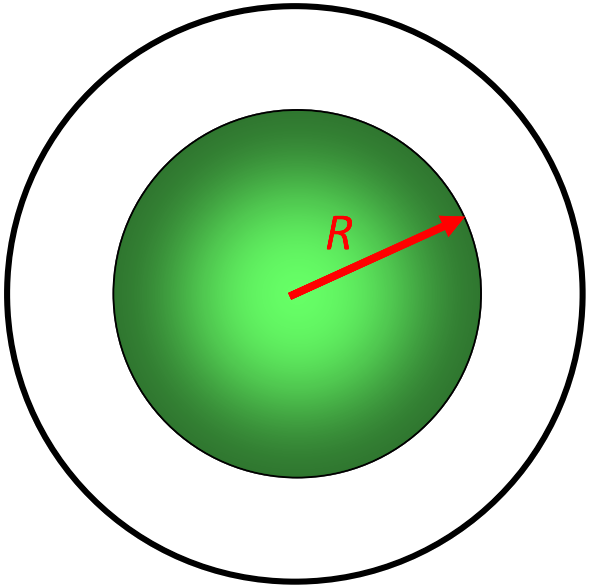
$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_A \sigma\, ds$$

$$\int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \int_S E\, dS = E \int_S dS = E\, 4\pi r^2 = 4\pi R^2 \sigma \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego (V): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana kula



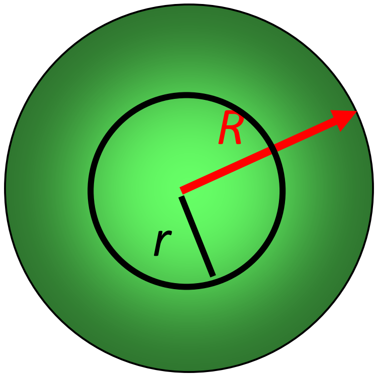
$$q = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

Dla punktów na zewnątrz kuli: $E = \frac{R^3 \rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$

