

FIZYKA II

Wykład VII

Termodynamika

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \quad Z = z_{ob} \cdot \mu_{ok} = \frac{\Delta \cdot d}{f_1 f_2} \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \mu = \frac{d}{v} = \frac{d}{c} \quad m = N \cdot m_0 = \frac{Q}{N_A} \frac{M_m}{\phi_e} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \omega = 2\pi f$

$\log \frac{L}{L_0} = 4 \log \frac{T_{ef}}{K} + 2 \log \frac{R}{R_0} - 4 \log \frac{v_1}{v_2} \quad \sin \alpha = \frac{v_1}{v_2} \quad \lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{N_A} \frac{M_m}{\phi_e} = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A} \quad H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda} \quad h = \frac{1}{2} g t^2$

$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT N_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_r \cdot 10^{-3}}} \quad \rho = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad v = v_1(1 + \beta \Delta t) \quad U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad I = \frac{U_e}{R + R_i}$

$I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_c} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right] \quad X_L = \omega L = 2\pi f L \quad \vec{F}_m = \mu_1 I_1 I_2 \quad F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \sigma = \frac{Q}{S} \quad \psi_2 = U_e I t$

$R = R_0 \sqrt[3]{A} \quad E = mc^2 \quad E_k = \frac{h^2}{8mL^2} \quad \beta = \frac{v}{c} \quad \rho = \frac{F}{\Delta S} = \frac{m \Delta v}{\Delta S \Delta t} \quad \vec{B} = \mu_1 \frac{NI}{l} \quad R = \rho \frac{l}{S} \quad M = \vec{F} d \cos \alpha \quad Q = mc \Delta t \quad pV = nRT$

$M_\odot = \frac{4\pi^2 r^3}{g T^2} \quad v = \frac{\omega h}{8mL^2} \quad \phi_e = \frac{L}{4\pi r^2} \quad U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{|E_{pA} - E_{pB}|}{q} = |\phi_A - \phi_B| \quad l_t = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad F_h = S h \rho g$

$F_d = M_z \frac{v^2}{r} = M_z \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad v_k = \sqrt{\frac{R M_z}{R_z}} \quad F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2 \quad \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot d\vec{S} \quad \lambda = \frac{h \nu_2}{T} \quad L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

$F_v = \int \frac{F_n}{R} \quad E = \frac{E_c}{a} \int_{-a/L}^{+a/L} \sin(\omega t + \phi) dy \quad \oint \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot d\vec{S} \quad F_g = \mu \frac{M_0 M_z}{r^2} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$

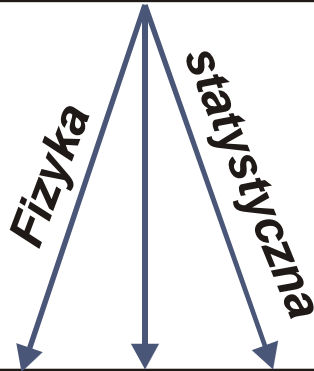
$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt} \quad \left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{||} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$

$\int \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad F_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \vec{\psi} = \int_S \vec{D} d\vec{S} = AD \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$

$E = \frac{F_e}{\phi_0} = k \frac{Q}{r^2} \quad \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_1 \int_S \vec{J} d\vec{S} \quad f' = \frac{\nu_a \cdot \nu_b}{(\nu - 1)(\nu_b - \nu_a)} \frac{\nu_1}{x} + \frac{\nu_2}{x'} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu} \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$

$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t) \quad \beta = \frac{\nu_1}{\nu_2} (\alpha + \nu) + \delta \quad \phi = \frac{2\pi \sin \vartheta'}{\lambda} \quad B_t = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E_0 \sin(kx - \omega t)$

Parametry mikroskopowe
 $m, \langle v \rangle, \langle v^2 \rangle, \langle E_k \rangle$



Parametry makroskopowe
 p, V, T, U, S, H, F, G

*Termodynamika
fenomenologiczna*

Fizyka statystyczna stara się opisać układy składające się z wielu cząstek.

Zajmuje się ona badaniem parametrów mikroskopowych układów, poszukiwaniem ich wartości średnich oraz wiązanie z tymi wartościami średnimi parametrów makroskopowych opisujących układ jako całość.

Termodynamika zajmuje się związkami między wielkościami fizycznymi obserwowanymi w doświadczeniu, a nie zajmuje się przyczyną tych związków. Zaniedbuje ona mikroskopową budowę ciał.

Masa atomowa (cząsteczkowa) - to stosunek masy atomu danego pierwiastka chemicznego (cząsteczki związku chemicznego) do masy 1/12 atomu węgla ^{12}C .

Mol - jest taką ilością danej substancji, która zawiera liczbę atomów (cząsteczek) równą liczbie atomów w 12 gramach (0.012kg) węgla ^{12}C

Liczba Avogadro - to liczba atomów bądź cząsteczek w jednym molu substancji. Określona doświadczalnie liczba ta wynosi:

$$N_A = 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Warunki normalne - określone są przez:

wartość ciśnienia równą: $p_0 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 101325 \text{ Pa}$

oraz

wartość temperatury równą: $T_0 = 273,15 \text{ K} = 0^\circ \text{ C}$

Anders Celsius w roku 1742 zbudował swój pierwszy termometr rtęciowy. Aby mierzyć temperaturę musiał przyjąć jakąś skalę pomiarową. Skala, którą zaproponował Celsius była odwrotna do współczesnej. Naukowiec ten przyjął jako zero temperaturę wrzenia wody (obecnie zerem jest temperatura jej krzepnięcia), a jako sto stopni wybrał punkt, w którym woda zamarza (współcześnie za 100 przyjęto punkt wrzenia). Oznacza to, że w pierwotnej skali Celsiusa temperatura pokojowa odpowiadała 80 stopniom (dziś 20). Temperatura ciała człowieka w tej pierwotnej skali wynosiła 63,4 stopnia (współcześnie 36,6). Podczas mroźnego poranka pierwszy termometr Celsiusa mógł wskazywać 110 stopni (obecnie -10).

Od 1774 do 1954 stopień skali Celsjusza zdefiniowany był jako jedna setna różnicy temperatur topnienia lodu i wrzenia wody przy ciśnieniu normalnym jednej atmosfery fizycznej. Zero na skali Celsjusza przyporządkowano temperaturze topnienia lodu. 100 stopniom Celsjusza odpowiadała temperatura wrzenia wody w warunkach normalnych. Definicja ta cały czas jest w powszechnym użyciu i naucza się jej w szkołach. Obecnie skala Celsjusza jest zdefiniowana przez Międzynarodowe Biuro Miar i Wag poprzez temperaturę zera bezwzględnego ($-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$) oraz temperaturę punktu potrójnego wody VSMOW ($0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$), a zatem stopień Celsjusza to $1/273,16$ tego przedziału.

Anders Celsius

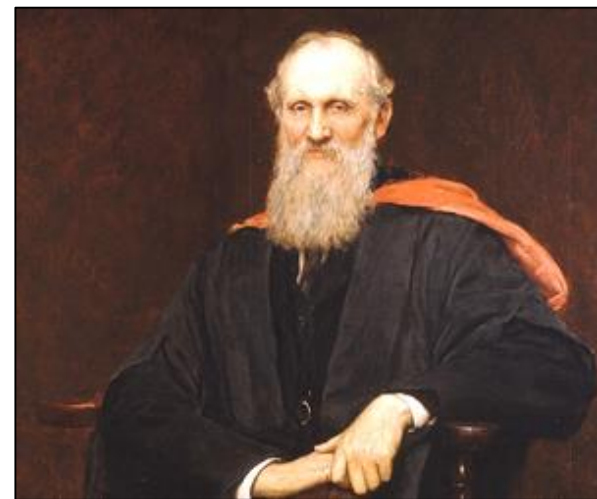


1701 – 1744 szwedzki fizyk
i astronom

Kelwin – jednostka temperatury w układzie SI równa $1/273,16$ temperatury termodynamicznej punktu potrójnego wody, oznaczana K. Definicja ta odnosi się do wody o następującym składzie izotopowym: 0,00015576 mola ^2H na jeden mol ^1H , 0,0003799 mola ^{17}O na jeden mol ^{16}O i 0,0020052 mola ^{18}O na jeden mol ^{16}O .

Skala Kelvina (skala bezwzględna) jest skalą termometryczną absolutną, tzn. zero w tej skali oznacza najniższą teoretycznie możliwą temperaturę, jaką może mieć ciało. Jest to temperatura, w której (według fizyki klasycznej) ustały wszelkie drgania cząsteczek. Temperatury tej nie da się jednak osiągnąć – obliczono ją na podstawie funkcji uzależniającej temperaturę od energii kinetycznej w gazach doskonałych. Funkcję tę opracował William Thomson, lord Kelvin, na którego cześć nazwano skalę i jednostkę temperatury.

William Thomson, 1. Baron Kelvin



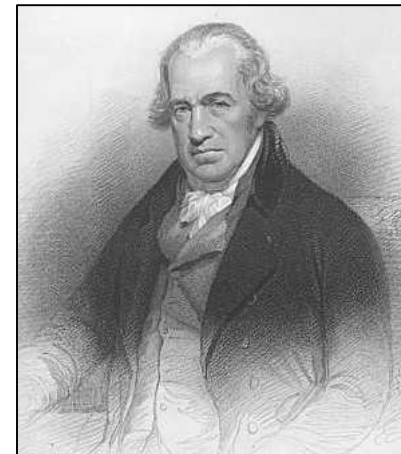
1824 – 1907 – brytyjski fizyk pochodzenia irlandzkiego, matematyk oraz przyrodnik. Podał własne sformułowanie drugiej zasady termodynamiki, badał elektryczność i magnetyzm.

Fahrenheit wzorował się podczas jej opracowania na skali, którą opracował Ole Rømer; poznał go nawet osobiście. Skala Rømera opiera się na czterech wartościach: temperaturze zamarzania solanki ($0\text{ }^{\circ}\text{R}\emptyset$), zamarzaniu wody ($7,5\text{ }^{\circ}\text{R}\emptyset$), temperatury ludzkiego ciała ($22,5\text{ }^{\circ}\text{R}\emptyset$) i temperaturze wrzenia wody ($60\text{ }^{\circ}\text{R}\emptyset$). Fahrenheit postanowił zwiększyć precyzję swojej skali, mnożąc wartości Rømera przez 4 oraz ponownie ją kalibrując.

Przyjął trzy punkty odniesienia dla swojej skali:

- $0\text{ }^{\circ}\text{F}$ – temperaturę zamarzania mieszaniny wody, lodu i salmiaku w proporcjach 1:1:1,
- $32\text{ }^{\circ}\text{F}$ – temperaturę lodu i wody w proporcjach 1:1,
- $96\text{ }^{\circ}\text{F}$ – temperaturę ludzkiego ciała (3 razy wyższa niż temperatura zamarzania wody, $3 \times 32\text{ }^{\circ}\text{F} = 96\text{ }^{\circ}\text{F}$).
- W 1724 roku ustalił temperaturę wrzenia wody na $212\text{ }^{\circ}\text{F}$, 180° więcej niż mieszanki wody i lodu, jako ważniejszą w nauce niż temperatura ludzkiego ciała. Od tego czasu temperatura ciała człowieka wynosi $98,6\text{ }^{\circ}\text{F}$.

Daniel Gabriel Fahrenheit



1686 – 1736 –
holenderski fizyk i inżynier p
ochodzący z Gdańska.
Większość okresu
naukowego spędził
w Niderlandach.
Wynalazca termometru
rtęciowego, twórca skali
temperatur używanej w
niektórych krajach
anglosaskich.



