

MODUŁ XI

36 Atomy wieloelektronowe

W poprzednim module mówiliśmy o zastosowaniu mechaniki kwantowej do opisu falowych własności materii w tym do opisu atomu wodoru. Między innymi pokazaliśmy, że ta teoria przewiduje, że całkowita energia elektronu w atomie jednoelektronowym jest wielkością skwantowaną.

Na tej podstawie można wnioskować z kolei, że *w atomie wieloelektronowym* całkowita energia każdego z elektronów również jest skwantowana i w konsekwencji skwantowana też jest energia całego atomu.

Pokażemy teraz w jaki sposób mechanika kwantowa pozwala zrozumieć strukturę *atomów wieloelektronowych* wyjaśniając między innymi dlaczego w atomie znajdującym się w stanie podstawowym wszystkie elektrony *nie są związane na najbardziej wewnętrznej powłoce* (orbicie). Fizyka klasyczna nie wyjaśnia tego problemu; dopiero mechanika kwantowa przyniosła podstawy teoretyczne, na gruncie których można przewidzieć własności pierwiastków.

36.1 Orbitalny moment pędu i spin elektronu

Rozwiązując równanie Schrödingera dla atomu wodoru stwierdziliśmy, że funkcja falowa elektronu zależy od trzech liczb kwantowych n, l, m_l , przy czym stwierdziliśmy, że główna liczba kwantowa n jest związana z kwantowaniem energii całkowitej elektronu w atomie wodoru.

Okazuje się, że liczby kwantowe l, m_l opisują z kolei kwantowanie przestrzenne momentu pędu elektronu.

36.1.1 Orbitalny moment pędu

Zgodnie z zasadami mechaniki klasycznej moment pędu elektronu krążącego wokół jądra w odległości r jest dany wyrażeniem

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m_e \mathbf{v} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (36.1)$$

Jednak z zasady nieoznaczoności (punkt 35.2) wynika, że nie można jednocześnie w dokładny sposób wyznaczyć *położenia* i *pędu* elektronu więc nie można też dokładnie wyznaczyć *momentu pędu*.

Okazuje się, że dla elektronu krążącego wokół jądra można dokładnie wyznaczyć jego wartość (długość wektora \mathbf{L}) oraz rzut wektora \mathbf{L} na pewną wyróżnioną oś w przestrzeni (na przykład oś z) to znaczy wartość jednej jego składowej L_z . Pozostałe składowe L_x i L_y mają wartości *nieokreślone*. Wartości L oraz L_z są skwantowane

$$\begin{aligned} L &= \frac{h}{2\pi} \sqrt{l(l+1)} \\ L_z &= \frac{h}{2\pi} m_l \end{aligned} \quad (36.2)$$

gdzie $l = 0, 1, 2, \dots$; $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$.

Podsumowując



Prawo, zasada, twierdzenie

Wartość orbitalnego momentu pędu elektronu w atomie i jego rzut na oś z przyjmują ściśle określone wartości zależne od liczb kwantowych l i m_l .

36.1.2 Spin elektronu

Na podstawie badania widm optycznych atomów wodoru i metali alkalicznych oraz doświadczeń nad oddziaływaniem momentów magnetycznych atomów z polem magnetycznym (doświadczenie Sterna-Gerlacha) odkryto, że wszystkie elektrony mają, oprócz orbitalnego, również wewnętrzny moment pędu, który został nazwany *spinowym momentem pędu (spinem)* \vec{S} . Okazało się, że elektron zachowuje się tak, jakby był kulką wirującą wokół pewnej osi obrotu (analogicznie jak Ziemia obiegająca Słońce i obracająca się wokół swej osi).

Okazuje się ponadto, że spin jest skwantowany przestrzennie i że dla danego stanu orbitalnego są możliwe *dwa kierunki spinu* czyli, że rzut wektora spinu na oś z może przyjmować tylko dwie wartości co określa *spinowa liczba kwantowa s* \vec{S} , która może przyjmować dwie wartości $s = \pm \frac{1}{2}$.

Moment pędu atomu jest sumą momentów pędów orbitalnych i spinów wszystkich elektronów w atomie i jest też skwantowany przestrzennie.

36.2 Zasada Pauliego

W 1869 r. Mendelejew jako pierwszy zauważył, że większość własności pierwiastków chemicznych jest okresową funkcją *liczby atomowej Z* \vec{P} określającej liczbę elektronów w atomie, co najlepiej uwidacznia się w odpowiednio skonstruowanym układzie okresowym pierwiastków. Właściwości chemiczne i fizyczne pierwiastków powtarzają się jeżeli zebrać je w grupy zawierające 2, 8, 8, 18, 18, 32 elementów.

W 1925 r. Pauli podał prostą zasadę (nazywaną *zakazem Pauliego* \vec{P}), dzięki której automatycznie są generowane grupy o liczebności 2, 8, 18, 32. Pauli zapostulował, że



Prawo, zasada, twierdzenie

W atomie wieloelektronowym w tym samym stanie kwantowym, może znajdować się co najwyżej jeden elektron.

Ponieważ stan kwantowy charakteryzuje zespół czterech liczb kwantowych

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots \\ l &= 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ m_l &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(l-1), \pm l \\ s &= \pm \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{36.3}$$

więc zasada Pauliego może być sformułowana następująco

**Prawo, zasada, twierdzenie**

W atomie wieloelektronowym elektrony muszą się różnić przynajmniej jedną liczbą kwantową.

**Przykład**

Zgodnie z tą zasadą na orbicie pierwszej $n = 1$ mogą znajdować się tylko dwa elektrony bo dla $n = 1$ odpowiednie liczby kwantowe zgodnie z warunkami (36.3) wynoszą :

$$(n, l, m_l, s) = (1, 0, 0, \pm \frac{1}{2})$$

Dla $n = 2$ mamy:

$$(n, l, m_l, s) = (2, 0, 0, \pm \frac{1}{2}), (2, 1, 1, \pm \frac{1}{2}), (2, 1, 0, \pm \frac{1}{2}), (2, 1, -1, \pm \frac{1}{2}).$$

Stąd wynika, że w stanie $n = 2$ może być 8 elektronów.

**Ćwiczenie 36.1**

Spróbuj teraz pokazać, że w stanie $n = 3$ może znajdować się 18 elektronów. Zapisz poniżej liczby kwantowe odpowiadające tym orbitalom.

$$(n, l, m_l, s) =$$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

Na zakończenie warto dodać, że na podstawie danych doświadczalnych stwierdzono, że zasada (zakaz) Pauliego obowiązuje dla każdego układu zawierającego elektrony, nie tylko dla elektronów w atomach.

36.3 Układ okresowy pierwiastków

Posługując się zasadą Pauliego można określić jakie stany w atomie są obsadzone elektronami. Skorzystamy z niej, żeby rozpatrzyć przewidywaną przez teorię kwantową strukturę niektórych pierwiastków.

Wprowadźmy do opisu konfiguracji następującą konwencję: numer *powłoki* P (n) piszemy cyfrą, natomiast *podpowłoki* P (orbitale): $l = 0, 1, 2, 3$, oznaczmy literami s, p, d, f itd. (patrz punkt 35.3). Wskaźnik górny przy symbolu podpowłoki określa liczbę znajdujących się w niej elektronów, a wskaźnik dolny przy symbolu chemicznym pierwiastka określa wartość Z .

- Jako pierwszy rozpatrzmy atom helu ($Z = 2$) $\rightarrow {}_2\text{He} : 1s^2$.

Najpierw przeanalizujemy zjonizowany atom He^+ . Jest to układ jedoelektronowy podobny do atomu wodoru, a różnica polega tylko na tym, że w jądrze helu znajdują się dwa ($Z = 2$) protony. W związku z tym energia takiego jonu jest dana wzorem analogicznym jak dla atomu wodoru

$$E = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2} = E_1 \frac{Z^2}{n^2} = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV} \quad (36.4)$$

a czynniki Z^2 jest związany z różnicą ładunku jądra.

Jeżeli teraz dodamy drugi elektron na powłokę $n = 1$ to każdy z elektronów będzie oddziaływał nie tylko z jądrem ale i z drugim elektronem; będzie się poruszał w wypadkowym polu elektrycznym jądra (przyciąganie) i elektronu (odpychanie). Jeżeli elektron znajduje się blisko jądra (bliżej niż drugi elektron) to porusza się w polu kulombowskim jądra $Z = 2$, a jeżeli znajduje się dalej to wówczas oddziałuje z ładunkiem jądra Z i ładunkiem drugiego elektronu czyli porusza się w polu ładunku jądra pomniejszonego o ładunek drugiego elektronu $Z - 1$. Mówimy, że elektron *ekranuje* ładunek jądra. Średnia arytmetyczna tych dwóch wartości daje efektywną wartość $Z_{ef} = 1.5$ odpowiadającą wypadkowemu ładunkowi jaki „czują” elektrony w atomie helu. Możemy więc uogólnić wzór (36.4) do postaci

$$E = -13.6 \frac{Z_{ef}^2}{n^2} \text{ eV} \quad (36.5)$$

Na podstawie tak oszacowanego ładunku efektywnego otrzymujemy *energię jonizacji* czyli energię oderwania *jednego* elektronu równą $E_{jonizacji} = -13.6 \cdot (1.5)^2 / 1^2 \approx 30 \text{ eV}$.

W rzeczywistości elektrony nie tylko ekranują ładunek jądra ale też odpychają się nawzajem (dodatnia energia potencjalna), więc energia wiązania jest mniejsza. Zmierzona energia jonizacji helu wynosi 24.6 eV (co odpowiada $Z_{ef} = 1.35$).

Jest to największa energia jonizacji spośród wszystkich pierwiastków i siły chemiczne nie mogą dostarczyć takiej energii jaka jest potrzebnej do utworzenia jonu He^+ . Również utworzenie jonu He^- jest niemożliwe bo powłoka $n = 1$ jest już "zapełniona" i dodatkowy elektron obsadzałby powłokę $n = 2$ znacznie bardziej oddaloną od jądra. Ładunek efektywny widziany przez ten elektron będzie więc równy zeru i nie działa żadna siła mogąca utrzymać ten elektron.

W rezultacie hel jest chemicznie obojętny, nie tworzy cząsteczek z żadnym pierwiastkiem. Podobnie zachowują się atomy innych pierwiastków o całkowicie wypełnionych powłokach. Nazywamy je *gazami szlachetnymi*.

- Jako kolejny omówimy atom **litu** ($Z = 3$) $\rightarrow {}_3\text{Li} : 1s^2 2s^1$.