Strumień natężenia pola elektrycznego (VI): prawo Gaussa

Jednorodnie naładowana kula



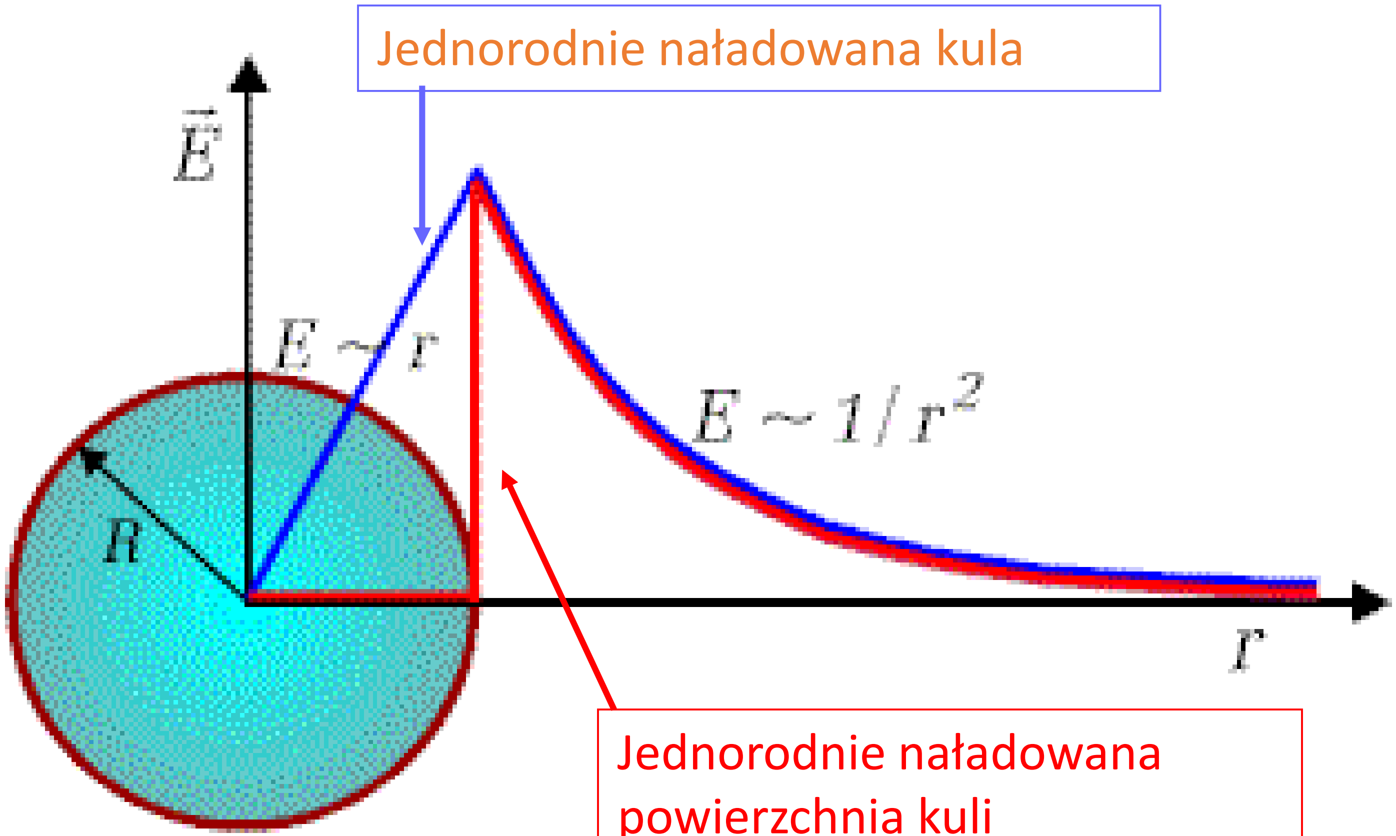
Gęstość objętościowa ρ

$$\int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_S \rho\, dV$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

Dla punktów wewnątrz kuli: $E = \dfrac{r\,\rho}{3\varepsilon_0}$

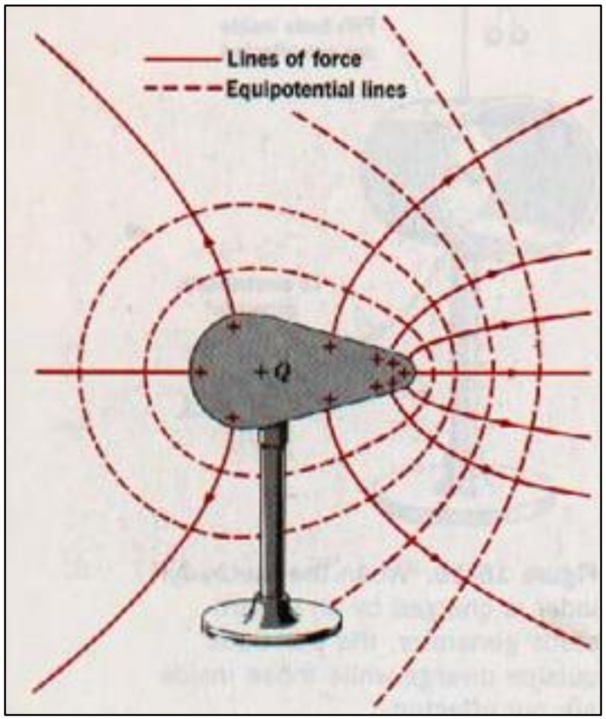
Strumień natężenia pola elektrycznego (VII): prawo Gaussa



Przewodniki w polu elektrycznym

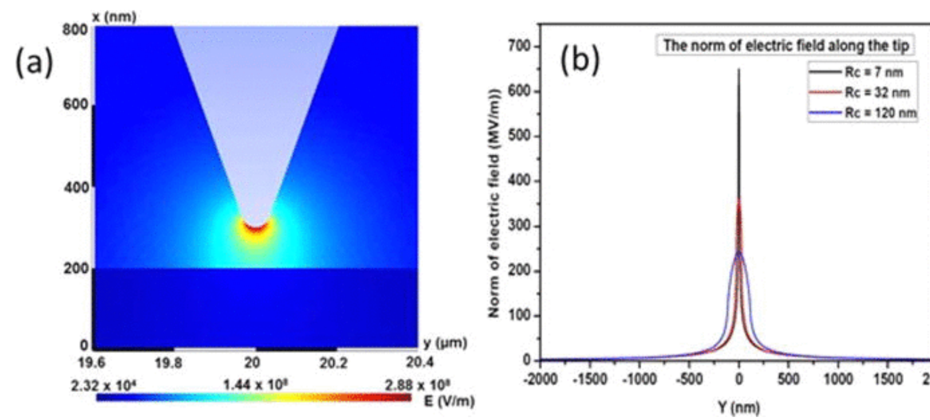
Niezrównoważone ładunki elektryczne rozłożone są jedynie na powierzchni przewodnika.

Objętość przewodnika i jego powierzchnia stanowią obszary ekwipotencjalne.