Kelvina $T = [t_c + 273,15] K$

Celsjusza $t_c = [T - 273,15] ^\circ C$

Fahrenheita $t_F = [T \cdot 1,8 - 459,67] ^\circ F$

Rankine'a $t_{Rank} = [T \cdot 1,8] ^\circ Rank$

Reaumura $t_R = [T \cdot 0,8 - 218,52] ^\circ R$

Helowa reakcja termojądrowa	10^8
Wnętrze Słońca	10^7
Powierzchnia Słońca	$6 \cdot 10^3$
Topnienie wolframu	$3,6 \cdot 10^3$
Topnienie ołowiu	$6 \cdot 10^2$
Zamarzanie wody	$2,7 \cdot 10^2$
Skraplanie tlenu	$9 \cdot 10^1$
Skraplanie wodoru	$2 \cdot 10^1$
Skraplanie helu (^4He)	4,2
Skraplanie helu (^3He) przy najniższym osiągalnym ciśnieniu	$3 \cdot 10^{-1}$
Adiabatyczne rozmagnesowanie soli paramagnetycznych	10^{-3}
Adiabatyczne rozmagnesowanie jąder atomowych	10^{-6}

stopnie swobody – zespół niezależnych zmiennych koniecznych i wystarczających do opisu stanu układu fizycznego w każdej chwili;

$i = 3$ – gaz jednoatomowy

$i = 5$ – gaz dwuatomowy,

$i = 6$ – gaz wieloatomowy

liczba stopni swobody układu mechanicznego złożonego z n punktów materialnych jest równa $f = 3n - p$ (p – liczba więzów), bryły sztywnej $f = 6 - p$

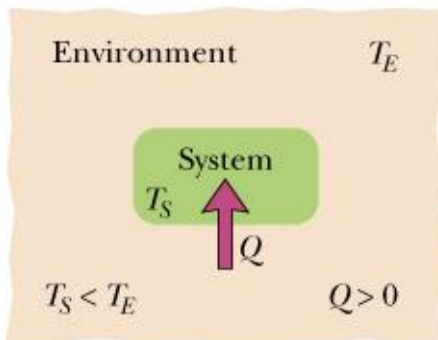
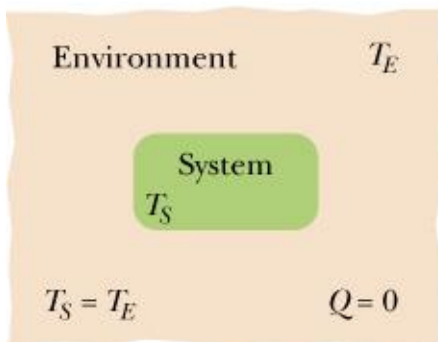
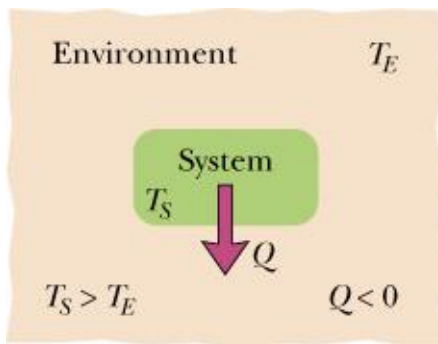
$$T \propto \langle E_k \rangle$$

$$\frac{i}{2} kT = \langle E_k \rangle \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$\frac{i}{2} kT = \langle E_k \rangle$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2$$

$$T = \frac{m \langle v \rangle^2}{3k}$$



Ciepło jest energią termiczną przekazywaną pomiędzy układem a jego otoczeniem wskutek istniejącej pomiędzy nimi różnicy temperatur.

$$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J} = 3,969 \cdot 10^{-3} \text{ Btu}$$

Kaloria (*łac. calor – ciepło*) – historyczna jednostka ciepła, obecnie, gdy ciepło jest utożsamiane z energią, jest pozaukładową jednostką energii (skrót cal); często używana jest jednostka wielokrotna kilokaloria (skrót kcal); $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$.

Kaloria

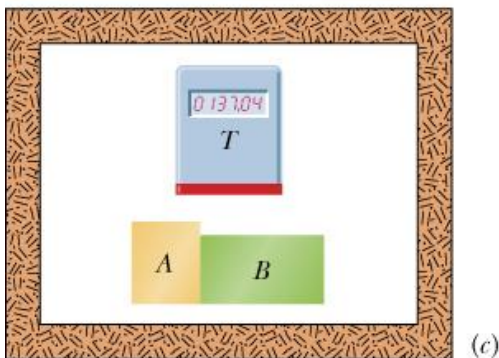
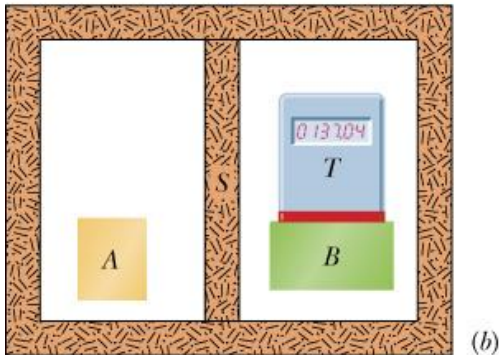
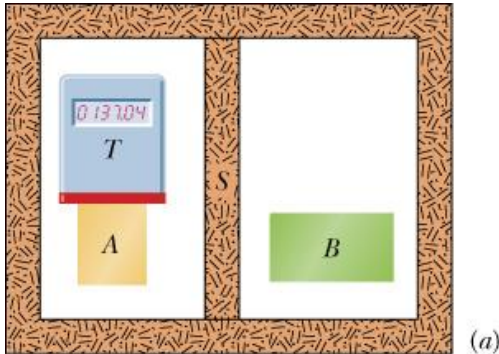
Dawniej definiowana jako ilość ciepła potrzebna do podgrzania, pod ciśnieniem 1 atmosfery, 1 g czystej chemicznie wody o $1 \text{ }^\circ\text{C}$ od temperatury 14,5 do 15,5 $^\circ\text{C}$.

$$1 \text{ cal} = 4,1855 \text{ J}$$

W 1929 roku wprowadzono kalorię międzynarodową (obecnie używany w fizyce przelicznik):

$$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$$

Zerowa zasada termodynamiki



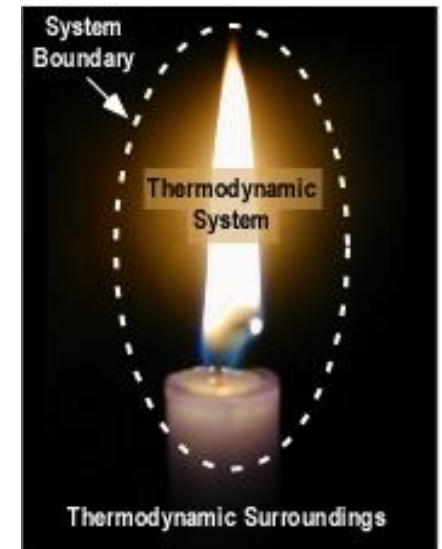
Jeśli ciała A i B są w równowadze termicznej z trzecim ciałem (T), to są one w równowadze termicznej ze sobą nawzajem.

Warunkiem koniecznym i wystarczającym równowagi termicznej jest równość temperatur.

UKŁAD – pewna część przyrody (wszechświata), która jest przedmiotem rozważań.

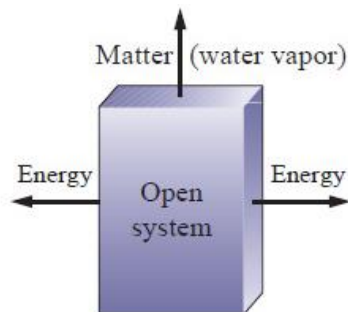
OTOCZENIE – wszystko to, co znajduje się poza układem.

GRANICA UKŁADU – płaszczyzna fizyczna lub granica „pomyślana”, oddzielająca układ od otoczenia.

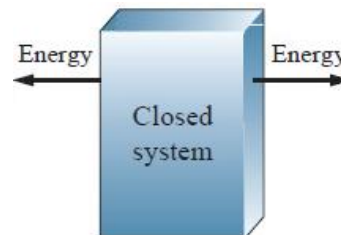


RODZAJE UKŁADÓW

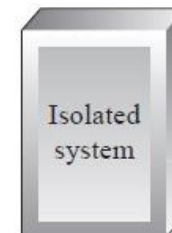
Układ OTWARTY



Układ ZAMKNIĘTY



Układ IZOLOWANY



Stan układu - charakteryzuje własności układu i określony jest poprzez wartości parametrów stanu.

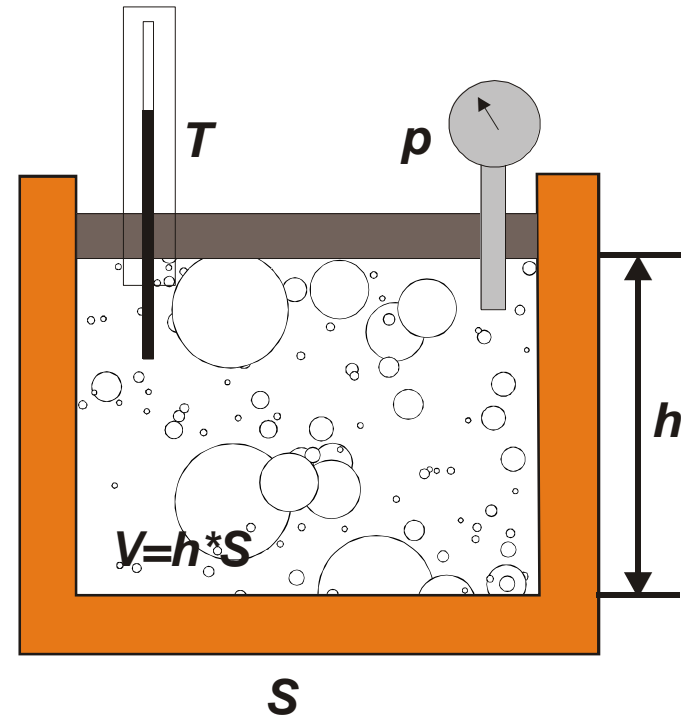
Parametrami stanu układu termodynamicznego nazywamy minimalną liczbę parametrów konieczną do pełnego opisu układu. Parametry makroskopowe są mierzone odpowiednimi przyrządami.

n' – ilość moli materii

p – ciśnienie

V – objętość

T – temperatura

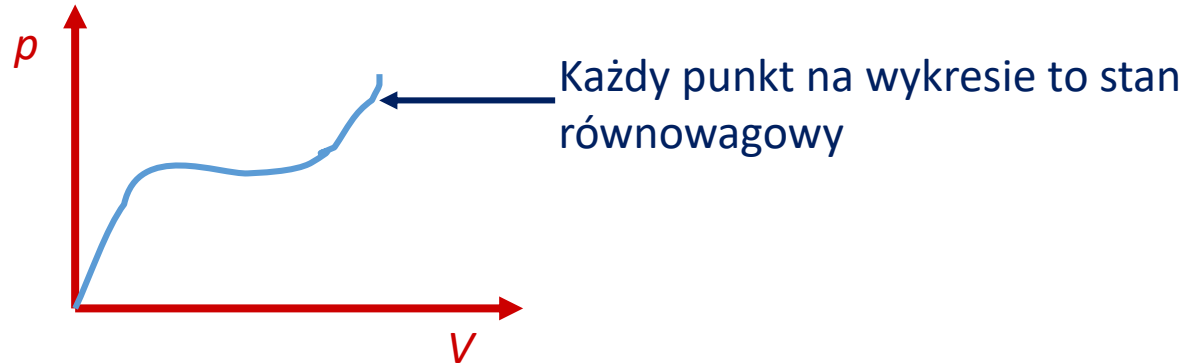


Wewnętrzne parametry stanu możemy podzielić na:

ekstensywne - proporcjonalne do masy układu (masa, objętość, energia wewnętrzna)

intensywne - nie zależą od masy (temperatura, ciśnienie, gęstość)

Stan równowagowy układu - stan, w którym wszystkie parametry stanu mają określone wartości i pozostają niezmiennie, jeśli nie zmieniają się warunki zewnętrzne, w jakich znajduje się układ.