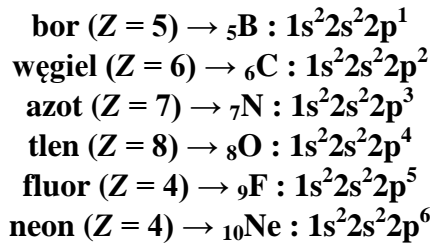
Zgodnie z zasadą Pauliego dwa elektrony znajdują się w stanie $n = 1$, a trzeci elektron na powłoce $n = 2$. Zmierzona wartość energii jonizacji litu wynosi 5.4 eV (co odpowiada $Z_{ef} = 1.25$).

Taki jednokrotnie zjonizowany atom litu jest podobny do atomu helu z tą różnicą, że ze względu na ładunek jądra ($Z = 3$) $Z_{ef} = 2.35$ (jest większe o 1 niż dla helu). Oznacza to, że oderwanie drugiego elektronu wymaga energii aż 75.6 eV. Dlatego spodziewamy się, że w związkach chemicznych lit będzie wykazywać wartościowość +1.


- Kolejnym pierwiastkiem jest **beryl** ($Z = 4$) $\rightarrow {}_4\text{Be} : 1s^2 2s^2$.

Beryl jest podobny do litu bo zgodnie z zasadą Pauliego w stanie $2s^2$ mogą znajdować się dwa elektrony. Dla berylu energia oderwania (jonizacji) drugiego elektronu nie jest dużo większa niż dla pierwszego i beryl w związkach chemicznych ma wartościowość +2.

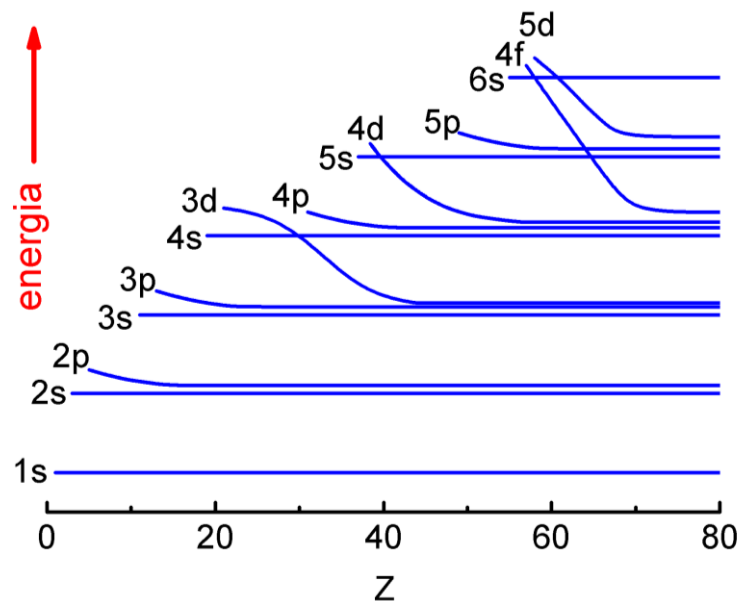
- Od boru ($Z = 5$) do neonu ($Z = 10$):



W tych sześciu pierwiastkach elektrony zapełniają podpowłokę $2p$ ($n = 2, l = 1$)

Wśród tych pierwiastków na uwagę zasługują fluor i tlen, którym do zapełnienia orbity p brakuje odpowiednio jednego i dwóch elektronów. Te "wolne" miejsca są stanami o niskiej energii i dlatego pierwiastki te wykazują silną tendencję do przyłączenia dodatkowych elektronów tworząc trwałe jony F^- i O^- . To zjawisko jest zwane *powinowactwem elektronowym* . Fluor i tlen są więc aktywnymi pierwiastkami chemicznymi.

Kontynuując powyższy schemat można napisać konfigurację elektronową dowolnego atomu. Okazuje się jednak, że w niektórych przypadkach przewidywane konfiguracje nie pokrywają się z obserwowanymi. Wnioskujemy, że różnice energii pomiędzy niektórymi podpowłokami muszą być tak małe, że w pewnych wypadkach może zostać odwrócona kolejność ich zapełniania. Można to zobaczyć na rysunku poniżej. Krzywe kończą się na $Z = 80$ (rtęć). Uwaga: skala energii nie jest liniowa.



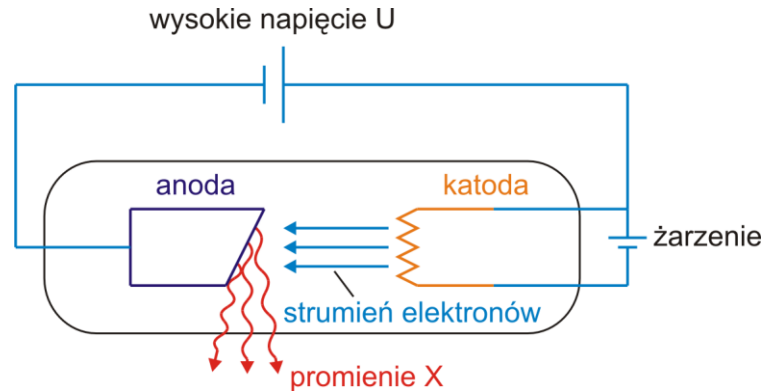
Rys. 36.1. Kolejność zapełniania podpowłok (orbitali)

Zwróćmy uwagę, że każda podpowłoka p ma wyższą energię od poprzedzającej ją powłoki s . Natomiast różnice energii pomiędzy każdą podpowłoką s i poprzedzającą ją powłoką p są szczególnie duże. W konsekwencji wzbudzenie elektronu w atomach pierwiastków, w których zakończyło się właśnie zapełnianie powłoki p jest bardzo trudne (gazy szlachetne).

W ten sposób na gruncie mechaniki kwantowej można przeanalizować własności wszystkich pierwiastków.

36.4 Promienie X

W poprzednich wykładach mówiliśmy już o zastosowaniu promieniowania rentgenowskiego. Teraz poznamy więcej szczegółów dotyczących widma tego promieniowania. Na rysunku 36.2 poniżej pokazana jest lampa rentgenowska.

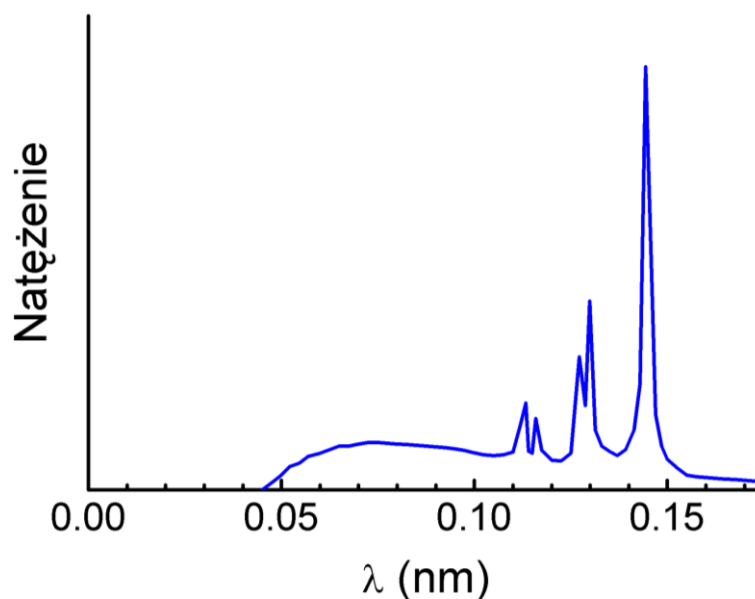


Rys. 36.2. Schemat lampy rentgenowskiej

Elektrony emitowane z katody są przyspieszane przez wysokie napięcie rzędu 10^4 V (przyłożone pomiędzy katodą i anodą) i uderzają w anodę (tarczę). W anodzie elektrony są hamowane aż do ich całkowitego zatrzymania.

Zgodnie z fizyką klasyczną, w wyniku tego hamowania powinna nastąpić emisja promieniowania elektromagnetycznego o widmie ciągłym ponieważ ładunek doznaje przyspieszenia (opóźnienia).

Przykładowy rozkład widmowy rentgenowski otrzymany dla wolframu jest pokazany na rysunku 36.3.

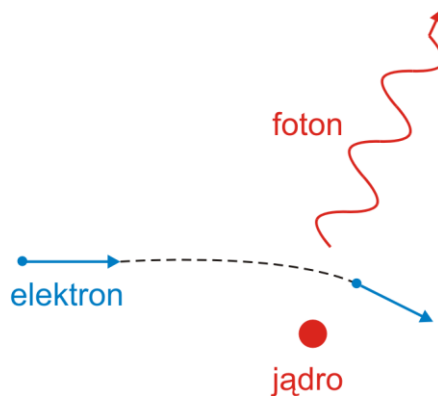


Rys. 36.3. Widmo rentgenowskie wolframu

Najbardziej charakterystycznymi cechami obserwowanych rozkładów widmowych promieniowania X są:

- Charakterystyczne linie widmowe to jest maksima natężenia promieniowania występujące dla ściśle określonych długości fal. Zaobserwowano, że *widmo liniowe* zależy od materiału (pierwiastka) anody.
- Istnienie dobrze określonej minimalnej długości fali λ_{min} widma ciągłego. Stwierdzono, że wartość λ_{min} zależy jedynie od napięcia U i jest taka sama dla wszystkich materiałów, z jakich wykonana jest anoda.

Istnienie krótkofalowej granicy widma ciągłego promieniowania X nie może być wyjaśnione przez klasyczną teorię elektromagnetyzmu bo nie istnieją żadne powody, aby z anody nie mogły być wysłane fale o długości mniejszej od jakiejś wartości granicznej. Jeżeli jednak potraktujemy promieniowanie rentgenowskie jako strumień fotonów to wyjaśnienie obserwowanego zjawiska jest proste. Elektron o początkowej energii kinetycznej E_k (uzyskanej dzięki przyspieszeniu napięciem U) w wyniku oddziaływania z ciężkim jądrem atomu tarczy (anody) jest hamowany i energia jaką traci pojawia się w formie kwantów (rysunek 36.4).



Rys. 36.4. Oddziaływanie elektronu z atomem tarczy zmienia jego energię kinetyczną

Energia powstającego fotonu jest dana wzorem

$$h\nu = E_k - E'_k \quad (36.6)$$

gdzie E'_k jest energią elektronu po zderzeniu. Elektron w trakcie zderzenia przekazuje jądra pewną energię jednak ze względu na to, że jądra tarczy są bardzo ciężkie (w porównaniu do elektronu) możemy ją zaniedbać.