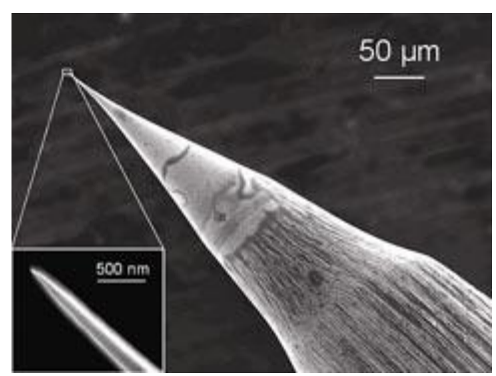


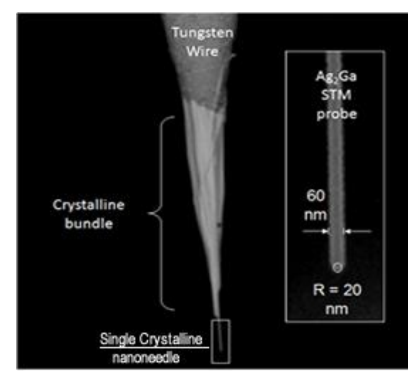
Feynman 1964, Bolton 1974

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\cdot 4\pi r^2}{r} = \frac{\sigma\cdot r}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = V\frac{\varepsilon_0}{r}$$

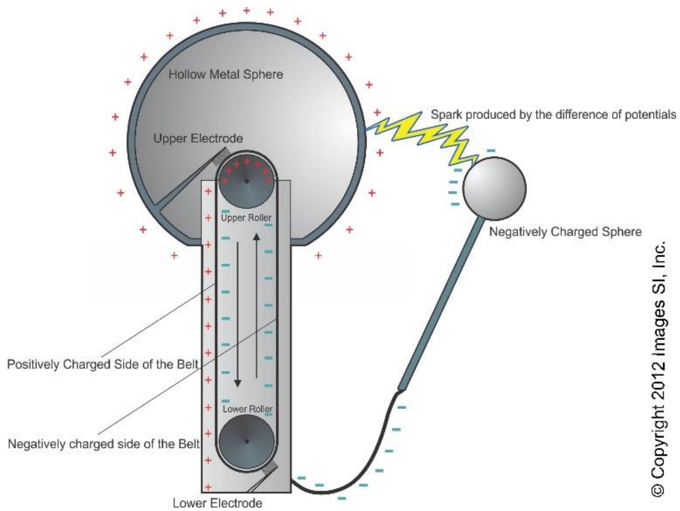


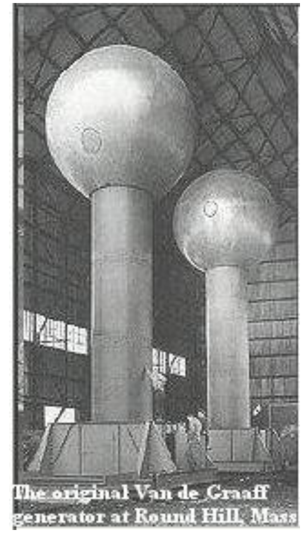
A. Boularas et. al, Journal of Applied Physics 116(084106):1-11