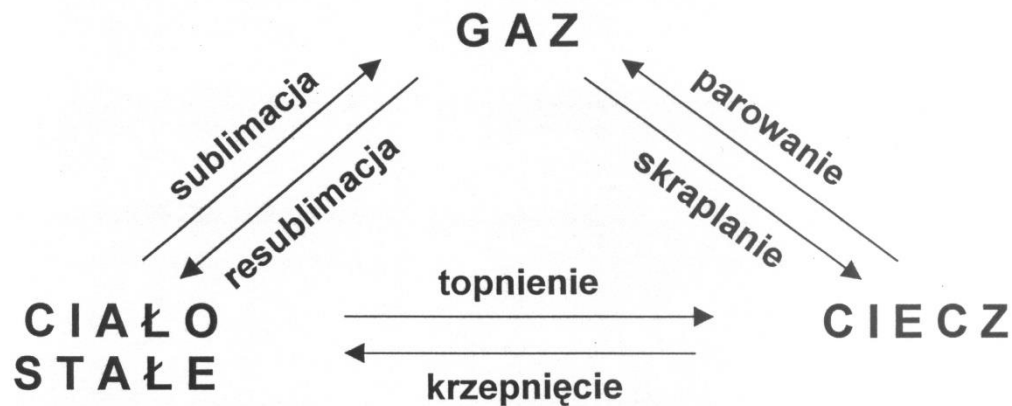
Stan nierównowagowy układu - stan, w którym jeden z parametrów nie ma określonej wartości.

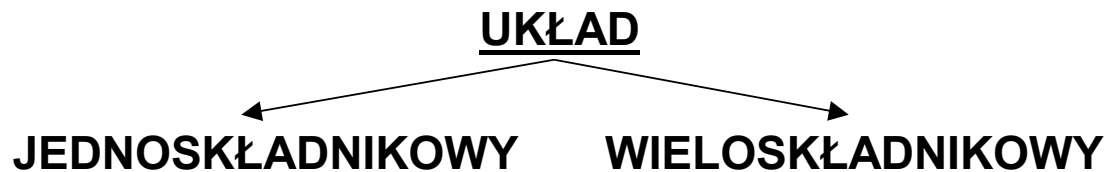
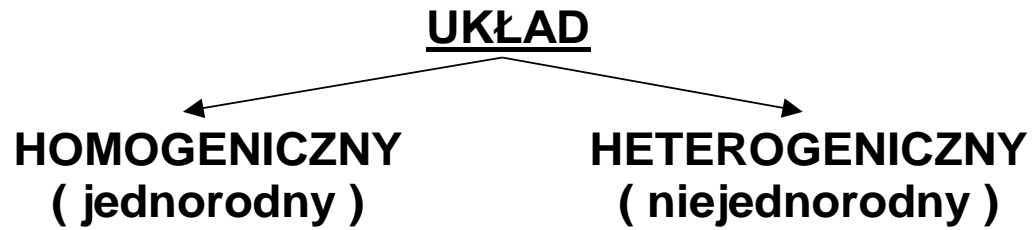
Relaksacja - przemiana, w którym układ przechodzi ze stanu nierównowagowego do stanu równowagi.

Faza – część lub całość układu, która wykazuje w całej swej masie jednakowe własności fizyczne i chemiczne (w szczególności jednakowe równanie stanu) i jest odgraniczona wyraźnie od reszty układu (otoczenia).

Liczba faz w układzie zależy od parametrów stanu (p , T , c , V , M , ρ etc.).

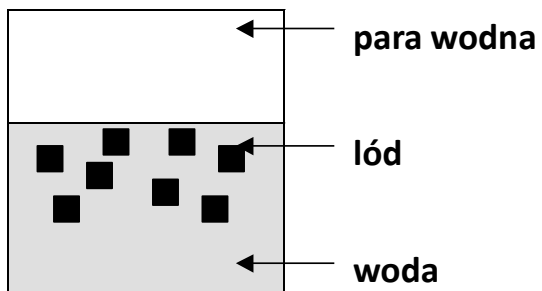
Przemiana fazowa – samorzutna przemiana jednej fazy w drugą



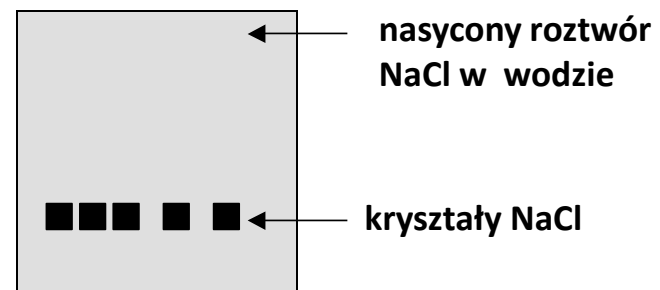


Przykłady

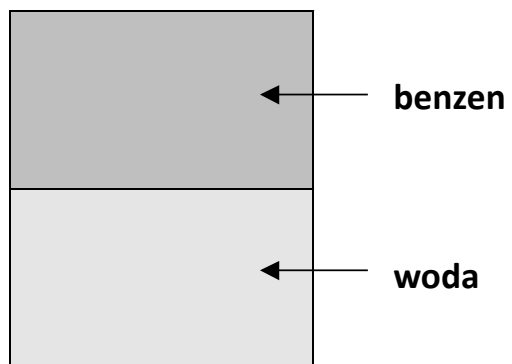
układ jednoskładnikowy trójfazowy



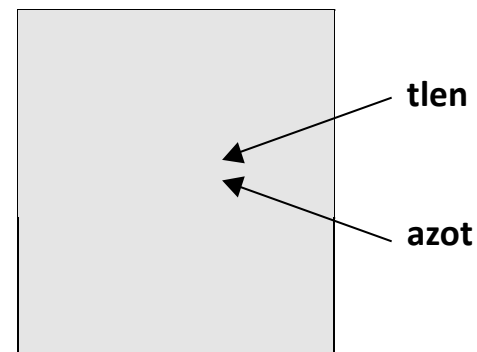
układ dwuskładnikowy dwufazowy



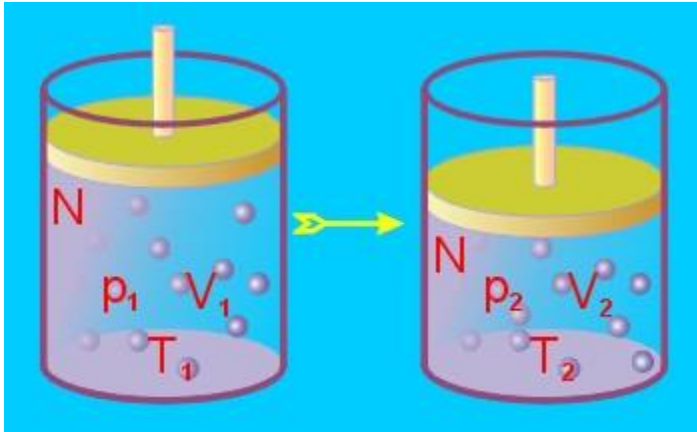
układ dwuskładnikowy dwufazowy



układ dwuskładnikowy jednofazowy



Przemiana oznacza zmianę stanu układu - podczas przemiany układ przechodzi przez ciąg stanów nierównowagowych.

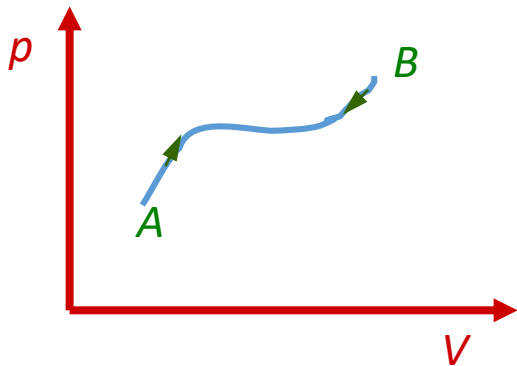


Pod przesuwającym się tłokiem powstaje poduszka gazowa o ciśnieniu większym niż w pozostałej części naczynia.

Przemiana kwazistatyczna - to taki proces, który może być traktowany jako ciąg stanów równowagowych. Przemiana kwazistatyczna powinna zachodzić nieskończenie powoli.

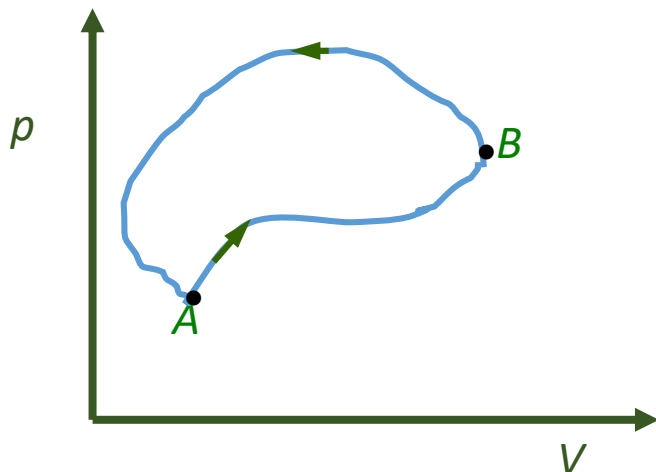
Przemiana odwracalna - to taki proces, który może przebiegać w odwrotną stronę.

Jeśli układ przechodzi od stanu *A* do stanu *B* przechodząc przez ciąg stanów pośrednich, to możliwe jest także przejście ze stanu *B* do stanu *A* w ten sposób, że układ przechodzi przez te same stany pośrednie, ale w odwrotnej kolejności.



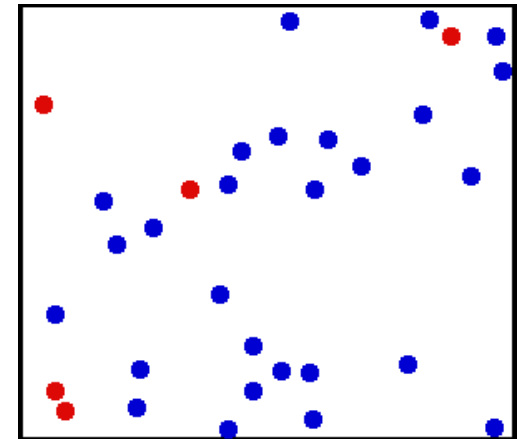
Przemiany kwazistatyczne są przemianami odwracalnymi.

Przemiana kołowa (cykl) - to proces, w którym układ po przejściu szeregu stanów pośrednich powraca do stanu początkowego.



Gaz doskonały

1. Cząsteczki gazu traktujemy jak punkty materialne.
2. Cząsteczki poruszają się chaotycznie a ruch ich podlega zasadom dynamiki klasycznej.
3. Całkowita liczna cząsteczek jest bardzo duża. Oznacza to, że pomimo cząsteczkowej struktury gazu można uśrednić wielkości charakteryzujące jego makroskopowe własności jako jednorodnego układu.
4. Zderzenia cząsteczek są sprężyste i natychmiastowe. Czas trwania zderzeń jest pomijalnie mały w stosunku do czasu pomiędzy zderzeniami.
5. Cząsteczki gazu nie oddziałują ze sobą poza momentami zderzeń



Równanie stanu

Doświadczenia wykazują, że parametry charakteryzujące odizolowany układ termodynamiczny, nie mogą przyjmować dowolnych wartości.