Długość fali fotonu można obliczyć z relacji

$$h \frac{c}{\lambda} = E_k - E'_k \quad (36.7)$$

W wyniku zderzeń elektrony tracą różne ilości energii (typowo elektron zostaje zatrzymany w wyniku wielu zderzeń z jądrami tarczy) otrzymujemy więc szereg fotonów

o różnych energiach (różnych λ). Wobec tego promieniowanie rentgenowskie wytwarzane przez wiele elektronów będzie miało *widmo ciągłe*.

Powstaje wiele fotonów o długościach od λ_{min} do $\lambda \rightarrow \infty$, co odpowiada różnym energiom traconym w zderzeniach. Foton o najmniejszej długości fali λ_{min} (zarazem maksymalnej energii) będzie emitowany wtedy gdy elektron straci całą energię w jednym procesie zderzenia. Oznacza to, że po tym zderzeniu $E_k' = 0$ więc

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = E_k \quad (36.8)$$

Ponieważ energia kinetyczna elektronu jest równa eU (elektron przyspieszony napięciem U) więc otrzymujemy związek

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = eU \quad (36.9)$$

skąd

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU} \quad (36.10)$$

Tak więc minimalna długość fali odpowiadająca całkowitej zamianie energii kinetycznej elektronów na promieniowanie zależy jedynie od napięcia U , a nie zależy na przykład od materiału z jakiego zrobiono tarczę.

Podobnie na gruncie fizyki kwantowej można wyjaśnić powstawanie widma liniowego (charakterystycznego).

Elektron z wiązki padającej przelatując przez atom anody może wybić elektrony z różnych powłok atomowych. Na opróżnione miejsce (po wybitym elektronie) może przejść elektron z wyższych powłok. Towarzyszy temu emisja fotonu o ściśle określonej energii równej różnicy energii elektronu w stanie początkowym (przed przeskoku) i stanie końcowym (po przeskoku). Z kolei powstało miejsce wolne tak zwana dziura po elektronie, który przeskoczył na niższą powłokę. Miejsce to może być zapełnione przez kolejny elektron z wyższej powłoki itd.

Zazwyczaj proces powrotu atomu do stanu podstawowego składa się więc z kilku kroków przy czym każdemu towarzyszy emisja fotonu. W ten sposób powstaje widmo liniowe.

Częstotliwość (długość fali) promieniowania charakterystycznego możemy obliczyć korzystając ze wzoru analogicznego do wyrażenia (33.13), który podaliśmy dla atomu wodoru

$$\nu = (Z - a)^2 R c \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2} \right) \quad (36.11)$$

gdzie R jest stałą Rydberga. We wzorze tym uwzględniono fakt, że w atomie wieloelektronowym elektron jest przyciągany przez jądro o ładunku $+Ze$, a równocześnie

obecność innych elektronów osłabia to oddziaływanie. Efekt ten nazywamy ekranowaniem jądra i uwzględniamy go poprzez wprowadzenie *stałej ekranowania a* .

Widzimy, że częstotliwość promieniowania charakterystycznego jest *proporcjonalna do kwadratu liczby atomowej Z* więc jest charakterystyczna dla *atomów pierwiastka anody*. Ta zależność jest nazywana prawem Moseleya. Możemy się nią posłużyć przy analizie liniowych widm rentgenowskich w celu identyfikacji pierwiastków lub ich zawartości w badanym materiale.



Ćwiczenie 36.2

Korzystając z wyrażenia (36.11) oblicz jaka jest maksymalna częstotliwość fotonów promieniowania X wysyłanego z miedzi i ołowiu. Zauważ, że największą energię będą miały fotony emitowane przy przeskoku elektronu z najbardziej odległej powłoki $k \rightarrow \infty$ na orbitę pierwszą $j = 1$. Stała Rydberga $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$, a prędkość światła $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Liczbę atomową miedzi i ołowiu odczytaj z układu okresowego, a stałą ekranowania przyjmij równą $a = 2$. Podaj również energie fotonów oraz ich długości fal.

Wynik zapisz poniżej.

Dla miedzi:

$$\nu_{max} = \quad h\nu_{max} = \quad \lambda_{max} =$$

Dla ołowiu:

$$\nu_{max} = \quad h\nu_{max} = \quad \lambda_{max} =$$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.


36.5 Lasery

Na zakończenie tego wykładu omówimy przykład wykorzystania zjawisk kwantowych w praktyce. Przedstawimy *kwantowy generator światła* nazwany *lasarem*. Urządzenie to znalazło bardzo szerokie zastosowanie min. w telekomunikacji, badaniach naukowych, technologii obróbki metali i medycynie.

36.5.1 Emisja spontaniczna

Zgodnie z postulatem Bohra, promieniowanie elektromagnetyczne zostaje wysłane tylko wtedy gdy elektron poruszający się po orbicie o całkowitej energii E_k zmienia swój ruch skokowo, tak że porusza się następnie po orbicie o energii E_j . Mówimy, że cząstka (elektron) przechodzi ze stanu wzbudzonego (o wyższej energii) do stanu podstawowego. Takiemu *samoistnemu* przejściu towarzyszy emisja fotonu o częstotliwości


$$\nu = \frac{E_k - E_j}{h} \quad (36.12)$$

Zjawisko takie jest nazywane *emisją spontaniczną* .

Jeżeli różnica energii wynosi kilka elektronowoltów (na przykład tak jak w atomie wodoru, gdzie $E_1 = -13.6$ eV) to czas charakterystyczny dla procesu emisji spontanicznej ma wartość rzędu 10^{-8} s.

Oczywiście atomy (cząsteczki) nie tylko *emitują* ale i *absorbują* promieniowanie o ściśle określonych częstotliwościach (długościach fali). Ponieważ elektron w atomie ma energię całkowitą równą jednej z energii dozwolonych (stan stacjonarny) więc z padającego promieniowania absorbuje tylko określone kwanty energii przechodząc ze stanu podstawowego do wzbudzonego. Energia absorbowanych kwantów $h\nu$ jest dokładnie równa różnicy pomiędzy energiami dozwolonych stanów.

36.5.2 Emisja wymuszona

Teoria kwantowa przewiduje także, że oprócz emisji spontanicznej oraz procesów absorpcji może wystąpić także inny proces, nazywany *emisją wymuszoną* .

Przypuśćmy, że atom znajduje się w stanie wzbudzone E_k i może przy przejściu do stanu podstawowego E_j emitować foton o energii $(E_k - E_j)$. Jeżeli taki atom zostanie oświetlony promieniowaniem, które zawiera fotony o energii właśnie równej $(E_k - E_j)$ to *prawdopodobieństwo wypromieniowania energii przez atom wzrośnie*.

Takie zjawisko przyspieszenia wypromieniowania energii przez oświetlenie atomów wzbudzonych odpowiednim promieniowaniem nazywamy właśnie *emisją wymuszoną*.

Ponadto, bardzo ważne jest to, że

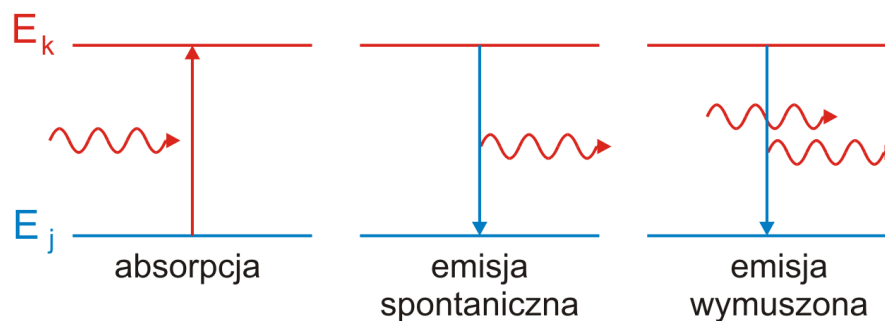


Prawo, zasada, twierdzenie

W emisji spontanicznej mamy do czynienia z fotonami, których fazy i kierunki są rozłożone przypadkowo. Natomiast foton wysyłany w procesie emisji wymuszonej ma taką samą fazę oraz taki sam kierunek ruchu jak foton wymuszający.



Emisja wymuszona stwarza więc szansę uzyskania *promieniowania spójnego*.

Procesy absorpcji, emisji spontanicznej i emisji wymuszonej pokazane są schematycznie na rysunku 36.5.



Rys. 36.5. Absorpcja, emisja spontaniczna i emisja wymuszona

Żeby przeanalizować możliwość emisji wymuszonej musimy wiedzieć jak atomy (cząsteczki) układu obsadzają różne stany energetyczne to znaczy musimy określić ile


atomów jest w *stanie podstawowym*  (stanie o najniższej energii), a ile w *stanach wzbudzonych*  (o wyższych energiach).

36.5.3 Rozkład Boltzmana

Jak wiemy z rozważań dla gazu doskonałego opis szczegółowy układu fizycznego złożonego z bardzo dużej liczby cząstek jest bardzo skomplikowany i dlatego podstawowe własności układu wyprowadzamy z samych rozważań *statystycznych*. Przykładem jest rozkład Maxwella prędkości cząsteczek gazu, który daje informację o prawdopodobieństwie znalezienia cząsteczki o prędkości z przedziału $v, v + dv$. Znając funkcję rozkładu $N(v)$ możemy obliczyć takie wielkości mierzalne jak ciśnienie czy temperaturę.

Prawdopodobieństwo z jakim cząstki układu zajmują różne stany energetyczne jest również opisane przez odpowiednią funkcję rozkładu

$$N(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}} \quad (36.13)$$

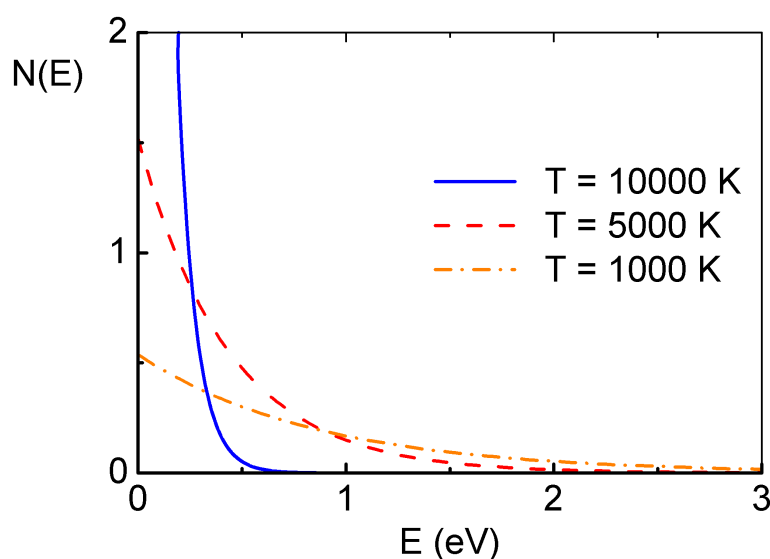
gdzie A jest stałą proporcjonalności, a k stałą Boltzmana. Jest to tak zwany *rozkład Boltzmana* .