Generator Van de Graaffa

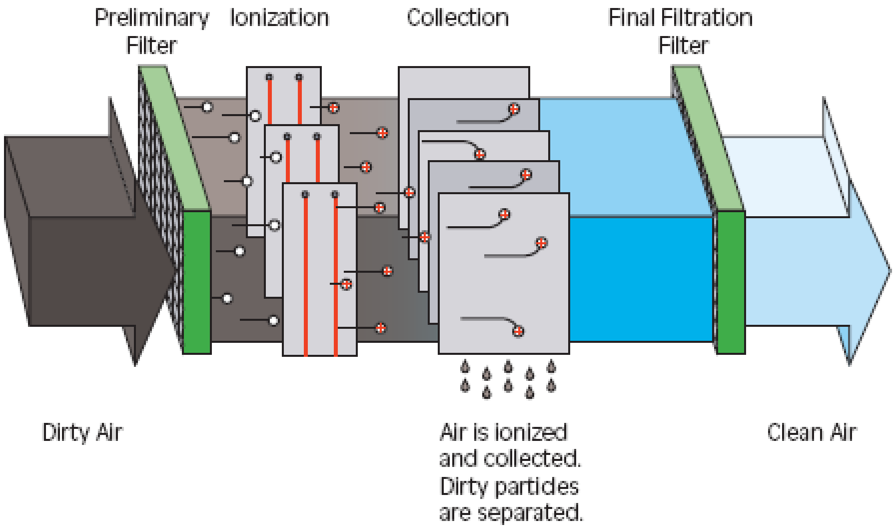


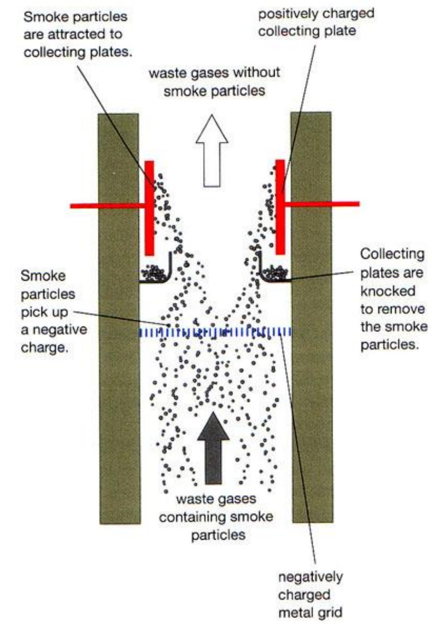


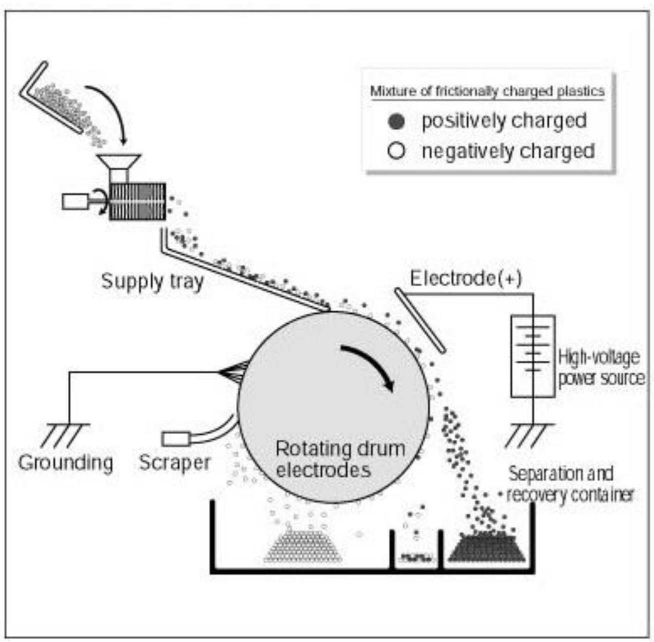
Robert Jemison Van de Graaff

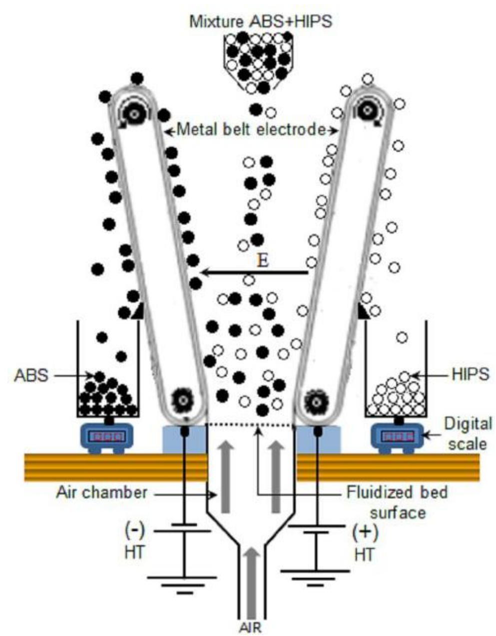
(1901 – 1967)

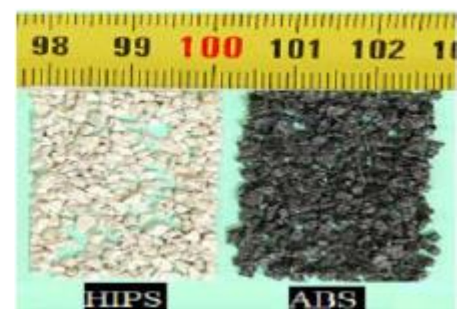
Zastosowania „prostych” układów elektrostatycznych











acrylonitrile-butadiene-styrene (ABS)
high impact polystyrene (HIPS)