Istnieje zależność funkcyjna pomiędzy tymi parametrami (p, V, T, n), którą nazywamy równaniem stanu:

$$f(n, p, V, T) = 0$$

$$p = p(n, V, T)$$

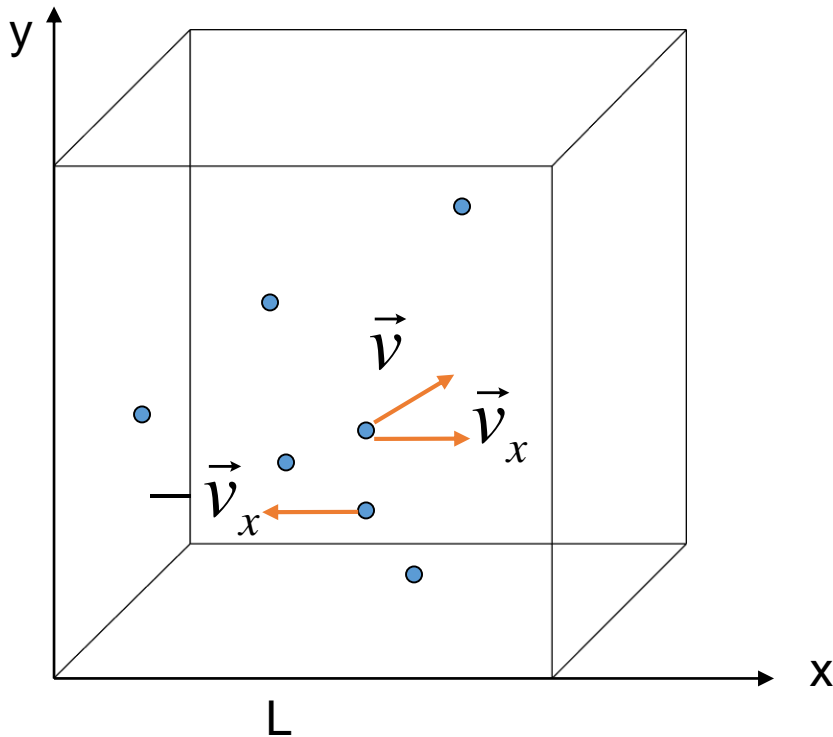
$$V = V(n, p, T)$$

$$T = T(n, p, V)$$

$$\frac{pV}{T} = nR$$

$R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ - stała gazowa

Wyprowadzimy teraz prawo gazów doskonałych. Cząsteczki gazu będziemy traktować jako N małych, twardych kulek, każda o masie m zamkniętych w sześciennym pudełku o objętości V . Kulki są twarde to znaczy będą zderzały się sprężysto ze ściankami naczynia, a to oznacza, że ich energia kinetyczna będzie stała.



Rozważmy jedną cząsteczkę, która zderza się ze ścianką naczynia.

Siła jaką cząsteczka wywiera na ściankę w czasie Δt wynosi zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona:

$$F_1 = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$$

Zmiana składowej x pędu cząsteczki spowodowana zderzeniem wynosi:

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

Cząsteczka po odbiciu dociera do ścianki przeciwnej i powraca. Jeżeli po drodze nie zderza się z innymi cząsteczkami to czas pomiędzy kolejnymi zderzeniami z wybraną ścianką jest równy czasowi przelotu przez cały sześcián i z powrotem

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

Siła jaką cząsteczka wywiera na ściankę wynosi:

$$F_1 = \frac{2mv_x}{\frac{2L}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{L}$$

Dla N cząstek:

$$F = N \frac{m\bar{v}_x^2}{L}$$

$$\frac{F}{S} = p = N \frac{m\bar{v}_x^2}{SL} = N \frac{m\bar{v}_x^2}{V}$$

$$pV = Nm\bar{v}_x^2$$

Prędkość średnią kwadratową cząsteczki możemy zapisać jako:

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2$$

Ponieważ ruch odbywa się we wszystkich kierunkach (żaden kierunek nie jest wyróżniony), prędkości wzdłuż osi są sobie równe

$$\bar{v}^2 = 3\bar{v}_x^2$$

$$pV = Nm \frac{\bar{v}^2}{3} = M \frac{\bar{v}^2}{3}$$

Ale: $\rho = \frac{M}{V}$

wówczas: $p = \rho \frac{\bar{v}^2}{3}$

Wielkość makroskopowa

Wielkość mikroskopowa

Temperaturę bezwzględną definiujemy jako wielkość wprost proporcjonalną do średniej energii kinetycznej cząsteczek:

$$T = \frac{2}{3k} \frac{m\bar{v}^2}{2}$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$pV = Nm \frac{\bar{v}^2}{3}$$

1 mol zawiera $N_A = 6,023 \times 10^{23}$ cząsteczek

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad \text{- stała Boltzmana}$$

$N = n N_A$ - liczba cząsteczek gazu

Otrzymujemy:

$$pV = NkT$$

Równanie stanu gazu doskonałego zostało sformułowane w XIX w. przez Clapeyrona na podstawie trzech praw empirycznych odkrytych wcześniej przez innych badaczy:

- Prawo Boyle'a-Mariotte'a stwierdza, że w stałej temperaturze iloczyn ciśnienia i objętości danej masy gazu jest stały $pV = \text{const.}$;
- Prawo Charlesa mówi, że przy stałej objętości gazu stosunek ciśnienia i temperatury danej masy gazu jest stały $p/T = \text{const.}$;
- Prawo Gay-Lussaca stwierdza, że dla stałego ciśnienia stosunek objętości do temperatury danej masy gazu jest stały $V/T = \text{const.}$

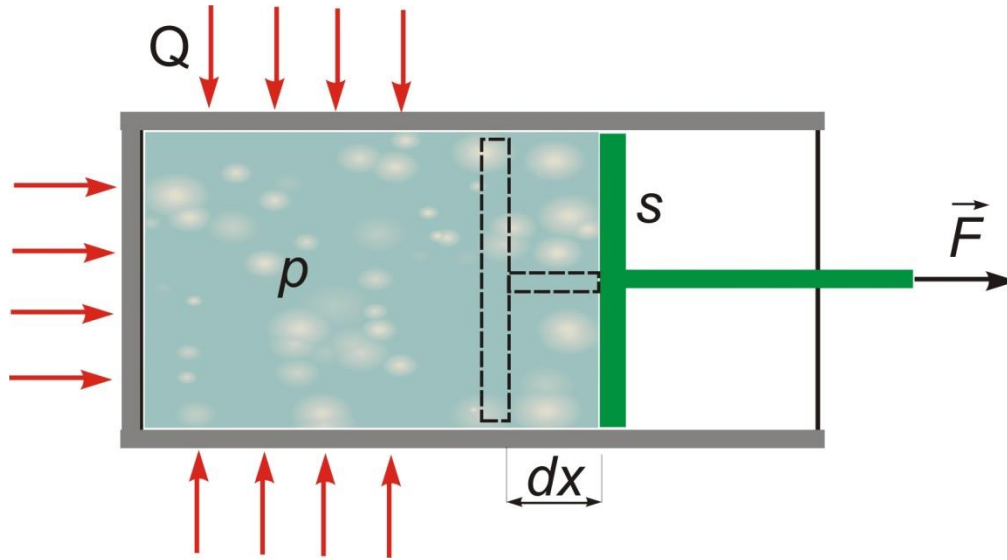
Prawa te znane są jako przemiany gazowe lub przemiany izoparametryczne

PROCESY TERMODYNAMICZNE

(w zależności od stałości danego parametru stanu)

- **IZOTERMICZNY** ($T = \text{const.}, dT = 0$)
- **IZOBARYCZNY** ($p = \text{const.}, dp = 0$)
- **IZOCHORYCZNY** ($V = \text{const.}, dV = 0$)
- **ADIABATYCZNY** ($Q = \text{const.}, \Delta Q = 0$)

Praca jest jednym ze sposobów przekazywania **energii** układowi, polegającym na zmianie intensywnego parametru stanu układu w skutek oddziaływania z otoczeniem.



$$dW = dW_{ukł} = Fdx = p s dx$$

$$dW_{ukł} = p dV$$

$$dW_{ukł} = -dW_{zew}$$

$$W_{ukł} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = pV_2 - pV_1 = p(V_2 - V_1)$$

Niemożliwe jest zbudowanie perpetuum mobile pierwszego rodzaju, to znaczy maszyny działającej periodycznie, która wykonywałoby pracę bez pobierania energii z zewnątrz.

Do przeprowadzenia układu osłoniętego adiabatycznie ze stanu 1 do stanu 2 potrzeba zawsze takiej samej ilości pracy zewnętrznej niezależnie od sposobu wykonywania tego przejścia.

Pierwsza zasada termodynamiki

Energia wewnętrzna układu izolowanego jest wielkością stałą, zmienić ją można tylko przez oddziaływanie zewnętrzne i przez wymianę energii z otoczeniem.

$$\Delta U = \Delta W_{zew} + \Delta Q_{zew}$$

$$dU = dW_{zew} + dQ_{zew}$$

$$W > 0, Q > 0 \quad \Delta U > 0$$

$$W < 0, Q < 0 \quad \Delta U < 0$$

Ciepło właściwe substancji definiujemy jako dQ/dT czyli ilość ciepła, którą trzeba dostarczyć do jednostki masy, żeby spowodować jednostkową zmianę jej temperatury.

$$Q = cm\Delta T \quad c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$c_x = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{1}{m} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_x = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_x$$

Ciepło molowe

$$C_x = \mu c_x = \frac{M}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_x = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_x \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

Gdzie x oznacza p,V,T

μ - masa molowa

c i C zależą od: rodzaju ciała, temperatury, a dla gazów również od rodzaju przemiany (c_p , c_v)

Równanie Mayera dla gazu doskonałego

$$C_p - C_V = R$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

$$dQ_{zew} = dU + p dV$$

$$dQ_{zew} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + p dV$$

$$dQ_{zew} = C_V dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right) dV$$

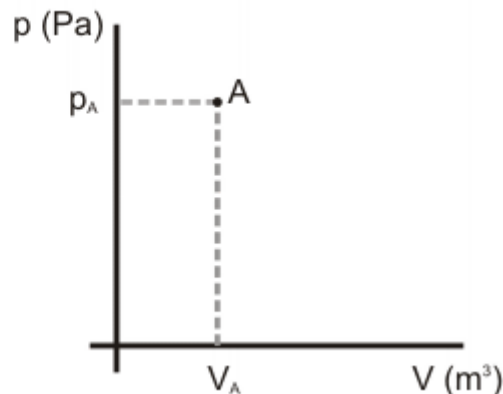
$$\left(\frac{dQ_{zew}}{dT} \right)_p = C_p = C_V + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right) \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$$

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$$

Przemiana izotermiczna

Temperatura układu pozostaje stała. Układ znajduje się w kontakcie termicznym ze źródłem, które może oddawać lub pobierać ciepło bez zmiany własnej temperatury.

Gaz doskonały pobiera ciepło ze źródła i w konsekwencji przechodzi ze stanu A do stanu B.



$$\Delta U_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = 0$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V} dV = nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Z I ZTD:

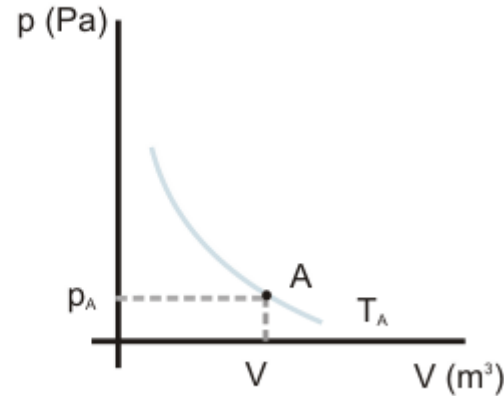
$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} = nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Ciepło pobrane zmienia się całkowicie w pracę.
Podczas sprężania gaz oddaje ciepło do źródła.

Przemiana izochoryczna

Objętość układu pozostaje stała.