Więcej o rozkładzie Boltzmana możesz przeczytać w *Dodatku 1*, na końcu modułu XI.

Widzimy, że prawdopodobna ilość cząstek układu, w temperaturze T , znajdujących się w stanie o energii E jest proporcjonalna do $\exp(-E/kT)$.

Na rysunku 36.6 pokazana jest zależność $N(E)$ dla trzech różnych temperatur i trzech odpowiednich wartości stałej A .



Rys. 36.6. Funkcja rozkładu obsadzenia stanów cząstkami - rozkład Boltzmana

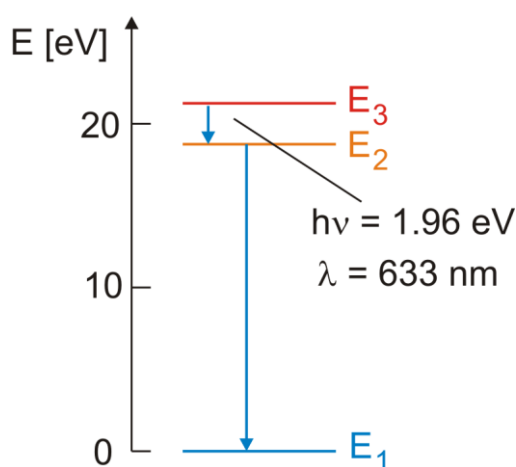
36.5.4 Laser

Z rozkładu Boltzmana wynika, że w danej temperaturze liczba atomów w stanie podstawowym jest większa niż liczba atomów w stanach o wyższej energii. Jeżeli zatem taki układ atomów (cząsteczek) oświetlimy odpowiednim promieniowaniem to światło padające jest *silnie absorbowane*, a emisja wymuszona jest znikoma.

Żeby w układzie przeważała emisja wymuszona, to w wyższym stanie energetycznym powinno znajdować się więcej atomów (cząsteczek) niż w stanie niższym. Mówimy, że rozkład musi być antyboltzmannowski.

Taki układ można przygotować na kilka sposobów min. za pomocą zderzeń z innymi atomami lub za pomocą tzw. pompowania optycznego czyli wzbudzenia atomów na wyższe poziomy energetyczne przez ich oświetlenie.

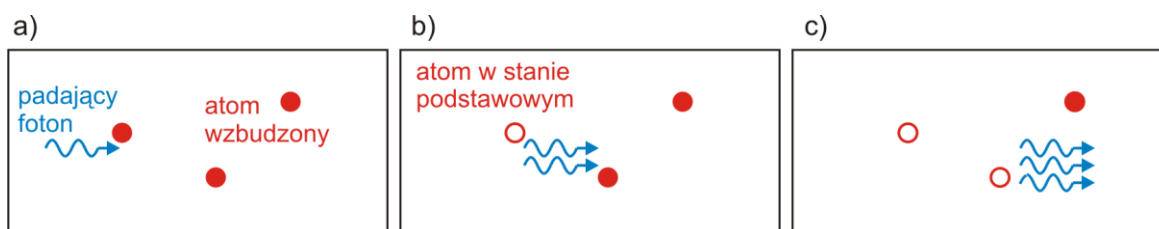
Ten pierwszy sposób jest wykorzystywany w laserze helowo-neonowym. Schemat poziomów energetycznych dla takiego lasera jest pokazany na rysunku 36.7.



Rys. 36.7. Poziomy energetyczne lasera helowo-neonowego

W tym laserze atomy neonu są wzbudzone na poziom E_3 w wyniku zderzeń z atomami helu. Przejście na poziom E_2 zachodzi wskutek emisji wymuszonej. Następnie atomy neonu przechodzą szybko do stanu podstawowego E_1 oddając energię w wyniku zderzeń ze ściankami.

Przebieg emisji wymuszonej w laserze przedstawiony jest na rysunku 36.8.

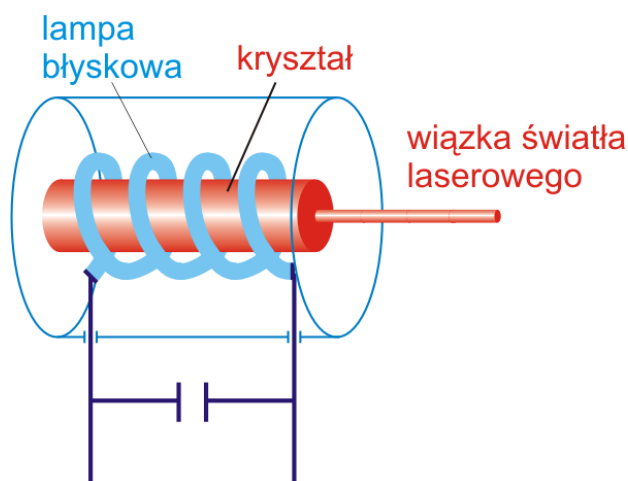


Rys. 36.8. Przebieg emisji wymuszonej; ● - atom w stanie wzbudzonym,
○ - atom w stanie o niższej energii (po wyemitowaniu fotonu)

Foton wprowadzony do gazu (rysunek 36.8a) wymusza emisję drugiego fotonu przez wzbudzony atom (rysunek 36.8b). Przez układ poruszają się więc dalej dwa fotony, które wymuszają kolejne procesy emisji i w efekcie coraz więcej fotonów, o tej samej fazie, porusza się przez układ (rysunek 36.8c).

Jeżeli na końcach zbiornika umieścimy zwierciadła to ten proces będzie trwał aż wszystkie atomy wypromieniują nadmiar energii. Spójna wiązka fotonów może opuścić układ jeżeli jedno z tych zwierciadeł będzie częściowo przepuszczające.

Inny sposób „odwrócenia” rozkładu boltzmanowskiego jest wykorzystany w laserze rubinowym pokazanym na rysunku 36.9.




Rys. 36.9. Laser rubinowy

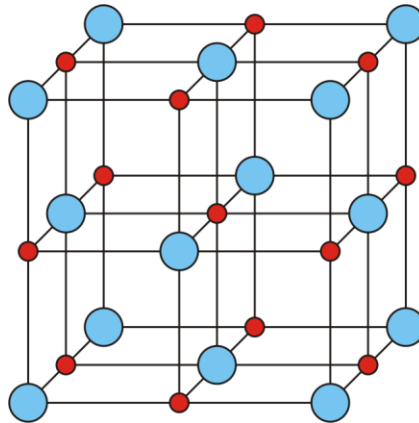
Laser zbudowany na ciele stałym składa się z pręta wykonanego z kryształu Al_2O_3 , w którym jonami czynnymi są atomy domieszki np. atomy chromu. Na końcach pręta są naniesione zwierciadła odbijające. Promieniowanie "pompujące" jest wytwarzane przez lampę błyskową umieszczoną wokół kryształu. Absorbując światło z lampy błyskowej atomy chromu przechodzą do stanu wzbudzonego.

Od czasu uruchomienia pierwszego lasera to jest od 1960 roku technologia tych urządzeń bardzo się rozwinęła. Obecnie działają zarówno lasery impulsowe jak i lasery o pracy ciągłej. Ośrodkami czynnymi w laserach są gazy, ciała stałe i ciecze, a zakres długości fal jest bardzo szeroki; od podczerwieni przez obszar widzialny aż do nadfioletu.

37 Materia skondensowana

Kiedy pierwiastek lub związek chemiczny, będący w stanie gazowym lub ciekłym, zostanie dostatecznie ochłodzony to krzepnie czyli przechodzi do stanu stałego.

Ciała stałe dzielimy na *kryształy*, *polikryształy* i *ciała bezpostaciowe* . Jak już mówiliśmy w punkcie 30.5 atomy w kryształach ułożone są w powtarzający się regularny wzór zwany siecią krystaliczną (na rysunku 37.1 pokazane jest przykładowo rozmieszczenie atomów w kryształach NaCl).



Rys. 37.1. Rozmieszczenie jonów w komórce elementarnej NaCl


Wiele ciał stałych nie posiada jednolitej struktury krystalicznej dlatego, że są zbudowane z bardzo wielu małych kryształków; mówimy, że te ciała mają strukturę polikrystaliczną. Wreszcie w przyrodzie występują ciała niekrystaliczne takie jak na przykład szkło, w których uporządkowanie atomowe nie rozciąga się na duże odległości. W dalszej części rozdziału zajmiemy się ciałami krystalicznymi. Ich klasyfikację prowadzi się zarówno według ich struktury geometrycznej jak i według dominującego rodzaju wiązania.

37.1 Rodzaje kryształów (rodzaje wiązań)

Ze względu na typy wiązań kryształy dzielimy na:

- Kryształy cząsteczkowe (molekularne),
- Kryształy o wiązaniach wodorowych,
- Kryształy jonowe,
- Kryształy atomowe (kowalenne),
- Kryształy metaliczne.

37.1.1 Kryształy cząsteczkowe

Kryształy cząsteczkowe (molekularne) składają się ze stabilnych cząsteczek, oddziałujących ze sobą słabymi siłami wiążącymi tzw. *siłami van der Waalsa* , takimi jakimi występują pomiędzy cząsteczkami w fazie gazowej.

Oddziaływanie to jest związane z przesunięciami ładunków w cząsteczkach. Cząsteczki zachowują się jak dipole elektryczne i oddziaływanie pomiędzy dipolami stanowi siłę wiążącą kryształ.

Ciała cząsteczkowe tworzą między innymi w stanie stałym gazy szlachetne i zwykłe gazy, takie jak tlen, azot, wodór. Energia wiązania jest słaba, rzędu 10^{-2} eV to jest 10^{-21} J. Przypomnijmy sobie, że energia cieplna cząsteczki w temperaturze pokojowej to jest około 300 K wynosi $\frac{3}{2}k_B T \approx 6 \cdot 10^{-21}$ J. Ta energia ruchu termicznego jest odpowiedzialna za rozrywanie wiązań. Widać więc, z porównania jej z energią wiązania, dlaczego zestalenie kryształów cząsteczkowych zachodzi dopiero w bardzo niskich temperaturach. Na przykład temperatura zestalania wodoru wynosi 14 K (tj. -259 °C).