Zastosowania „prostych” układów elektrostatycznych

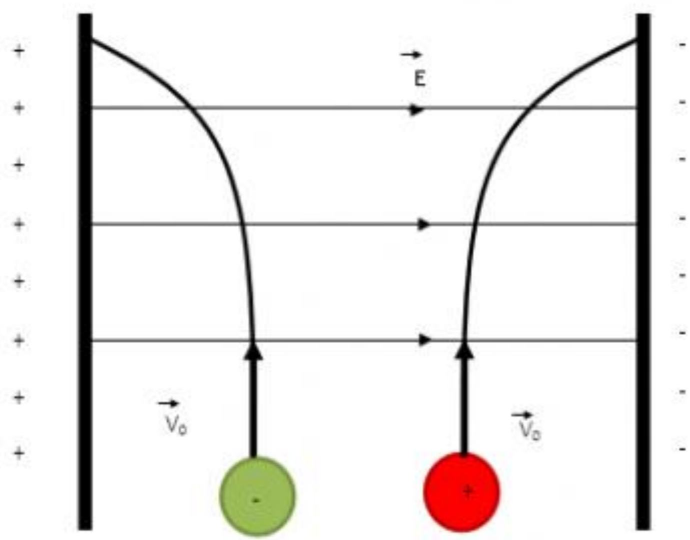
Ładunek porusza się równolegle do linii pola, ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem:

$$a = \frac{Eq}{m}$$

Jego energia kinetyczna zmienia się:

$$E_K = E_0 + Uq$$

Kiedy ładunek posiada prędkość początkową, torem ruchu jest parabola:



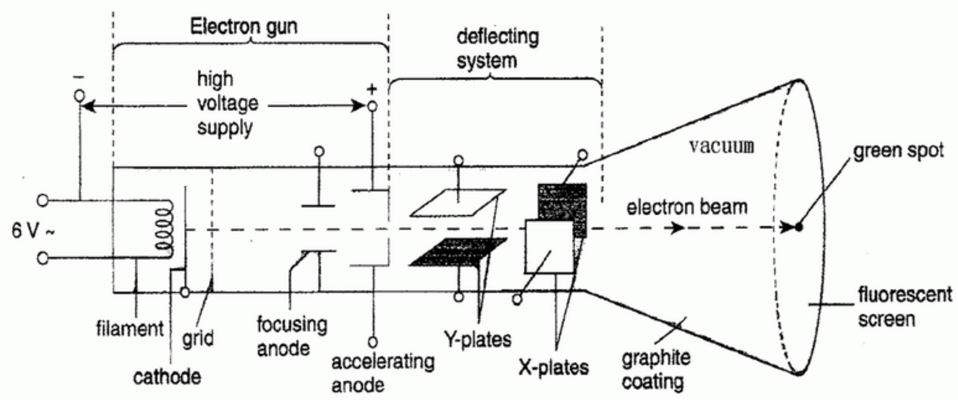
$$a = \frac{Eq}{m}$$

$$x = \frac{at^2}{2} = \frac{Eql^2}{2mv^2} = \frac{Uql^2}{2mv^2d}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{E^2q^2l^2}{m^2v_0^2}}$$

Zastosowania „prostych” układów elektrostatycznych

Structure of the Cathode Ray Oscilloscope



Part	*Component*	*Function*
Electron gun	(a) Filament	When a current passes through the filament, the filament becomes hot and heats up the cathode.
	(b) Cathode	Emits electrons when it is hot.
	(c) Control Grid	i. Controls the number of electrons reaching the fluorescent screen. ii. Controls the brightness of the spot on the screen.
	(d) Focusing Anode	To focus the electrons onto the screen.
	(e) Accelerating anode	To accelerate the electrons to high speed.
Deflecting system	(a) Y-Plates	To deflect the electron beam vertically
	(b) X-Plates	To deflect the electron beam horizontally.
Fluorescent screen	The screen is a glass surface coated with a fluorescent material (zinc sulphide)	The fluorescent material converts the kinetic energy of the electrons to heat and light energy when the electrons collide with the screen.

Pojemność elektryczna

Zgromadzony ładunek jest proporcjonalny do potencjału (różnicy potencjałów)