Gaz znajduje się w szczelnym zbiorniku, przez ściany którego dostarczane jest ciepło.



$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = 0$$

$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} = \Delta U_{AB}$$

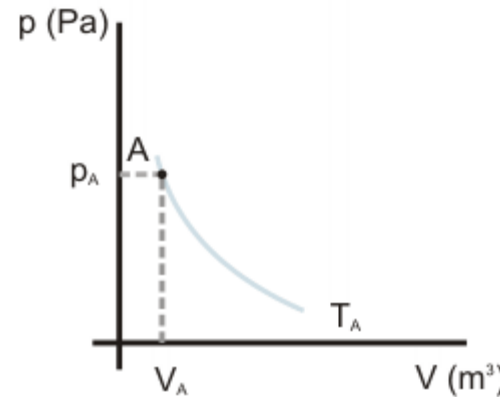
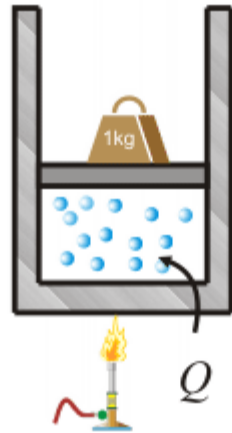
$$\Delta U_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = Q_{AB}$$

Ciepło pobrane powoduje wzrost temperatury gazu.
Podczas oddawania ciepła do otoczenia spada ciśnienie gazu.

Przemiana izobaryczna

Ciśnienie układu pozostaje stałe.

Gaz znajduje się w zbiorniku zamkniętym z jednej strony tłokiem, tak że może zmieniać swoją objętość.



W tym przypadku ciepło pobrane przez układ zmienia energię wewnętrzną układu oraz wykonuje prace objętościową.

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p_A(V_B - V_A)$$

$$\begin{aligned}\Delta U_{AB} &= nC_V(T_B - T_A) \\ Q_{AB} &= nC_P(T_B - T_A)\end{aligned}$$

Z I ZTD:

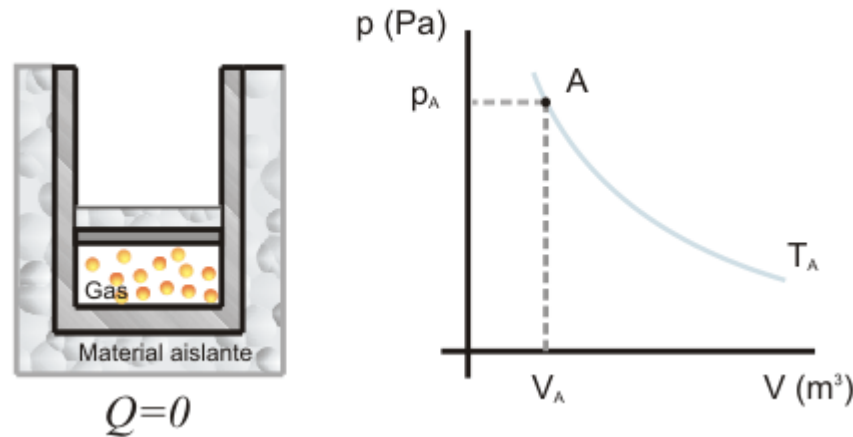
$$nC_P(T_B - T_A) = p_A(V_B - V_A) + nC_V(T_B - T_A),$$
$$pV = nRT$$

$$nC_P(T_B - T_A) = nRT_B - nRT_A + nC_VT_B - nC_VT_A = n(R + C_V)(T_B - T_A)$$

$$C_P = R + C_V$$

Przemiana adiabaty czna

Brak wymiany ciepła z otoczeniem. Zmieniają się w tym samym czasie ciśnienie, objętość i temperatura. Te trzy wartości nie są od siebie niezależne.



$$\kappa = \frac{C_P}{C_V}, \kappa = \frac{5}{3} \text{ (gaz monoatomowy)}, \kappa = \frac{7}{5} \text{ (gaz dwuatomowy)},$$

$$pV^\kappa = \text{const} \Rightarrow p_A V_A^\kappa = p_B V_B^\kappa$$

$$p^{1-\kappa} T^\kappa = \text{const} \Rightarrow p_A^{1-\kappa} T_A^\kappa = p_B^{1-\kappa} T_B^\kappa$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{const} \Rightarrow T_A V_A^{\kappa-1} = T_B V_B^{\kappa-1}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{\text{const}}{V^\kappa} dV = \frac{1}{1-\kappa} (p_B V_B - p_A V_A)$$

$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} = 0 \quad \Delta U_{AB} = nC_V(T_B - T_A)$$

$$W_{AB} = -nC_V(T_B - T_A)$$

Entropia: S

TERMODYNAMICZNA FUNKCJA STANU: $\Delta S = S_2 - S_1$

Entropia określa stan nieuporządkowania układu

ZMIANA ENTROPII W PROCESIE ODWRACALNYM,

izotermicznym (zachodzącym w układzie zamkniętym) wynosi:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

ZMIANA ENTROPII W PROCESIE NIEODWRACALNYM

(nierówność Clausiusa):

$$dS > \frac{dQ}{T}$$

$$p = \text{const}$$

$$C_p = \text{const} \quad \Delta S = nC_p \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$C_p \neq \text{const} \quad \Delta S = n \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT$$

$$v = \text{const}$$

$$C_v = \text{const} \quad \Delta S = nC_v \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$C_v \neq \text{const} \quad \Delta S = n \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_v}{T} dT$$

Większość procesów naturalnych przebiega w jednym kierunku.
O kierunku danego procesu nie decyduje energia lecz zmiana entropii układu.

Przemiana nieodwracalna w układzie zamkniętym powoduje wzrost entropii S układu.

Niższa entropia układu – „przeszłość”

Wyższa entropia układu – „teraźniejszość” lub „przyszłość”.

Wzrost entropii wyznacza kierunek przebiegu zdarzeń - strzałkę czasu.

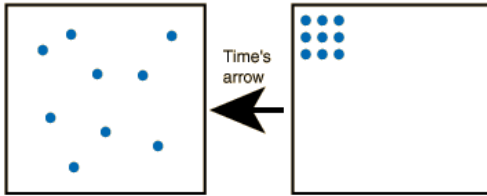
Stan „zdezorganizowany” ma większe prawdopodobieństwo niż stan „zorganizowany”.

Prawdopodobieństwo z entropią połączył Ludwig Boltzmann: entropia jest miarą nieuporządkowania: $S = k \ln W$

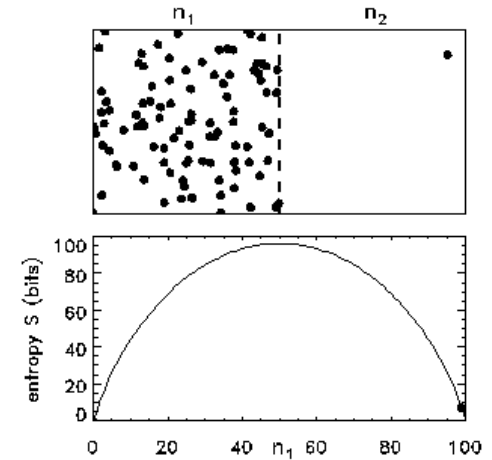
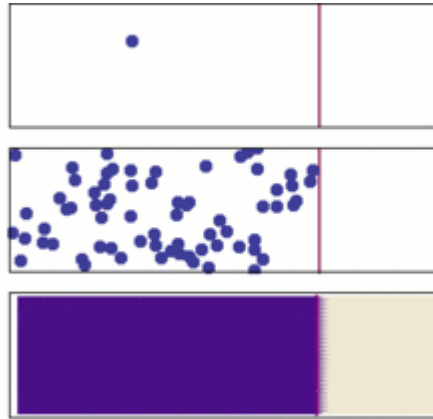
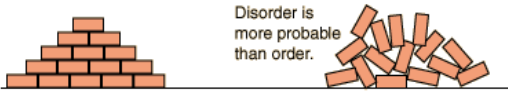
W – liczba sposobów, na jakie makroskopowy stan termodynamiczny układu (makrostan) może być zrealizowany poprzez stany mikroskopowe (mikrostany),

W wyniku wzrostu entropii (wzrostu „nieuporządkowania”), Wszechświat może osiągnąć stan maksymalnej entropii (równomiernego rozkładu energii). W stanie równowagi termodynamicznej nie będzie możliwe wykonanie żadnej pracy i nastąpi śmierć Wszechświata.

If the particles represent gas molecules at normal temperatures inside a closed container, which of the illustrated configurations came first?



If you tossed bricks off a truck, which kind of pile of bricks would you more likely produce?



Druga zasada termodynamiki

Entropia układu zamkniętego wzrasta w przemianach nieodwracalnych i nie zmienia się w przemianach odwracalnych. Entropia nigdy nie maleje: $\Delta S \geq 0$.

Żadna cykliczna maszyna cieplna pracująca między temperaturami: górną T_1 i dolną T_2 nie może mieć sprawności większej niż: $T_1 - T_2 / T_1$

S. Carnot: silnik cieplny nie może pracować nie pobierając ciepła ze źródła o wyższej temperaturze i nie oddając go do źródła o niższej temperaturze.

W. Ostwald: perpetuum mobile II rodzaju jest niemożliwe do zrealizowania.

M. Planck: niemożliwe jest skonstruowanie działającego periodycznie silnika, którego działanie polegałoby tylko na podnoszeniu ciężarów i równoczesnym ochładzaniu jednego źródła ciepła.

R. Clausius: ciepło nie może samorzutnie przejść od ciała o temperaturze niższej do ciała o temperaturze wyższej.

E. Schmidt: nie można całkowicie odwrócić przemiany, w której występuje tarcie.

Trzecia zasada termodynamiki

Zasada Nernsta

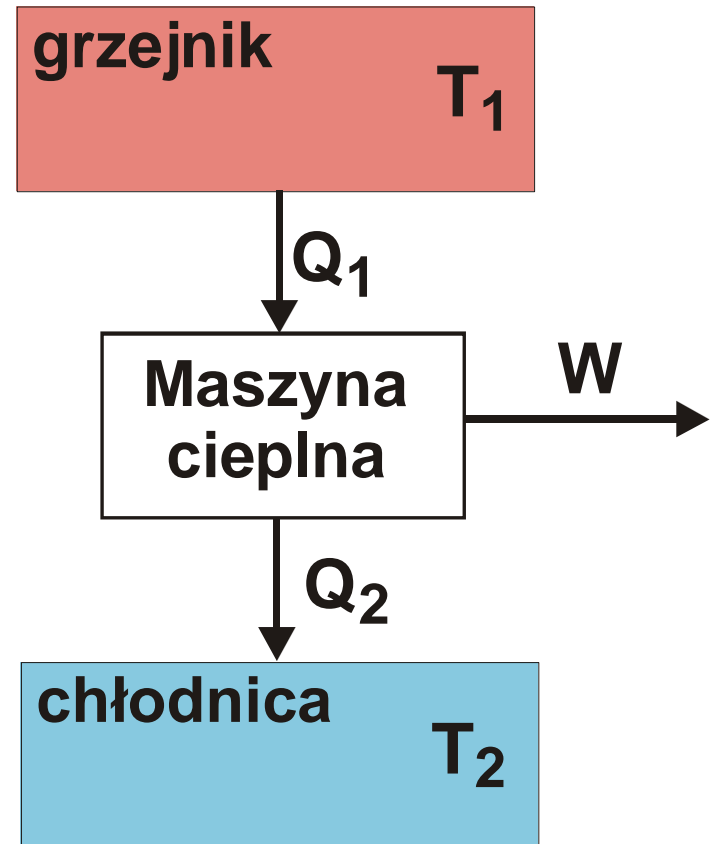
Nie można osiągnąć temperatury zera bezwzględnego w skończonej serii procesów termodynamicznych, jeżeli za punkt wyjścia obierzemy niezerową temperaturę bezwzględną.