Kryształy cząsteczkowe, ze względu na brak elektronów swobodnych są na ogół bardzo złymi przewodnikami ciepła i elektryczności.

37.1.2 Kryształy o wiązaniach wodorowych


W pewnych warunkach atomy wodoru mogą tworzyć silne wiązania z atomami pierwiastków elektroujemnych takich jak na przykład tlen czy azot. Te wiązania zwane wodorowymi odgrywają ważną rolę min. w kryształach ferroelektrycznych i w cząsteczkach kwasu DNA (dezoksyrybonukleinowego).


37.1.3 Kryształy jonowe

Kryształy jonowe składają się z trójwymiarowego naprzemiennego ułożenia dodatnich i ujemnych jonów. Jony, ułożone jak gęsto upakowane kulki, przyciągają się siłami kulombowskimi. Przykładem takiego kryształu jest pokazany na rysunku 37.1 kryształ chlorku sodu (NaCl).

Kryształy jonowe, ze względu na brak swobodnych elektronów są złymi przewodnikami elektryczności i ciepła. Ponieważ siły kulombowskie wiążące kryształy jonowe są duże więc kryształy te są zazwyczaj twarde i mają wysoką temperaturę topnienia.

37.1.4 Kryształy atomowe (kowalentne)

Kryształy kowalentne składają się z atomów połączonych ze sobą parami wspólnych *elektronów walencyjnych*  to jest elektronów z najbardziej zewnętrznej powłoki. Chmura wspólnych elektronów skupiona jest pomiędzy parą atomów więc wiązania te mają kierunek i wyznaczają ułożenie atomów w strukturze krystalicznej. Przykładami kryształów kowalentnych są diament, german, krzem.

Kryształy kowalentne są twarde i posiadają wysoką temperaturę topnienia. Brak elektronów swobodnych powoduje, że ciała atomowe nie są dobrymi przewodnikami elektryczności i ciepła. Czasami jednak, jak w przypadku wymienionych Ge i Si są one *półprzewodnikami* .

37.1.5 Ciała metaliczne

Wiązanie metaliczne można sobie wyobrazić jako graniczny przypadek wiązania kowalentnego, w którym elektrony walencyjne są wspólne dla wszystkich jonów w kryształach, a nie tylko dla sąsiednich jonów.

Wynika to z tego, że w atomach, z których jest zbudowany kryształ metaliczny, elektrony na zewnętrznych powłokach są słabo związane i mogą zostać uwolnione z tych atomów kosztem bardzo małej energii. Te swobodne elektrony poruszają się w całym kryształach; są więc wspólne dla wszystkich jonów. Mówimy, że tworzą one gaz elektronowy wypełniający przestrzeń pomiędzy dodatnimi jonami.

Gaz elektronowy działa na każdy jon siłą przyciągania większą od odpychania pozostałych jonów w wyniku czego tworzy się wiązanie. Ponieważ istnieje wiele nieobsadzonych stanów elektronowych (na zewnętrznych powłokach są wolne miejsca) to elektrony mogą poruszać się swobodnie w kryształach od atomu do atomu. W konsekwencji kryształy metaliczne są doskonałymi przewodnikami elektryczności i ciepła. Przykładem kryształów metalicznych są kryształy tworzone przez metale alkaliczne.

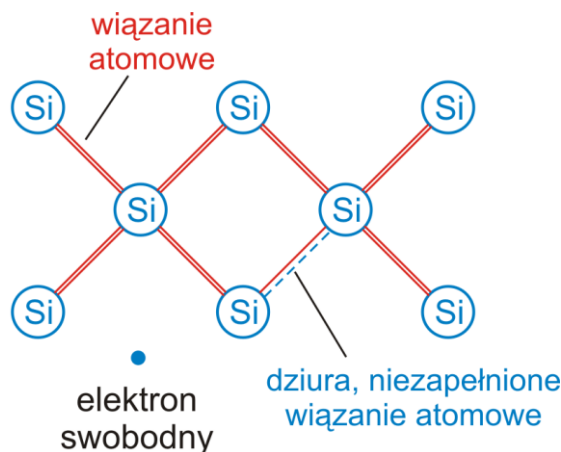
W podsumowaniu należy zaznaczyć, że istnieją kryształy, w których wiązania muszą być interpretowane jako mieszanina opisanych powyżej głównych typów wiązań. Typ wiązania w poszczególnych kryształach wyznacza się doświadczalnie min. przez badanie dyfrakcji promieni X.

Przejdziemy teraz do omówienia podstawowych własności materiałów *półprzewodnikowych* i *magnetycznych*. Wybór tych dwóch klas materiałów jest podyktowany faktem, że zrewolucjonizowały one elektronikę i współczesną technologię.

37.2 Fizyka półprzewodników

W tym punkcie omówimy podstawowe właściwości półprzewodników oraz ich zastosowania.


Przykładowymi materiałami półprzewodnikowymi są german i krzem. Są to pierwiastki z IV grupy układu okresowego, mają po cztery elektrony walencyjne. Elektrony te biorą udział w wiązaniach atomowych z czterema innymi atomami. Pary wspólnych elektronów walencyjnych zaznaczono na rysunku 37.2 podwójnymi liniami.




Rys. 37.2. Sieć krystaliczna krzemu


Ponieważ wszystkie elektrony walencyjne biorą udział w wiązaniach więc brak jest elektronów swobodnych.

Istnieje jednak możliwość wzbudzenia, na przykład termicznie, elektronu walencyjnego, tak że stanie się on swobodnym elektronem przewodnictwa. Powstaje wtedy w powłoce walencyjnej puste miejsce po elektronie nazywane dziurą. Na rysunku 37.2 zaznaczono symbolicznie tę sytuację.

W obecności zewnętrznego pola elektrycznego inny elektron walencyjny, sąsiadujący z dziurą może zająć jej miejsce, pozostawiając po sobie nową dziurę, która zostanie zapełniona przez kolejny elektron itd. Zatem dziura w polu elektrycznym *przemieszcza się w kierunku przeciwnym niż elektron i zachowuje jak nośnik ładunku dodatniego* (dodatni elektron). Liczba dziur jest równa liczbie elektronów przewodnictwa. Takie półprzewodniki nazywamy *samoistnymi* .

37.2.1 Domieszkowanie półprzewodników


Jeżeli w trakcie wzrostu kryształów do krzemu dodamy na przykład niewielką ilość arsenu (grupa V układu okresowego) to arsen wbudowuje się w strukturę krzemu wykorzystując cztery spośród pięciu elektronów walencyjnych. Piąty elektron walencyjny arsenu nie bierze udziału w wiązaniu i łatwo staje się elektronem przewodnictwa poprzez dostarczenie mu niewielkiej ilości energii (np. cieplnej). Dzięki temu mamy prawie tyle elektronów przewodnictwa ile jest atomów domieszki. Zauważmy, że w tym wypadku nie powstaje dziura po oderwanym elektronie bo wszystkie wiązania atomowe są wypełnione. Oczywiście możemy tak jak w półprzewodniku samoistnym wzbudzić elektrony walencyjne krzemu i wytworzyć dziury ale pod warunkiem dostarczenia znacznie większej energii. Taki półprzewodnik nazywany jest półprzewodnikiem *typu n*  (negative - ujemny) bo atom domieszki oddaje elektron.

Krzem można też domieszkować pierwiastkiem z III grupy układu okresowego na przykład galem. Ponieważ atom galu ma tylko trzy elektrony walencyjne to ma tendencję do wychwytywania elektronu z sąsiedniego atomu krzemu aby uzupełnić cztery wiązania kowalencyjne. Zatem atom galu wprowadza do systemu dziurę i mamy półprzewodnik *typu p*  (positive - dodatni).

37.3 Zastosowania półprzewodników

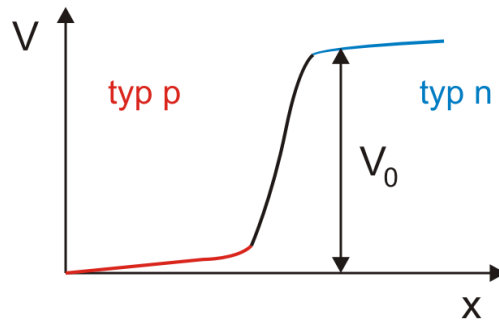
37.3.1 Termistor

W miarę wzrostu temperatury obserwujemy szybki wzrost przewodności półprzewodników związany z termicznym wzbudzeniami elektronów walencyjnych, które stają się elektronami przewodnictwa.

Przykładowo, przewodność czystego krzemu zwiększa się aż dwukrotnie przy wzroście temperatury od 0° C do 10° C. Dlatego czysty krzem może być stosowany w czułych miernikach temperatury. Taki przyrząd półprzewodnikowy do pomiaru temperatury jest nazywany *termistorem* .

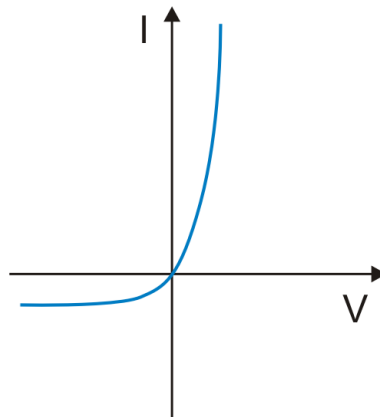
37.3.2 Złącze p - n

Jeżeli półprzewodniki typu n i typu p zostaną ze sobą zetknięte to część elektronów z obszaru typu n (nadmiar elektronów) będzie przepływała do obszaru typu p , a dziury będą przepływały z obszaru typu p (nadmiar dziur) do obszaru typu n . W wyniku tego obszar p naładuje się ujemnie, a obszar typu n dodatnio. Powstaje kontaktowa różnica potencjałów pokazana na rysunku 37.3.




Rys. 37.3. Potencjał na granicy złącza $p - n$

Jeżeli do takiego złącza $p - n$ przyłożymy zewnętrzny potencjał to wielkość prądu płynącego przez złącze zależy od kierunku i wartości tego napięcia. Jeżeli przyłożymy potencjał dodatni V (napięcie przewodzenia) do półprzewodnika typu p to zmniejszymy różnicę potencjału na złączu $p - n$ (do wartości $V - V_0$). Przez złącze popłynie wówczas duży prąd tak jak pokazano na rysunku 37.4. Natomiast przyłożenie ujemnego potencjału (napięcie zaporowe) do obszaru typu p powiększa różnicę potencjałów na złączu (do wartości $V + V_0$) i wartość prądu przez złącze jest bardzo mała (praktycznie równa zero).