$$q = CV \qquad q = C\Delta V \qquad q = CU$$

Stała proporcjonalności *C* nosi nazwę pojemności elektrycznej

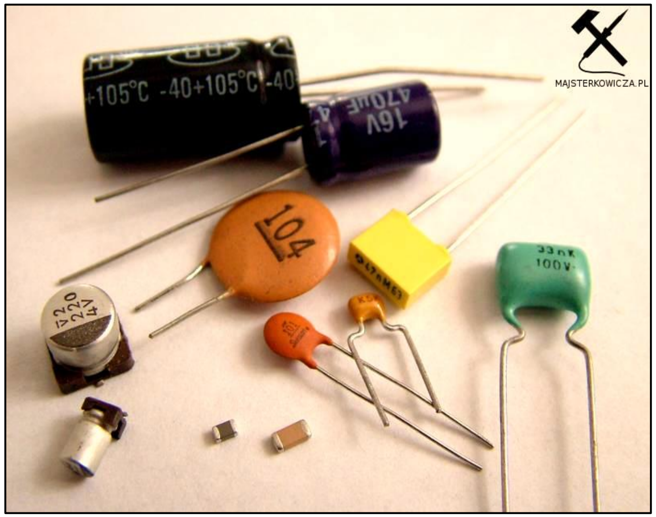
$$C = \frac{q}{V} \quad C = \frac{q}{\Delta V} \quad C = \frac{q}{U} \quad U = \Delta V$$

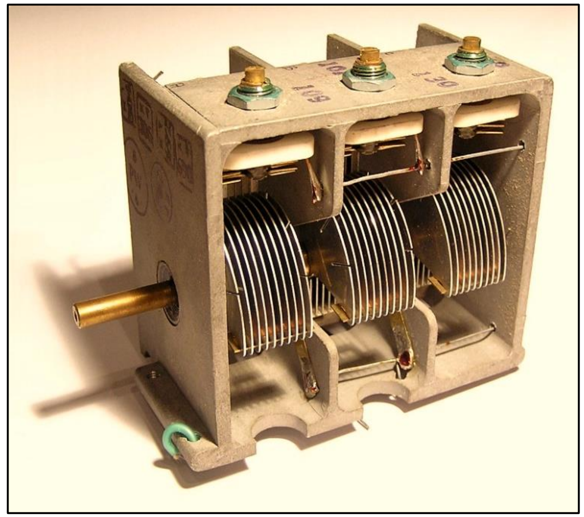
1F = 1C/1V

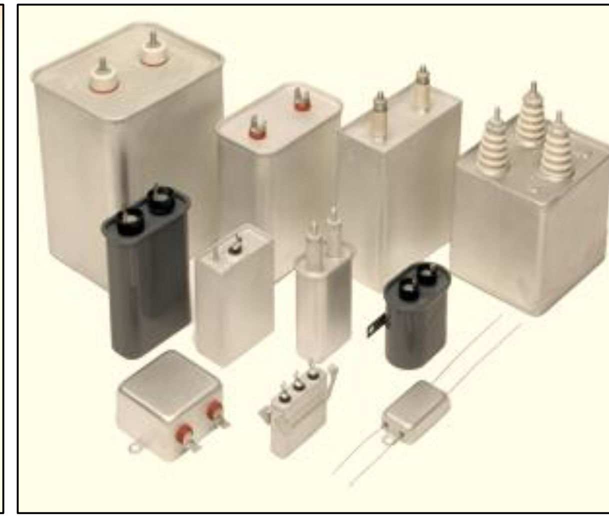
Kondensator (I)

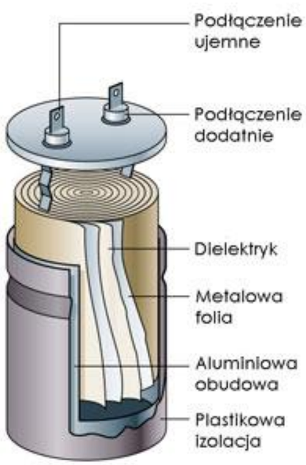
Kondensator – urządzenie przeznaczone do magazynowania energii w postaci pola elektrycznego

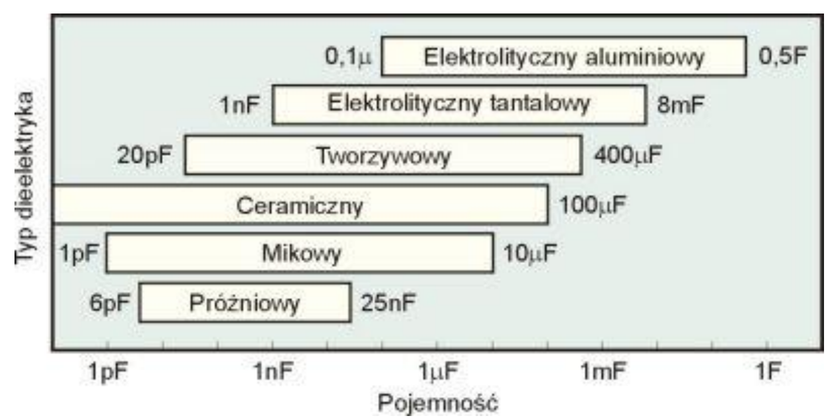
Kondensator gromadzi duży ładunek przy niewielkiej różnicy potencjałów