Maszyny cieplne

Z drugiej zasady termodynamiki wynika, że zamiana ciepła na pracę przez cyklicznie pracującą maszynę, jest możliwa tylko przy wykorzystaniu dwóch zbiorników ciepła o różnych temperaturach.

W jednym cyklu ciało robocze pobiera ciepło Q_1 (zew), wykonuje pracę W i oddaje ciepło Q_2 (ukł) do drugiego zbiornika, samo zaś powraca do stanu początkowego ($\Delta U = 0$)

$$W = Q_1(\text{zew}) - Q_2(\text{ukł})$$



Maszyny ciepłne

Sprawnością maszyny ciepłnej nazywamy stosunek wykonanej pracy W do ciepła pobranego $Q_1(\text{zew})$.

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Skutecznością maszyny chłodniczej nazywamy stosunek ciepła pobranego $Q_2(\text{zew})$ z chłodnicy do wykonanej pracy W w procesie przeniesienia tego ciepła do grzejnika.

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{1 - \eta}{\eta}$$

Silnik (cykl) Carnota (doskonały silnik cieplny – gaz doskonały)

Twierdzenie Carnota:

Sprawność dowolnego cyklu odwracalnego przebiegającego między temperaturami T_1 i T_2 jest taka sama, zależy tylko od temperatur T_1 i T_2 , nie zależy natomiast od ciała roboczego ani też konstrukcji maszyny.

Stosunek temperatur bezwzględnych grzejnika T_1 i chłodnicy T_2 jest równy stosunkowi ciepła pobranego i ciepła oddanego w cyklu odwracalnym

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$$

Nicolas Léonard Sadi Carnot

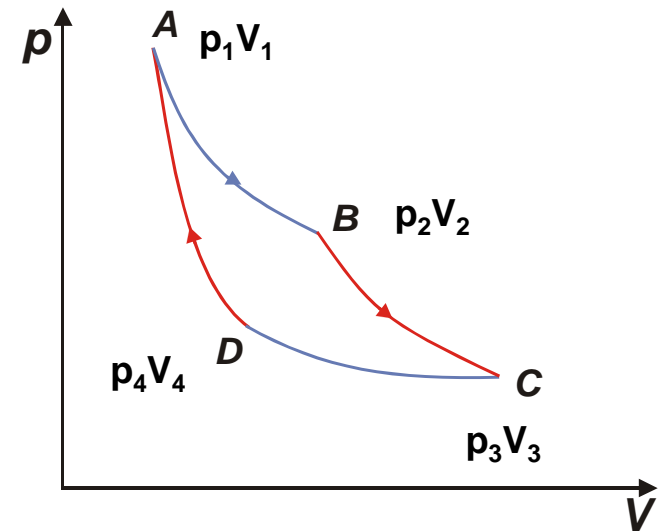
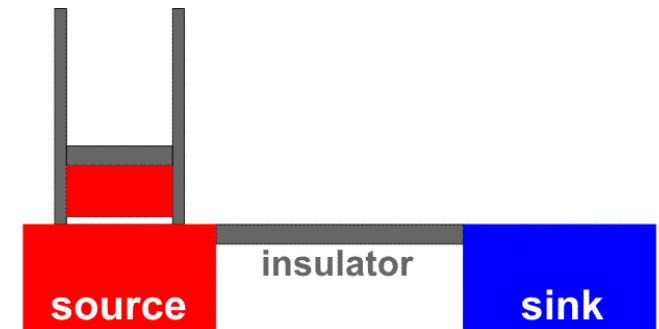


(1796 - 1832) – fizyk, inżynier wojskowy i matematyk francuski. Jeden z twórców podstaw współczesnej termodynamiki, autor teorii silników cieplnych, w tym cyklu idealnego silnika cieplnego – tzw. cyklu Carnota, zwolennik teorii ciepłota. Wykazał, że praca wykonana przez maszynę parową jest wprost proporcjonalna do ilości ciepła, jaka przepływa z kotła do kondensatora i że ciepło jest w stanie wykonać pracę tylko przy przejściu z ciała cieplejszego do zimniejszego. Wygłosił zasadę równoważności ciepła i pracy. Za życia wstawił się jedyną ogłoszoną rozprawą o Sile poruszającej ognia (1824). Zmarł w wieku 36 lat na cholera.

Silnik (cykl) Carnota (doskonały silnik cieplny – gaz doskonały)

Przykładem cyklu odwracalnego jest cykl Carnota. Jest to bardzo ważny cykl odwracalny ponieważ *wyznacza granicę naszych możliwości zamiany ciepła na pracę*. Cykl Carnota przebiega czterostopniowo:

1. Gaz znajduje się w stanie równowagi p_1, V_1, T_1 . Cylinder stawiamy na zbiorniku ciepła (T_1) i pozwalamy, żeby gaz rozprężył się izotermicznie do stanu p_2, V_2, T_1 . W tym procesie gaz pobiera ciepło Q_1 i jego kosztem wykonuje pracę podnosząc tłok.
2. Cylinder stawiamy na izolującej podstawie i pozwalamy na dalsze rozprężanie (adiabaticzne) gazu do stanu p_3, V_3, T_2 . Gaz wykonuje pracę przy podnosząc tłok kosztem własnej energii i jego temperatura spada do T_2 .
3. Cylinder stawiamy na zimniejszym zbiorniku (T_2) i sprężamy gaz izotermicznie do stanu p_4, V_4, T_2 . Pracę wykonuje siła zewnętrzna pchająca tłok, a z gazu do zbiornika przechodzi ciepło Q_2 .
4. Cylinder stawiamy na izolującej podstawie i sprężamy adiabatycznie do stanu początkowego p_1, V_1, T_1 . Siły zewnętrzne wykonują pracę i temperatura gazu podnosi się do T_1 .

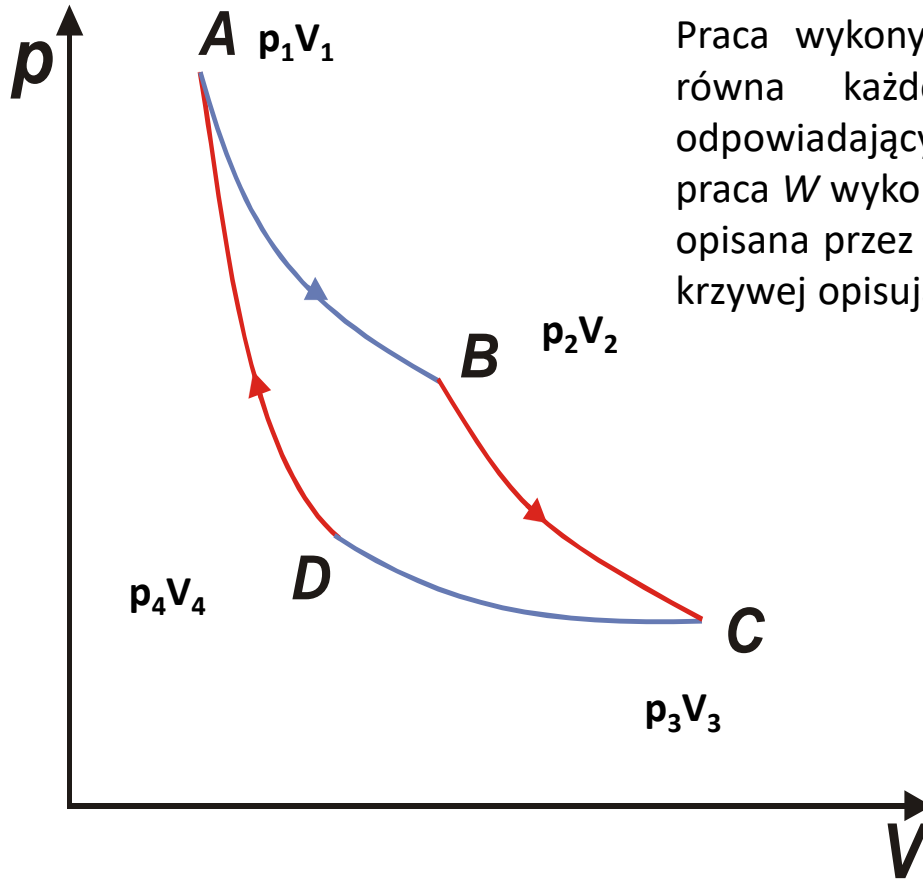


Cykl Carnota składa się z dwóch przemian izotermicznych i dwóch przemian adiabatycznych.

Silnik (cykl) Carnota

(doskonały silnik cieplny – gaz doskonały)

Cykl Carnota składa się z dwóch przemian izotermicznych i dwóch przemian adiabatycznych.



Praca wykonywana przez gaz lub siłę zewnętrzną jest równa każdorazowo polu pod wykresem $p(V)$ odpowiadającym danej przemianie. Stąd wypadkowa praca W wykonana przez układ w czasie pełnego cyklu jest opisana przez powierzchnię zawartą wewnątrz zamkniętej krzywej opisującej cały cykl.

$$T_1, T_2 = const \quad \Delta Q_1 = \Delta W = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Delta Q_2 = \Delta W = nRT_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{nRT_2 \ln \frac{V_C}{V_D}}{nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}}$$

$$p_A V_A = p_B V_B \quad p_B V_B^\kappa = p_C V_C^\kappa$$

$$p_C V_C = p_D V_D \quad p_D V_D^\kappa = p_A V_A^\kappa$$

$$p_A V_A p_C V_C p_B V_B^\kappa p_D V_D^\kappa = p_B V_B p_D V_D p_C V_C^\kappa p_A V_A^\kappa$$

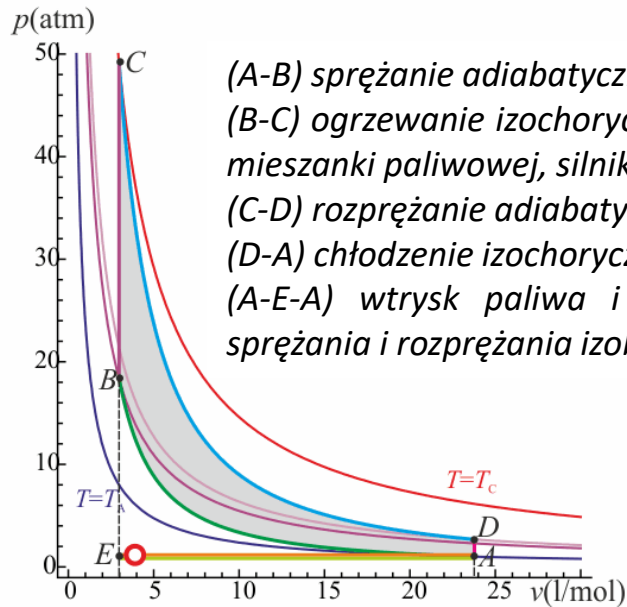
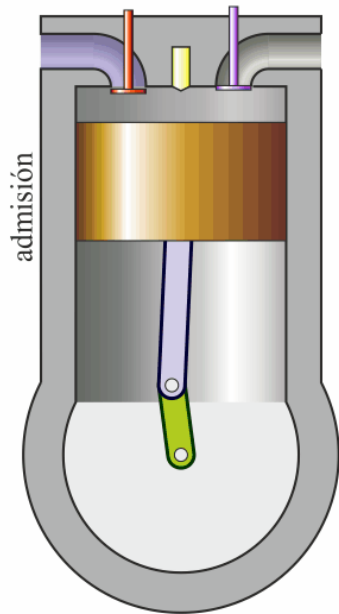
$$V_A V_C V_B^\kappa V_D^\kappa = V_B V_D V_C^\kappa V_A^\kappa$$

$$\frac{V_B^\kappa V_D^\kappa}{V_B V_D} = \frac{V_C^\kappa V_A^\kappa}{V_C V_A} \Rightarrow V_B^{\kappa-1} V_D^{\kappa-1} = V_C^{\kappa-1} V_A^{\kappa-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_B^{\kappa-1}}{V_A^{\kappa-1}} = \frac{V_C^{\kappa-1}}{V_D^{\kappa-1}} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln \frac{V_C}{V_D}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Cykl Otta