Rys.37.4. Zależność prądu płynącego przez złącze $p - n$ od zewnętrznego napięcia V

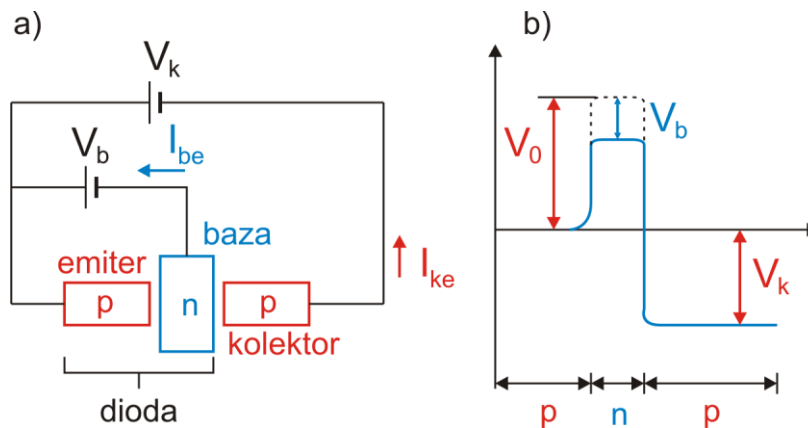
To urządzenie jest nazywane diodą $p - n$. Zauważmy, że ta dioda nie spełnia prawa Ohma. Natężenie płynącego prądu nie jest wprost proporcjonalne do przyłożonego napięcia jak w przypadku metali. Mówimy, że dioda jest *elementem nieliniowym* . Jednym z jej zastosowań są detektory radiodbiorników o modulacji amplitudowej.

37.3.3 Baterie słoneczne

Jeżeli oświetlimy obszar przejściowy złącza $p - n$ to elektron walencyjny pochłaniając foton zostanie wzbudzony do stanu przewodnictwa (tak samo jak energią cieplną). Pochłonięty foton kreuje parę elektron - dziura. Powstałe dziury są wciągane do obszaru p , a elektrony do obszaru n . W obwodzie zawierającym złącze $p - n$ płynie prąd. W ten sposób można zamienić energię światła bezpośrednio na energię elektryczną.

37.3.4 Tranzystor

Urządzeniem, które spowodowało prawdziwą rewolucję techniczną jest niewątpliwie *tranzystor*. Schemat tranzystora pnp jest pokazany na rysunku 37.5a, a rozkład potencjału wewnątrz tranzystora na rysunku 37.5b.



Rys. 37.5. a) Schemat tranzystora; b) Rozkładu potencjału wewnątrz tranzystora

Jak widać tranzystor jest diodą, do której dołączono dodatkowy obszar p (*kolektor*). Do „diody” jest przyłożone napięcie w kierunku przewodzenia więc płynie duży prąd (dziurowy) z *emitera* do *bazy*.

Baza jest na tyle cienka, że większość dziur przechodzi (dyfunduje) do kolektora, a tylko niewielka część (około 1%) wypływa z bazy (I_{be}). Pozostały prąd (99%) wypływa przez kolektor. Jak widać na rysunku 37.5b kolektor jest na bardziej ujemnym potencjale niż baza aby dodatkowo dziury łatwiej mogły do niego przechodzić.

Stosunek prądu kolektora do prądu bazy $\beta = I_{ke} / I_{be}$ nazywamy *współczynnikiem wzmocnienia prądu*. W typowych tranzystorach $\beta = 100$. Oznacza to, że jeżeli na wejściu tranzystora prąd I_{be} jest sygnałem zmiennym o danej charakterystyce to na wyjściu tranzystora otrzymamy prąd I_{ke} o *takiej samej charakterystyce* ale 100 razy silniejszy.

Charakterystyki tranzystorów nnp są takie same z tym, że nośnikami większościowymi ładunku są elektrony, a nie dziury.

Istnieje jeszcze wiele innych urządzeń półprzewodnikowych mających szerokie zastosowania. Z konieczności ograniczymy się tylko do wymienienia najważniejszych takich jak układy scalone dużej skali integracji, diody tunelowe, tyrystory, tranzystory polowe, lasery półprzewodnikowe.

37.4 Własności magnetyczne ciał stałych

Ze zjawiskami magnetycznymi spotykamy się na co dzień. Najczęściej mamy do czynienia z magnesami stałymi ponieważ są one powszechnie wykorzystywane we wszelkich urządzeniach technicznych. Na przykład w urządzeniach w gospodarstwie domowym posiadamy do kilkunastu kilogramów magnesów trwałych.

Omówienie własności magnetycznych rozpoczniemy od przypomnienia obliczeń, z punktu 22.4. Pokazaliśmy tam, że elektron krążący w odległości r wokół jądra w atomie posiada *magnetyczny moment dipolowy* $\mu_e = \frac{e}{2m}L$ związany z orbitalnym momentem pędu L . Podobnie jak z orbitalnym momentem pędu elektronu również z jego spinem związany jest moment magnetyczny tak zwany *spinowy moment magnetyczny* μ_s .

Własności magnetyczne ciał są określone przez zachowanie się tych elementarnych momentów (dipoli) magnetycznych w polu magnetycznym.

Przy opisie własności magnetycznych ciał posługujemy się pojęciem wektora *polaryzacji magnetycznej* M nazywanej też *namagnesowaniem* lub *magnetyzacją* M . Wektor ten określa sumę wszystkich momentów magnetycznych, czyli wypadkowy moment magnetyczny jednostki objętości.

Jeżeli próbkę zawierającą elementarne dipole magnetyczne umieścimy w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B_0 to pole to dąży do ustawienia dipoli w kierunku pola i w efekcie powstaje w próbce wypadkowe pole o indukcji

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_r \mathbf{B}_0 \quad (37.1)$$

Względą przenikalnością magnetyczną ośrodka μ_r można na podstawie wzoru (37.1) zapisać jako

$$\mu_r = 1 + \mu_0 \frac{M}{B_0} = 1 + \chi \quad (37.2)$$

gdzie wielkość χ nazywana jest podatnością magnetyczną.

W zależności od wielkości i znaku podatności magnetycznej χ , dzielimy ciała na następujące trzy grupy:

- $\chi < 0$, ciała *diamagnetyczne*,
- $\chi > 0$, ciała *paramagnetyczne*,
- $\chi \gg 0$, ciała *ferromagnetyczne*.
-

37.4.1 Diamagnetyzm

Diamagnetyzm jest związany ze zmianą orbitalnego momentu pędu elektronów wywołaną zewnętrznym polem magnetycznym. Oznacza to, że diamagnetyzm występuje w każdym materiale umieszczonym w polu magnetycznym (w każdym materiale są elektrony). Jednak doświadczalnie jest on obserwowany tylko w ciałach, w których momenty magnetyczne elektronów wchodzących w skład danego atomu znoszą się wzajemnie (kompensują) tak, że moment magnetyczny atomu jest równy zeru. W innym przypadku efekt ten jest maskowany przez wypadkowy moment magnetyczny atomów.

Diamagnetykami są na przykład te ciała, których atomy lub jony posiadają wypełnione powłoki elektronowe.

Jeżeli atom diamagnetyczny umieścimy w zewnętrznym polu magnetycznym to na elektrony działa siła magnetyczna $F = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, która powoduje zmianę siły dośrodkowej działającej na elektrony i zmienia prędkość kątową elektronów.

Zmiana ta zależy od kierunku ruchu elektronu względem pola \mathbf{B} i dlatego nie jest jednakowa dla wszystkich elektronów. Oznacza to, że momenty magnetyczne elektronów przestały się kompensować. W zewnętrznym polu magnetycznym \mathbf{B} został wyindukowany moment magnetyczny, o kierunku przeciwnym do \mathbf{B} . W efekcie próbka diamagnetyczna jest odpychana od bieguna silnego magnesu, a jej podatność magnetyczna χ jest ujemna.

37.4.2 Paramagnetyzm

Paramagnetykami są ciała, których atomy posiadają wypadkowy moment magnetyczny różny od zera. Przykładem mogą być atomy o nieparzystej liczbie elektronów, w których wypadkowy spin elektronów będzie zawsze większy od zera.

Podatność paramagnetyków ma wartość nieznacznie większą od zera. W zewnętrznym polu magnetycznym atomowe dipole magnetyczne dążą do ustawienia równoległego do kierunku pola. Jednak ten proces jest silnie zakłócany przez energię drgań termicznych (energii cieplną) tak, że efektywny moment magnetyczny jest dużo mniejszy od maksymalnego, możliwego do uzyskania. Te ruchy cieplne są odpowiedzialne za to, że po usunięciu pola magnetycznego znika namagnesowanie i momenty dipolowe paramagnetyka są całkowicie nieuporządkowane.

Dla paramagnetyków (nie zawierających elektronów swobodnych) podatność magnetyczna zależy od temperatury zgodnie z prawem Curie



Prawo, zasada, twierdzenie


$$\chi = \frac{C}{T}$$


(37.3)

gdzie C jest *stałą Curie* .

37.4.3 Ferromagnetyzm

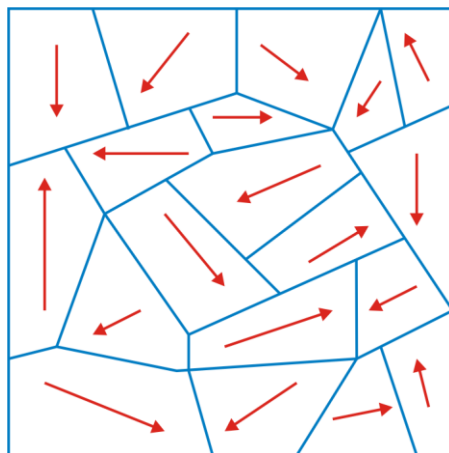
Istnieją pierwiastki takie jak Fe, Co, Ni oraz wiele różnych stopów, w których obserwujemy uporządkowanie magnetyczne pomimo, przeciwdziałających temu, ruchów termicznych atomów. Substancje te zwane ferromagnetykami charakteryzują się dużą podatnością, przy czym wielkość namagnesowania zależy zarówno od pola magnesującego jak i od tego czy były one magnesowane *wcześniej*.

Jest to związane z silnym *oddziaływaniem wymiennym*  jakie występuje pomiędzy spinowymi momentami magnetycznymi atomów. Ferromagnetyzm jest więc *własnością kryształów*, a nie pojedynczych atomów.