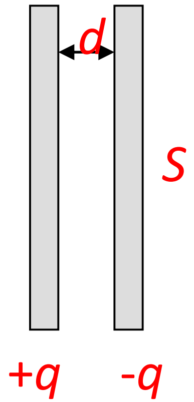






Kondensator (II)

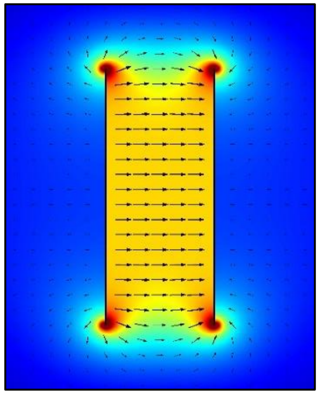
Kondensator płaski



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}, \quad \sigma = \frac{q}{S}$$

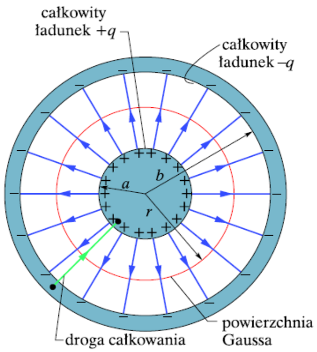
$$U = Ed = \frac{q}{\varepsilon_0 S} d$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 S} d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



Kondensator (III)

Kondensator cylindryczny

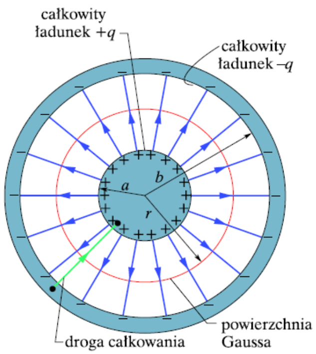


$$S = 2\pi r L \quad \varepsilon_0 E S = q \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi r L}$$

$$U = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi r L} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln r \Big|_a^b = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} (\ln b - \ln a) = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln \frac{b}{a}} = \frac{\varepsilon_0 2\pi L}{\ln \frac{b}{a}}$$

Kondensator kulisty



$$S = 4\pi r^2 \quad q = \varepsilon_0 E 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}$$

$$U = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_a^b = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \left(-\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \frac{b-a}{ab}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 4\pi} \frac{b-a}{ab}} = \frac{\varepsilon_0 4\pi ab}{b-a}$$

Połączenia kondensatorów

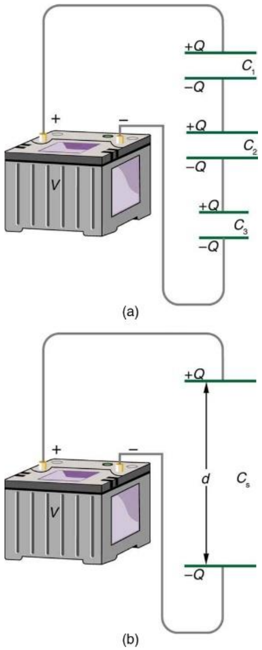
Połączenie szeregowe

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \sum_{j=1}^{n} U_j \qquad q = const$$

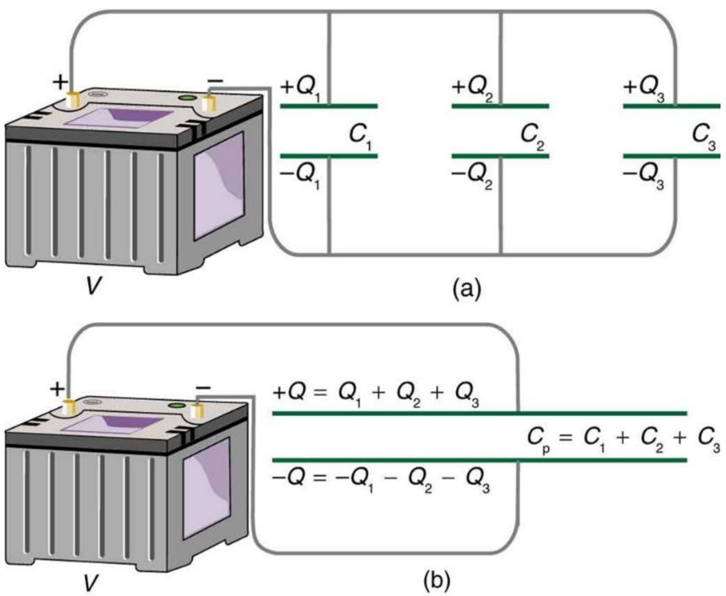
$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2}, \ldots, U_n = \frac{q}{C_n}$$

$$U = \frac{q}{C_Z} = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \sum_{j=1}^{n} U_j = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \ldots + \frac{q}{C_n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{q}{C_j}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$