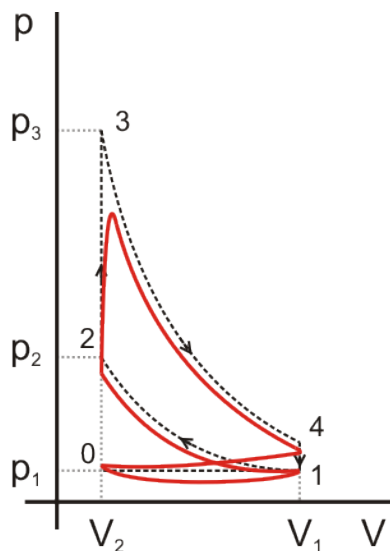


(A-B) sprężanie adiabatyczne,
 (B-C) ogrzewanie izochoryczne (wskutek spalania mieszanki paliwowej, silnik spalinowy),
 (C-D) rozprężanie adiabatyczne,
 (D-A) chłodzenie izochoryczne - wydech,
 (A-E-A) wtrysk paliwa i zasysanie mieszanki, sprężania i rozprężania izobaryczne

Nicolaus August Otto



(1832 - 1891) – samouk, wynalazca nazwanego na jego cześć silnika Otto (silnik o zapłonie iskrowym). Nigdy nie ukończył wyższej szkoły, jednakże otrzymał później tytuł doktora honoris causa.



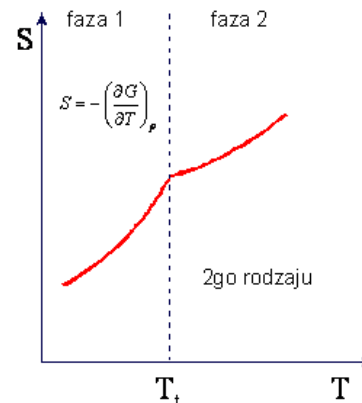
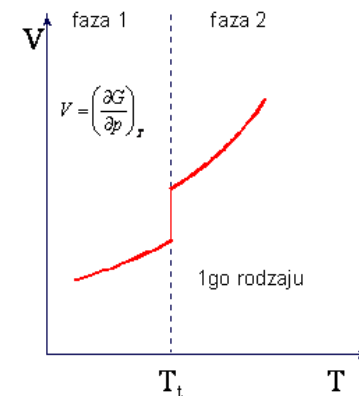
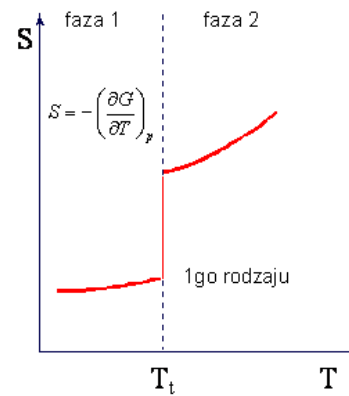
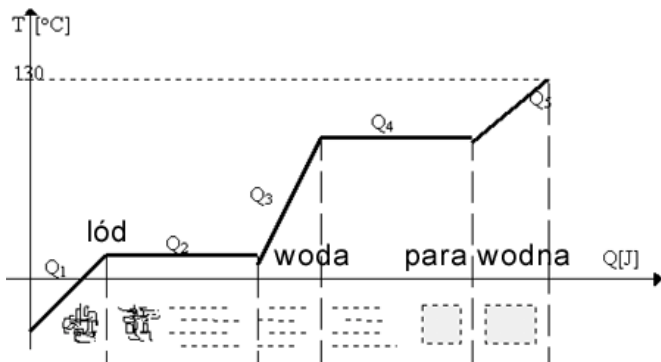
$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1-\kappa}$$

Przejścia fazowe

Proces przekształcania się jednej fazy w inną nazywa się przejściem fazowym lub przemianą fazową.

Przykłady przejść fazowych:

- **przemiany fazowe pierwszego rodzaju:** przemiany, w których ulega zmianie stan skupienia: parowanie i skraplanie, krystalizacja i topnienie, sublimacja i resublimacja, ferromagnetyk – paramagnetyk w obecności zewnętrznego pola magnetycznego
- **przemiany fazowe drugiego rodzaju:** przemiany zachodzące bez zmiany stanu skupienia: przemiana przewodnik – nadprzewodnik, ferromagnetyk – paramagnetyk w T_c , hel I – hel II



Przejścia fazowe

ciepło przemiany (zmiana stanu skupienia)
ciepło parowania, ciepło topnienia

$$Q = c_{przem} \cdot m$$

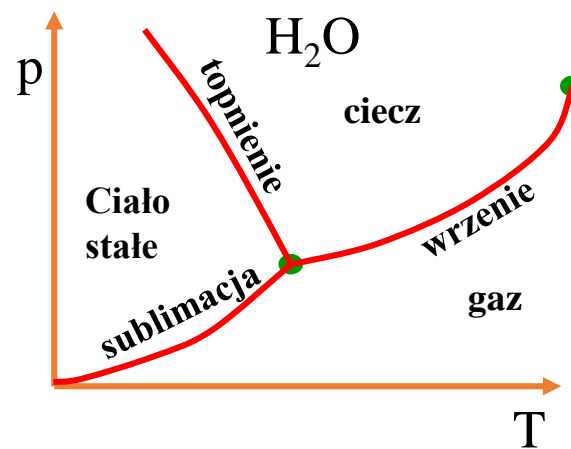
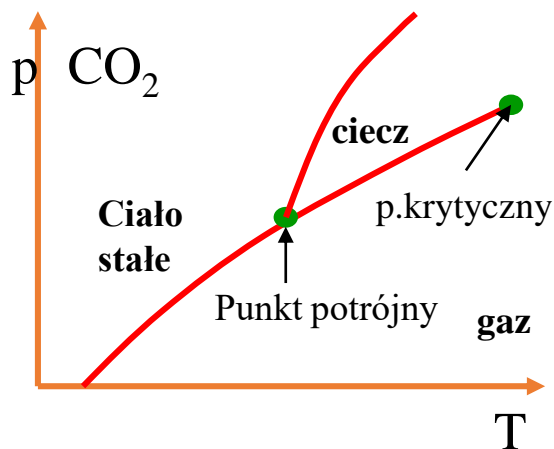
dla wody wrzącej pod ciśnieniem normalnym

$$c_{par} = 539 \text{ cal/g} = 40,7 \text{ kJ/mol} = 2256 \text{ kJ/kg}$$

dla wody krzepnącej pod ciśnieniem normalnym

$$c_{top} = 79,5 \text{ cal/g} = 6,01 \text{ kJ/mol} = 333 \text{ kJ/kg}$$

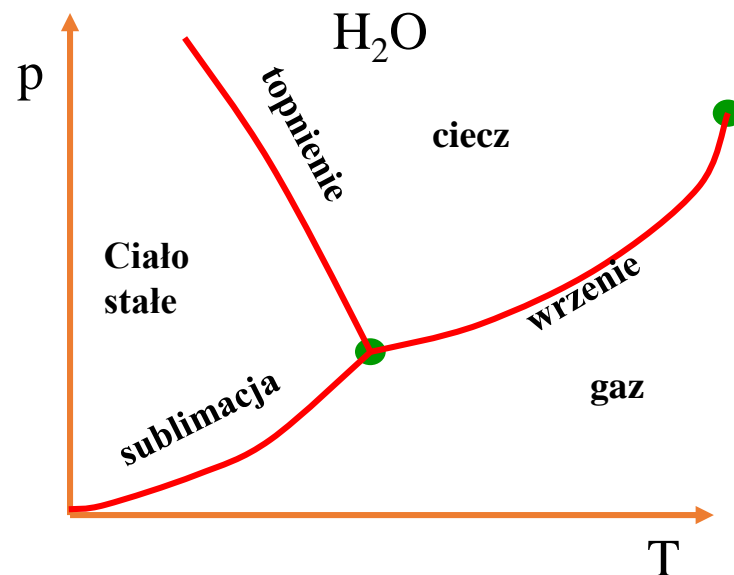
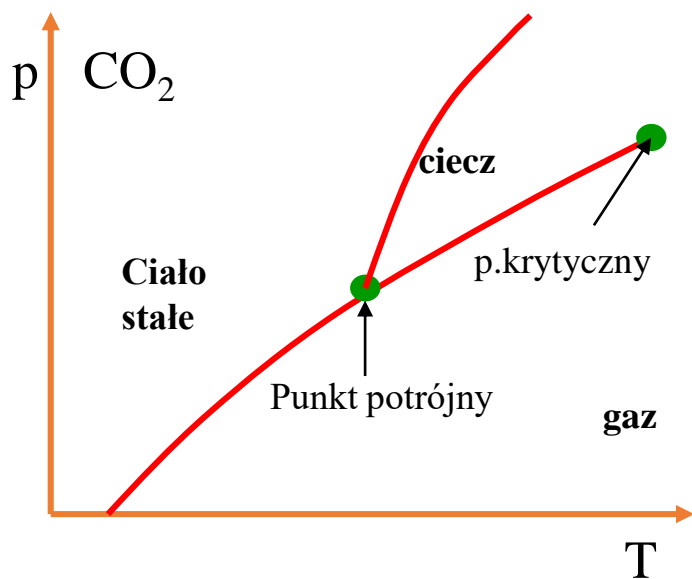
Substancja	temp. przemiany [K]	Ciepło [kJ/kg]
<i>Topnienie</i>		
wodór	14,0	58,0
tlen	54,8	13,9
rtęć	234	11,4
woda	273	333
ołów	601	23,2
srebro	1235	105
miedź	1356	207
<i>Wrzenie</i>		
wodór	20,3	455
tlen	90,2	213
rtęć	630	296
woda	373	2256
ołów	2017	858
srebro	2323	2336
miedź	2868	4730



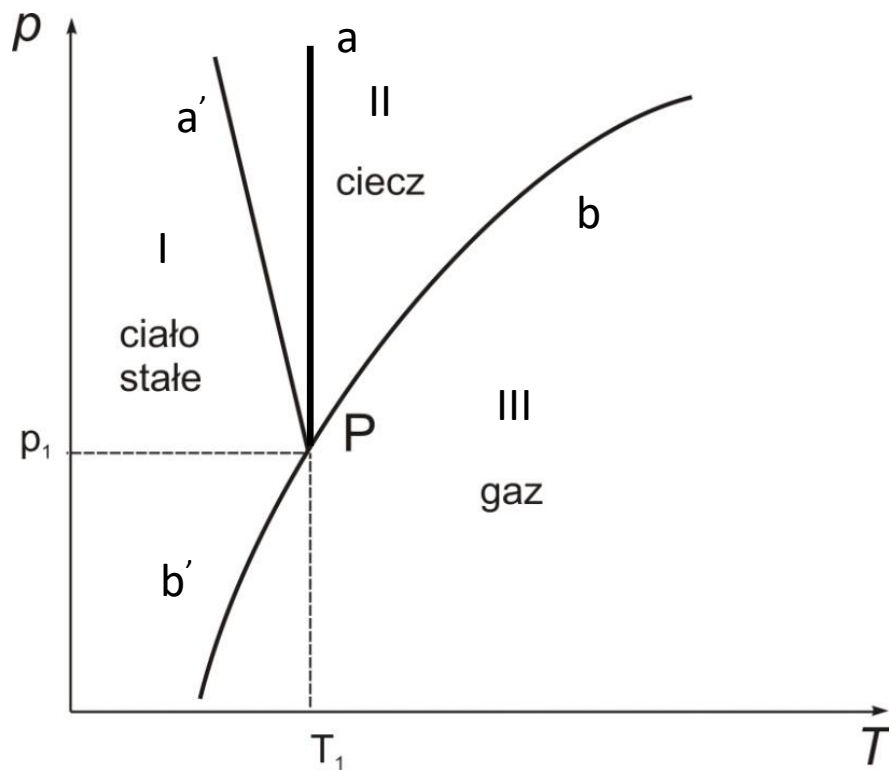
Przejścia fazowe

Dotychczas posługiwaliśmy się pojęciem *stanu równowagi układu*, czyli stanu, w którym żaden z parametrów potrzebnych do makroskopowego opisu układu *nie zależy od czasu*. Zajmowaliśmy się procesami, które zaczynały się jednym stanem równowagi, a kończyły innym stanem równowagi.