Poszczególne atomy (tak jak w paramagnetyku) posiadają momenty magnetyczne, które podczas krystalizacji, w wyniku oddziaływania wymiennego, ustawiają się równolegle do siebie w dużych obszarach kryształu zwanych *domenami* . Każda domena jest więc


całkowicie magnetycznie uporządkowana. Natomiast kierunki momentów magnetycznych poszczególnych domen są różne i próbka jako całość może nie mieć wypadkowego namagnesowania.

Na rysunku 37.6 pokazano fragment nienamagnesowanego ferromagnetyka. Linie pokazują granice domen, a strzałki oznaczają kierunek momentu magnetycznego w domenie.

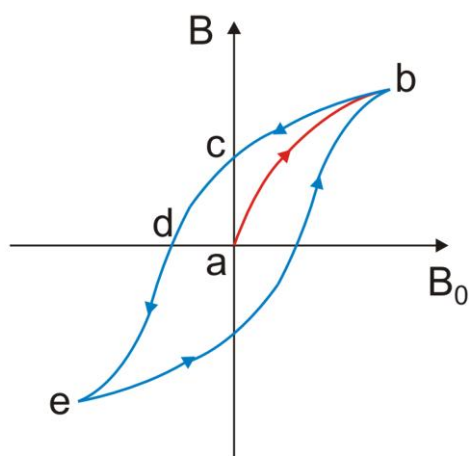


Rys. 37.6. Domeny magnetyczne w nienamagnesowanym materiale


Jeżeli taki materiał ferromagnetyczny umieścimy w zewnętrznym polu magnetycznym zaobserwujemy, że próbka uzyskuje duże namagnesowanie w relatywnie niskim polu magnetycznym. Dzieje się tak dlatego, że momenty magnetyczne atomów wewnątrz domen dążą do ustawienia się zgodnie z polem oraz, że przesuwiają się ściany domen: domeny zorientowane zgodnie z polem rosną kosztem domen o innej orientacji.


Ten proces *nie jest całkowicie odwracalny*. Po usunięciu pola granice domen nie wracają do położenia początkowych i materiał pozostaje namagnesowany trwale. Zjawisko to nazywamy *histerezą magnetyczną* .


Na rysunku 37.7 pokazana jest krzywa (*ab*) namagnesowania ferromagnetyka (początkowo nienamagnesowanego) i towarzysząca jej pętla histerezy (*bcdeb*).



Rys. 37.7. Krzywa namagnesowania (*ab*) i pętla histerezy (*bcdeb*)

Nienamagnesowany (punkt *a*) materiał ferromagnetyczny magnesujemy zewnętrznym polem magnetycznym B_0 aż do wartości odpowiadającej punktowi *b*. Następnie zmniejszamy pole magnesujące do zera. Namagnesowanie materiału maleje ale nie znika całkowicie (punkt *c*); materiał został namagnesowany trwale. Namagnesowanie w punkcie *c* nosi nazwę *pozostałości magnetycznej* .


Następnie, ponownie zwiększamy pole magnesujące ale w kierunku *przeciwnym* do namagnesowania. Trwałe namagnesowanie ferromagnetyka zostaje usunięte dopiero po osiągnięciu wartości pola magnetycznego nazywanego *połem koercji*  (punkt *d*). Dalsze zwiększanie pola magnesującego pozwala ponownie namagnesować materiał ale w nowym kierunku (punkt *e*). Możemy teraz powtórzyć postępowanie opisane powyżej i w efekcie powrócić do punktu *b*.

Krzywa (*bcdeb*) nosi nazwę *pętli histerezy* .

Pozostałość magnetyczna i pole koercji są parametrami, które decydują o przydatności danego materiału jako magnesu trwałego.

Duża pozostałość magnetyczna gwarantuje, że będziemy mieli *silny magnes*, a duże pole koercji, że będzie on *trwały* (nie zostanie łatwo rozmagnesowany).

Materiałami, które posiadają najlepsze wartości tych parametrów są obecnie SmCo_5 i $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$.

O przydatności ferromagnetyka jako magnesu trwałego decyduje również zależność jego podatności od temperatury bo powyżej pewnej charakterystycznej temperatury T_C ferromagnetyk staje się paramagnetykiem. Temperaturę T_C nazywamy *temperaturą Curie* . Z punktu widzenia zastosowań istotne jest aby materiał ferromagnetyczny miał możliwie wysoką temperaturę przejścia w stan paramagnetyczny.

38 Fizyka jądrowa

38.1 Wstęp

Każde jądro atomowe składa się z protonów i neutronów wiązanych siłami jądrowymi, niezależnymi od ładunku. Ponieważ neutron i proton mają prawie taką samą masę i bardzo zbliżone inne własności, więc obydwa określa się wspólną nazwą *nukleon*. Nazwa *nuklid* jest używana zamiennie z terminem jądro.

Nuklidy o tej samej liczbie protonów, różniące się liczbą neutronów nazywamy *izotopami*. Łączną liczbę protonów i neutronów w jądrze nazywamy *liczbą masową* jądra i oznaczamy literą A . Liczba neutronów jest dana równaniem $A - Z$, gdzie Z jest liczbą protonów zwaną *liczbą atomową*. Wartość liczby A dla jądra atomowego jest bardzo bliska masie odpowiadającego mu atomu. Atom pierwiastka X o liczbie atomowej Z i liczbie masowej A oznaczamy symbolem A_ZX .

Wyniki pomiarów rozpraszania wysokoenergetycznych protonów lub neutronów na jądrach atomowych pozwalają wyznaczyć rozkład masy w jądrze i jego rozmiar. Z tych pomiarów wynika, że jądra mają kształt kulisty oraz że średni promień dla wszystkich jąder (oprócz najmniejszych) jest dany wyrażeniem

$$R = (1.2 \cdot 10^{-15}) A^{1/3} \text{ m} \quad (38.1)$$



Jednostki

Ponieważ rozmiary jąder i cząstek elementarnych są bardzo małe dlatego stosujemy jednostkę *femtometr* zwaną też *fermi* (fm); $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$.

W tabeli 14.1 przedstawione zostały gęstości wybranych obiektów między innymi gęstość jądra uranu $\rho = 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Obliczymy teraz tę gęstość na podstawie wzoru (38.1).

Dla jądra o promieniu R i liczbie masowej A liczba cząstek na jednostkę objętości wynosi


$$\begin{aligned} N &= \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi[(1.2 \cdot 10^{-15} \text{ m})A^{1/3}]^3} = \\ &= 1.38 \cdot 10^{44} \text{ nukleonów/m}^3 \end{aligned} \quad (38.2)$$

Gęstość ρ obliczamy jako iloczyn liczby nukleonów N w jądrze i masy nukleonu. Masa protonu jest z dobrym przybliżeniem równa masie neutronu i wynosi $M = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Stąd

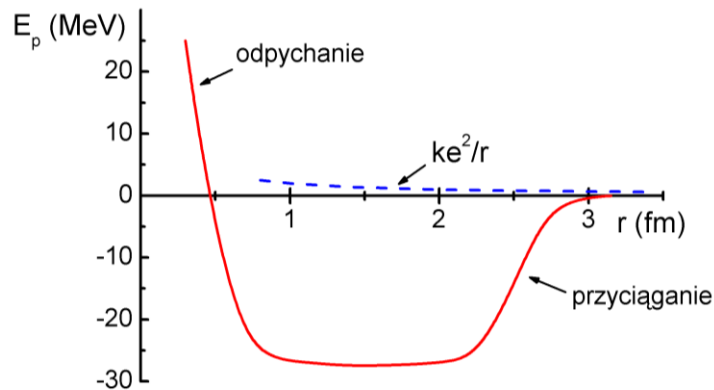
$$\rho = NM = 2.3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3 \quad (38.3)$$

Zauważmy, że gęstość materii jądrowej nie zależy od rozmiarów jądra, ponieważ jego objętość jest proporcjonalna do liczby masowej A .

38.2 Oddziaływanie nukleon-nukleon

Dotychczas poznane oddziaływania (grawitacyjne, elektromagnetyczne) nie pozwalają na wyjaśnienie struktury jądra atomowego. Aby wyjaśnić co tak silnie wiąże nukleony w jądrach atomowych trzeba wprowadzić nowe oddziaływanie. Ta siła wiążąca musi być większa niż siła odpychania elektrostatycznego występująca pomiędzy protonami. Określamy ją mianem *siły jądrowej* lub *oddziaływania silnego* .

Potencjał opisujący to oddziaływanie jest pokazany na rysunku 38.1 w porównaniu z potencjałem elektrostatycznego odpychania proton - proton.



Rys. 38.1. Energia potencjalna oddziaływania nukleon – nukleon (linia ciągła) w porównaniu z energią odpychania proton – proton (linia przerywana)

Oddziaływanie proton - proton, proton - neutron i neutron - neutron jest identyczne (jeżeli zaniedbamy relatywnie małe efekty odpychania elektrostatycznego) i nazywamy go oddziaływaniem nukleon - nukleon.

Masy atomowe i energie wiązań można wyznaczyć doświadczalnie w oparciu o spektroskopię masową lub bilans energii w reakcjach jądrowych. W tabeli 38.1 poniżej zestawione są masy atomowe i energie wiązań ΔE jąder atomów wybranych pierwiastków.

Tabela 38.1. Masy atomowe i energie wiązań jąder atomów

	Z	A	Masa (u)	ΔE (MeV)	$\Delta E/A$
${}^1_0\text{n}$	0	1	1.0086654	-	-
${}^1_1\text{H}$	1	1	1.0078252	-	-
${}^4_2\text{He}$	2	4	4.0026033	28.3	7.07
${}^9_4\text{Be}$	4	9	9.0121858	58.0	6.45
${}^{12}_6\text{C}$	6	12	12.0000000	92.2	7.68
${}^{16}_8\text{O}$	8	16	15.994915	127.5	7.97
${}^{63}_{29}\text{Cu}$	29	63	62.929594	552	8.50
${}^{120}_{50}\text{Sn}$	50	120	119.9021	1020	8.02
${}^{184}_{74}\text{W}$	74	184	183.9510	1476	8.02
${}^{238}_{92}\text{U}$	92	238	238.05076	1803	7.58

**Jednostki**

Masa jest podana w jednostkach masy atomowej (u). Za wzorzec przyjmuje się 1/12 masy atomowej węgla.


