

1. W kartezjańskim układzie współrzędnych punkt P ma współrzędne (P_x, P_y) . Znaleźć współrzędne (P'_x, P'_y) punktu P w układzie, którego osie tworzą kąt α z osiami układu (x, y) . Sprawdzić, że przy obrocie układu odległość punktu P od początku układu nie zmieni się.
2. Kółka tarczy o promieniu R wiruje wokół swojej osi ze stałą prędkością kątową. Ze środka tarczy wyrusza biedronka. Porusz się ona wzdłuż wybranego promienia ze stałą prędkością v_0 . Znaleźć równania ruchu i toru biedronki w nieruchomym układzie odniesienia we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych.
3. Po rzece płynie łódka ze stałą prędkością względem wody (v_1), prostopadłą do kierunku prądu. Woda w rzece płynie wszędzie równolegle do brzegów, ale wartość jej prędkości zależy od odległości od brzegów i dana jest wzorem: $v_2 = v_0 \cdot \sin\left(\pi \frac{y}{L}\right)$, gdzie $v_0 = \text{const}$, $L = \text{const}$ (szerokość rzeki). Znaleźć:
 - i. Wartość wektora prędkości łódki względem nieruchomych brzegów,
 - ii. Kształt toru łódki,
 - iii. Odległość na jaką woda zniosła łódkę w dół rzeki.
4. Wyprowadzić wyrażenia na maksymalny zasięg i maksymalną wysokość w rzucie ukośnym.
5. Dane są dwa wektory: $\mathbf{a} = 3\mathbf{x} + 4\mathbf{y} - 5\mathbf{z}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{x} + 2\mathbf{y} + 6\mathbf{z}$ (wytłuszczone czcionki oznaczają wektory). Obliczyć:
 - i. Długość każdego wektora
 - ii. Kąt pomiędzy wektorami
 - iii. Sumę i różnicę wektorów
 - iv. Iloczyn skalarny wektorów
 - v. Iloczyn wektorowy wektorów
 - vi. Kosinusy kierunkowe wektora \mathbf{a}
6. Korzystając z rachunku wektorowego udowodnić następujące twierdzenia:
 - i. Cosinusów
 - ii. Sinusów
 - iii. Wzór na sinus i cosinus sumy kątów
7. Pokazać, że pole powierzchni trójkąta zbudowanego na dwóch wektorach \mathbf{a} i \mathbf{b} jest równe $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$
8. Pokazać, że objętość równoległościanu zbudowanego na wektorach \mathbf{a} , \mathbf{b} , i \mathbf{c} jest równa $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$
9. Korzystając z definicji pochodnej obliczyć pochodne następujących funkcji: x^n , $\sin(x)$, $\cos(x)$, a^x .
10. Dwa samochody poruszają się po dwóch prostoliniowych i wzajemnie prostopadłych drogach w kierunku ich przecięcia z prędkościami v_1 i v_2 . Przed rozpoczęciem ruchu znajdowały się odpowiednio w odległości s_1 i s_2 od skrzyżowania. Po jakim czasie od rozpoczęcia ruchu odległość między samochodami będzie najmniejsza.
11. Z samolotu lecącego na wysokości h ze stałą prędkością poziomą v zostaje zrzucona bomba. Napisać równania ruchu, prędkości i przyspieszenia bomby względem obserwatora stojącego na ziemi oraz względem pilota samolotu.
12. Ciało spada swobodnie z wieży. W chwili, gdy przebyło ono drogę równą L , z punktu położonego o h metrów niżej od wierzchołka wieży zaczyna spadać drugie ciało. Oba ciała spadają na ziemię w tej samej chwili. Znaleźć wysokość wieży.
13. Zależność drogi przebytej przez punkt materialny od czasu można opisać równaniem: $x(t) = At + Bt^2 + Ct^3$, gdzie A , B i C są wielkościami stałymi wyrażonymi w odpowiednich jednostkach. Znaleźć zależność prędkości i przyspieszenia tego punktu od czasu.

14. Samochód A przebył pierwszą połowę drogi ze stałą prędkością $v_1 = 20 \text{ m/s}$, a drugą połowę ze stałą prędkością $v_2 = 30 \text{ m/s}$. Obliczyć średnią prędkość samochodu na całym odcinku drogi. Samochód B w pierwszej połowie czasu swojego ruchu samochód jechał ze stałą prędkością $v_1 = 20 \text{ m/s}$, a w drugiej połowie czasu, ze stałą prędkością $v_2 = 30 \text{ m/s}$. Obliczyć średnią prędkość samochodu na całym odcinku drogi.
15. Pociąg jadący z prędkością $v = 18 \text{ m/s}$ zaczyna hamować i zatrzymuje się w ciągu czasu $t = 15 \text{ s}$. Obliczyć przyspieszenie a i drogę s przebytą przez pociąg do chwili zatrzymania się zakładając, że w czasie hamowania poruszał się on ruchem jednostajnie zmiennym.
16. Z jaką prędkością poziomą v_1 powinien lecieć lotnik na wysokości h nad torami, w chwili gdy przelatuje on nad punktem A, aby puszczonego przez niego ładunek trafił w uciekający z prędkością v_2 pociąg, który znajduje się w odległości d od A (samolot i pociąg poruszają się w tym samym kierunku)?