Połączenie równoległe



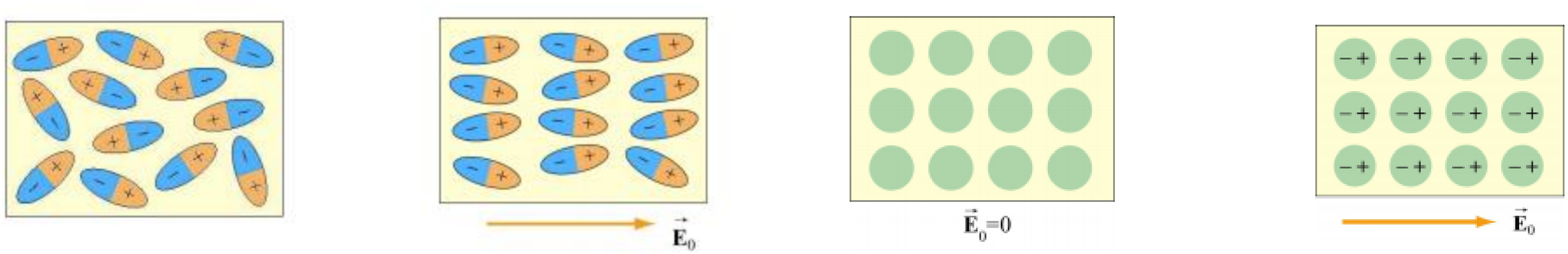
$$U = const$$

$$q_1 = UC_1, q_2 = UC_2, \ldots, q_n = UC_n$$

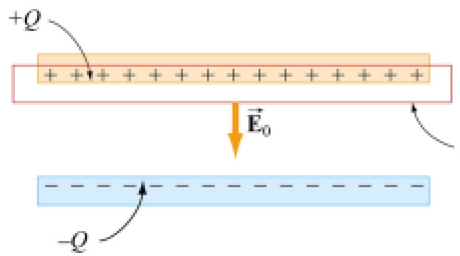
$$q = \sum_{j=1}^{n} q_j = UC_1 + UC_2 + \ldots + UC_n = U\left(C_1 + C_2 + \ldots + C_n\right) =$$

$$= U \sum_{j=1}^{n} C_j = UC_Z \Rightarrow C_Z = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Dielektryk w polu elektrycznym

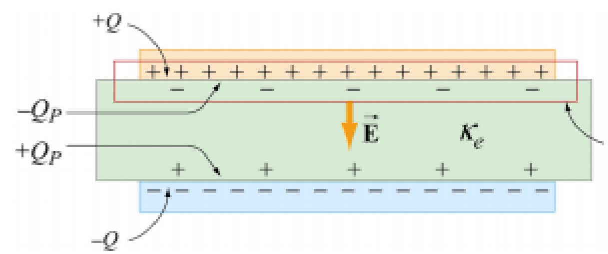


Pojemność kondensatora z dielektrykiem



$$\oint_s \vec{E}d\vec{S} = E_0 A = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$



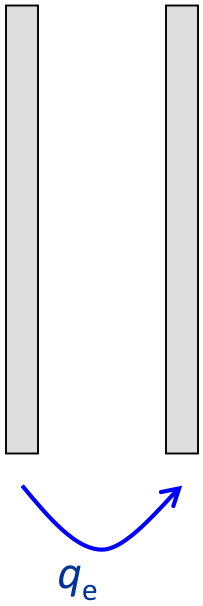
$$\oint_s \vec{E}d\vec{S} = E\ A = \frac{Q-Q_P}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q-Q_P}{\varepsilon_0 A}$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon} E_0 = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$

$$Q_P = Q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$\boxed{C = \varepsilon C_0 = \frac{\varepsilon\,\varepsilon_0\, S}{d}}$$

Energia zgromadzona w kondensatorze



$$dE_P = U(q)dq \Rightarrow E_P = \int_0^Q U(q)dq$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$E_P = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq = \frac{1}{C}\frac{q^2}{2}\Bigg|_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{U^2C}{2} = \frac{QU}{2}$$

$$E_p = \frac{U^2C}{2}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, U = Ed,$$

$$E_p = \frac{U^2C}{2} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}E^2d^2 = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}Sd$$