Dla układu jednorodnego (przykładowo gazu) w stanie równowagi do jego opisu wystarcza znajomość dwu podstawowych parametrów stanu na przykład ciśnienia i objętości. Opis komplikuje się gdy mamy układ niejednorodny na przykład ciecz w równowadze z parą. Dla danej temperatury stan równowagi tego układu jest możliwy przy różnych objętościach układu (od objętości zależy ilość fazy ciekłej i gazowej). Natomiast temperatura i ciśnienie przestają być niezależne. W każdej temperaturze równowaga jest możliwa tylko przy określonym ciśnieniu (pary nasyconej). Przy wyższym istnieje tylko ciecz, przy niższym para. Podobnie ciecz i ciało stałe mogą istnieć w równowadze tylko w temperaturze topnienia, która jest funkcją ciśnienia. Wreszcie ciało stałe współistnieje w równowadze z parą nasyconą, której ciśnienie jest funkcją temperatury.

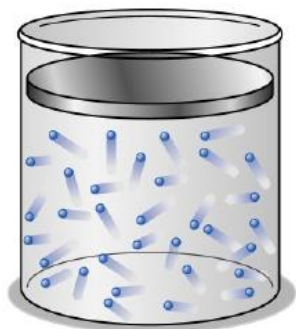


Przejścia fazowe

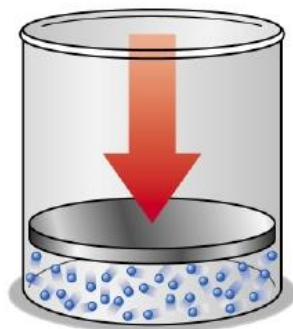


Literą a oznaczona jest krzywa równowagi ciało stałe - ciecz (związek temperatury topnienia z ciśnieniem). Krzywa a' przedstawia tę zależność dla kilku nietypowych substancji, które przy topnieniu zmniejszają objętość na przykład dla lodu. Krzywe $b + b'$ pokazują zależność ciśnienia pary nasyconej od temperatury. Odcinek b' to krzywa równowagi ciało stałe - para, a odcinek b to krzywa równowagi ciecz - para. Krzywa równowagi ciecz - para kończy się w punkcie krytycznym K . Dla temperatury wyższej od temperatury punktu krytycznego K zanika różnica pomiędzy fazą ciekłą i gazową. Dlatego warunkiem skroplenia gazu jest ochłodzenie go poniżej jego temperatury krytycznej. Punkt P , w którym łączą się krzywe nazywamy punktem potrójnym. W tym punkcie mogą znajdować się w równowadze wszystkie trzy stany skupienia. Dla wody odpowiada to ciśnieniu $p = 610.6 \text{ Pa}$ i $T = 273.16 \text{ K}$ ($0.01 \text{ }^\circ\text{C}$). Punkt potrójny wody posłużył do definicji jednostki temperatury - *kelwina*.

Równanie stanu gazów rzeczywistych



(a)



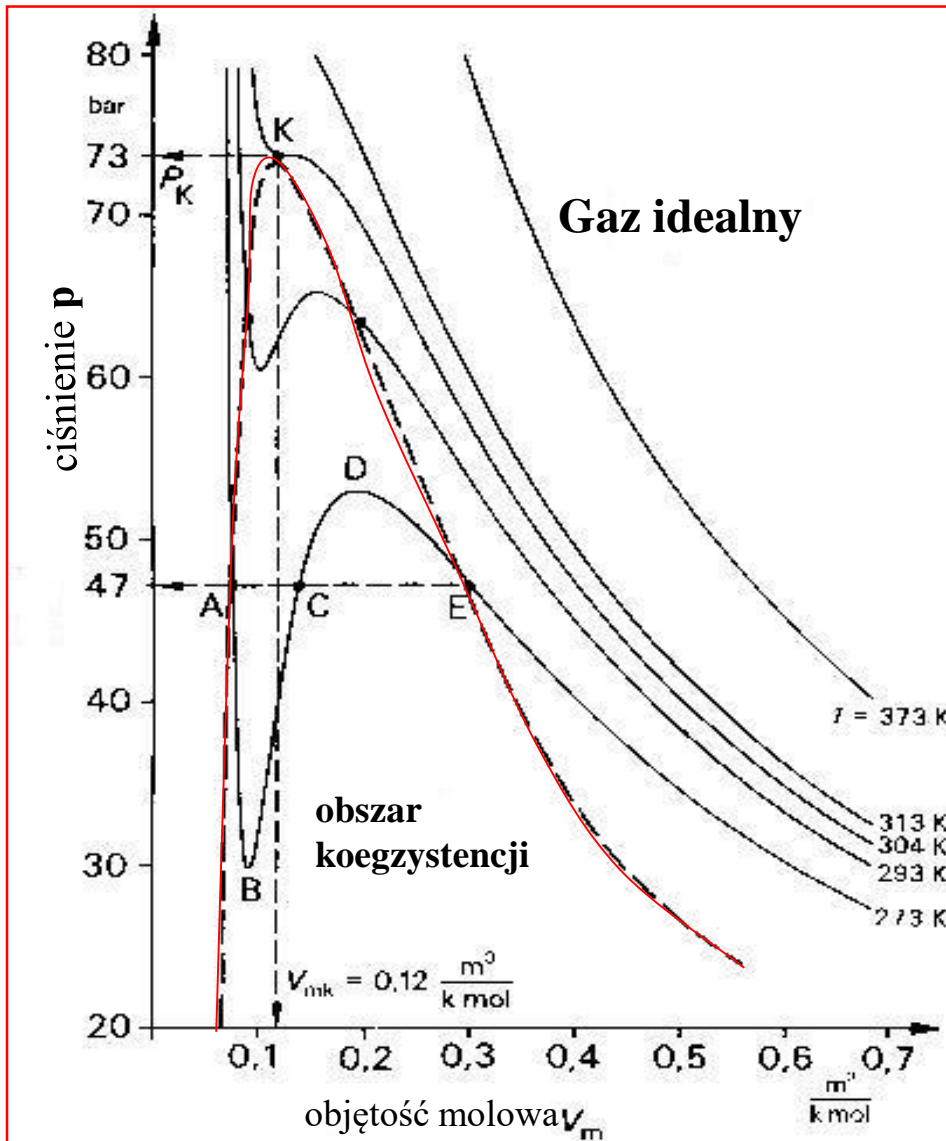
(b)

Równanie van der Waalsa
gazu rzeczywistego (dla 1 mola)

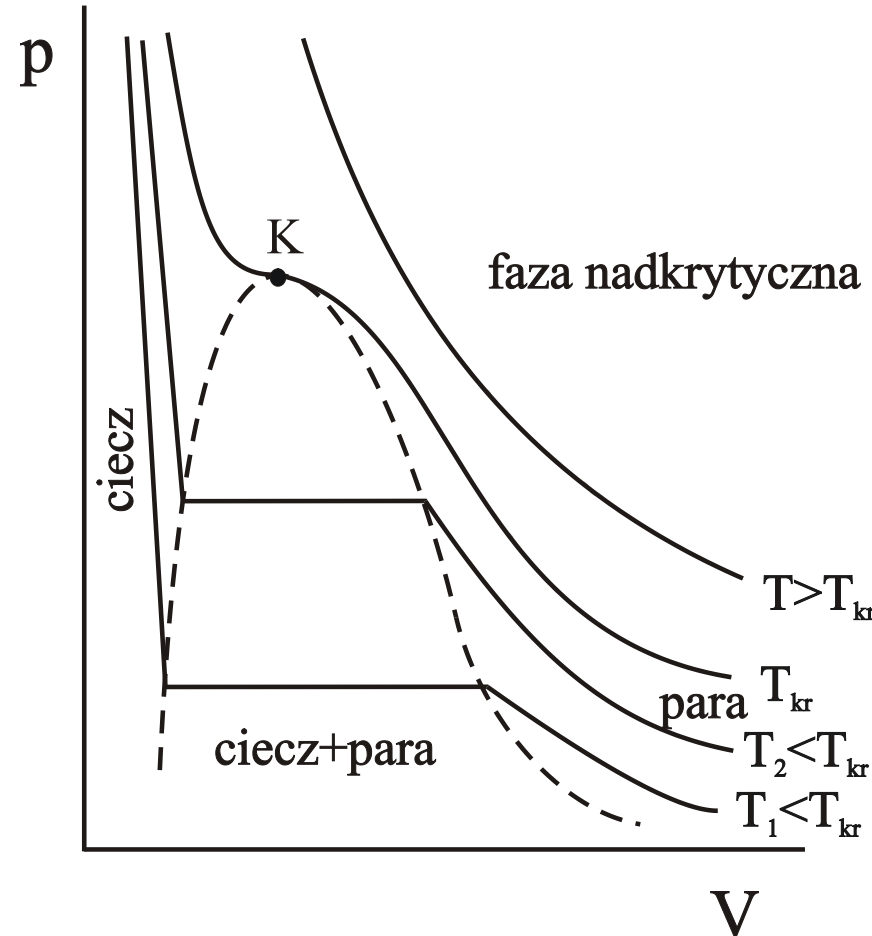
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Substancja	$a[10^{-5}$ $\text{Nm}^4/\text{kmol}^2]$	$b[10^3 \text{ m}^3/\text{kmol}]$
Hel	0.034	23.41
Wodór	0.248	26.61
Argon	1.32	30.32
Tlen	1.38	32.58
Azot	1.36	38.52
Dwutlenek węglą	4.01	42.69

Równanie stanu gazów rzeczywistych



Wartości krytyczne p_k, V_k, T_k



Rozszerzalność cieplna (termiczna)

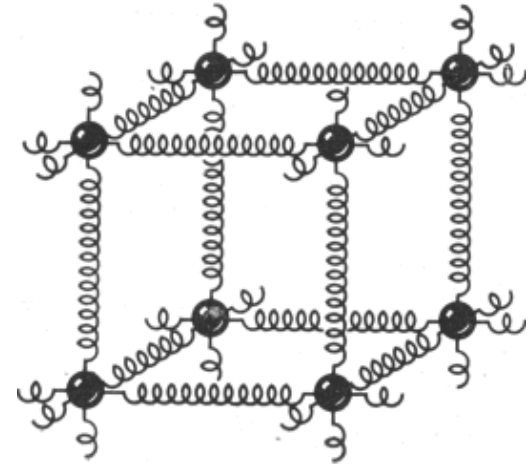
Rozszerzalność liniowa

$$\Delta L \propto L_0 \Delta t$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t$$

$$L - L_0 = \alpha L_0 \Delta t$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta t)$$



Rozszerzalność objętościowa

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

Dla ciał izotropowych

$$\beta \approx 3\alpha$$

	$\alpha \cdot 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$
aluminium	23
arsen	6
kobalt	12.6
żelazo	12.5
potas	84
srebro	20
porcelana	4
stal	13
diament	1