Analizując bliżej dane zestawione w tabeli 36.1 można uzyskać dalsze informacje o jądrach atomowych. Dla przykładu porównajmy masę atomu ${}^4_2\text{He}$ z sumą mas jego składników. Z tabeli 38.1

$$M({}^4_2\text{He}) = 4.0026033 \text{ u.}$$

Natomiast całkowita masa jego składników równa jest sumie mas dwu atomów wodoru ${}^1_1\text{H}$ i dwu neutronów:

$$2M({}^1_1\text{H}) + 2M({}^1_0\text{n}) = 2 \cdot 1.0078252 \text{ u} + 2 \cdot 1.0086654 \text{ u} = 4.0329812 \text{ u.}$$

Masy dwu elektronów są uwzględnione w masie helu jak i w masach dwóch atomów wodoru.

Zauważmy, że masa helu jest mniejsza od masy składników o wartość 0.0303779 u. Analogiczny rachunek pokazuje, że dla każdego atomu jego masa jest mniejsza od masy składników o wielkość ΔM zwaną *niedoborem masy* lub *defektem masy* .

Wynik ten jest świadectwem istnienia energii wiązania jąder jak i równoważności masy i energii. Zauważmy, że energia nukleonów tworzących jądro zmienia się w miarę ich zbliżania od wartości $E = 0$ dla nukleonów swobodnych ($r \rightarrow \infty$) do wartości ujemnej $E < 0$ dla nukleonów w jądrze (rysunek 38.1). Oznacza to, że gdy układ oddzielnych swobodnych nukleonów łączy się w jądro energia układu *zmniejsza się* o wartość ΔE energii wiązania jądra.

Zgodnie ze wzorem Einsteina całkowita energia spoczywającego jądra jest związana z jego masą zależnością (patrz uzupełnienie) $E = mc^2$.

Oznacza to, że zmniejszeniu o ΔE całkowitej energii układu musi towarzyszyć, zgodnie z teorią względności, zmniejszenie masy układu o ΔM

$$\Delta E = \Delta M c^2 \quad (38.4)$$

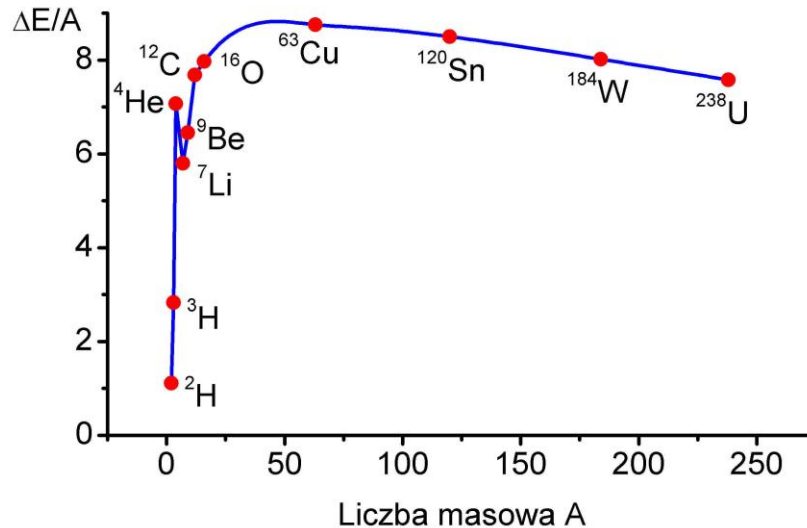
**Ćwiczenie 38.1**

Na podstawie zależności (38.4) oblicz energię wiązania dla ${}^4_2\text{He}$ i porównaj uzyskaną wartość z danymi doświadczalnymi podanymi w tabeli 38.1. Skorzystaj z wyliczonego niedoboru masy dla ${}^4_2\text{He}$ $\Delta M = 0.0303779 \text{ u}$. Wyniki zapisz poniżej.

$\Delta E =$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

W ostatniej kolumnie tabeli 38.1 podana jest wielkość energii wiązania przypadającej na nukleon w jądrze $\Delta E/A$. Jest to jedna z najważniejszych cech charakteryzujących jądro. Zauważmy, że początkowo wielkość $\Delta E/A$ wzrasta ze wzrostem liczby A , ale potem przybiera w przybliżeniu stałą wartość około 8 MeV. Wyniki średniej energii wiązania na nukleon w funkcji liczby masowej jądra A są pokazane na rysunku 38.2 poniżej.






Rys. 38.2. Energia wiązania na nukleon w funkcji liczby masowej A

Widzimy, że najsilniej są związane nukleony w jądrach pierwiastków ze środkowej części układu okresowego. Gdyby każdy nukleon w jądrze przyciągał jednakowo każdy z pozostałych nukleonów to energia wiązania byłaby proporcjonalna do A (wielkość $\Delta E/A$ byłaby stała). To, że tak nie jest wynika głównie z krótkiego zasięgu sił jądrowych.

38.3 Rozpady jądrowe

Rozpady jądrowe zachodzą zawsze (prędzej czy później) jeśli jądro o pewnej liczbie nukleonów znajdzie się w stanie energetycznym, nie będącym najniższym możliwym dla układu o tej liczbie nukleonów. Takie nietrwałe (w stanach niestabilnych) jądra mogą powstać w wyniku reakcji jądrowych. Niektóre reakcje są wynikiem działań laboratoryjnych, inne dokonały się podczas powstawania naszej części Wszechświata.

Jądra nietrwałe pochodzenia naturalnego są nazywane *promieniotwórczymi* , a ich rozpady noszą nazwę *rozpadów promieniotwórczych* . Rozpady promieniotwórcze dostarczają wielu informacji zarówno o jądrach atomowych ich budowie, stanach energetycznych, oddziaływaniach ale również wielu zasadniczych informacji o pochodzeniu Wszechświata.

Badając własności promieniotwórczości stwierdzono, że istnieją trzy rodzaje promieniowania alfa (α), beta (β) i gamma (γ). Po dalszych badaniach stwierdzono, że promienie α to jądra helu, promienie γ to fotony, a promienie β to elektrony lub *pozytony*  (cząstka elementarna dodatnia o masie równej masie elektronu).

38.3.1 Rozpad alfa

Szczególnie ważnym rozpadem promieniotwórczym jest rozpad alfa (α) występujący zazwyczaj w jądrach o $Z \geq 82$. Rozpad alfa polega na przemianie niestabilnego jądra w nowe jądro przy emisji jądra ${}^4\text{He}$ tzn. cząstki α . Zgodnie z wykresem 38.2 dla ciężkich jąder energia wiązania pojedynczego nukleonu maleje ze wzrostem liczby masowej więc zmniejszenie liczby nukleonów (w wyniku wypromieniowania cząstki α) prowadzi do powstania silniej związanego jądra. Proces zachodzi samorzutnie bo jest korzystny energetycznie. Energia wyzwolona w czasie rozpadu (energetyczny równoważnik niedoboru masy) jest unoszona przez cząstkę α w postaci energii kinetycznej. Przykładowa reakcja dla jądra uranu wygląda następująco




38.3.2 Rozpad beta

Istnieją optymalne liczby protonów i neutronów, które tworzą jądra najsilniej związane (stabilne). Jądra, których ilość protonów Z różni się od wartości odpowiadającej stabilnym jądrum o tej samej liczbie masowej A , mogą zmieniać Z w kierunku jąder stabilnych poprzez rozpad beta (β).

Jeżeli rozpatrywane jądro ma większą od optymalnej liczbę neutronów to w jądrze takim zachodzi przemiana neutronu w proton



Neutron n rozpada się na proton p , elektron e^- i antyneutrino $\bar{\nu}$ (cząstka elementarna o zerowym ładunku i zerowej masie spoczynkowej). Ten proces nosi nazwę rozpadu β^- (*beta minus* ) . Przykładem takiej przemiany jest rozpad uranu ${}^{239}\text{U}$





Powstały izotop też nie jest trwały i podlega dalszemu rozpadowi



Zauważmy, że w takim procesie liczba protonów Z wzrasta o jeden, a liczba nukleonów A pozostaje bez zmiany. Z kolei gdy jądro ma nadmiar protonów to zachodzi proces przemiany protonu w neutron



Proton p rozpada się na neutron n , pozyton e^+ i neutrino ν (cząstka elementarna o własnościach bardzo zbliżonych do antyneutrino). Ten proces nosi nazwę rozpadu β^+ (*beta plus* ) . W tym procesie liczba protonów Z maleje o jeden, a liczba nukleonów A pozostaje bez zmiany.

Pierwiastki powstające w rozpadach alfa i beta są na ogół także promieniotwórcze i ulegają dalszemu rozpadowi. Większość naturalnych pierwiastków promieniotwórczych można podzielić na trzy grupy, nazywane *szeregami promieniotwórczymi* . W szeregu uranu rozpoczynającym się od ${}^{238}_{92}\text{U}$ liczby masowe zmieniają się według wzoru $4n + 2$. W szeregu aktynu rozpoczynającym się od ${}^{235}_{92}\text{U}$ liczby masowe zmieniają się według wzoru $4n + 3$, a w szeregu toru rozpoczynającym się od ${}^{232}_{90}\text{Th}$ liczby masowe są opisane wzorem $4n$. Wszystkie trzy szeregi kończą się na trwałych izotopach ołowiu.

Każdy naturalny materiał promieniotwórczy zawiera wszystkie pierwiastki wchodzące w skład danej rodziny i dlatego promieniowanie wysyłane np. przez minerały jest bardzo złożone.



Ćwiczenie 38.2

Rozpatrzmy teraz cykl przemian, w wyniku których jądro ${}^{238}\text{U}$ przechodzi w ${}^{234}\text{U}$. Spróbuj odpowiedzieć jakie przemiany miały miejsce i jakie cząstki (promieniowanie) zostały wyemitowane. Odpowiedź zapisz poniżej.

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

38.3.3 Promieniowanie gamma

Rozpadom alfa i beta towarzyszy zazwyczaj emisja wysokoenergetycznego promieniowania elektromagnetycznego zwanego promieniowaniem gamma (γ). Ta samoczynna emisja fotonów następuje gdy jądra posiadające nadmiar energii czyli znajdujące się w stanie wzbudzone przechodzą do niższych stanów energetycznych. Widmo promieniowania γ ma charakter liniowy tak jak charakterystyczne promieniowanie X i bardzo wysoką energię, tysiące razy większą od energii fotonów wysyłanych przez atomy.

Jądra w stanie wzbudzone można również otrzymać za pomocą neutronów o małej energii. Przykładowo, jeżeli skierujemy wiązkę takich powolnych neutronów na próbkę uranu ${}^{238}\text{U}$ to część neutronów zostanie wychwyconych i powstaną jądra uranu ${}^{239}\text{U}^*$ w stanie wzbudzone (oznaczone *). Takie jądra przechodzą do stanu podstawowego emitując kwanty γ . Proces ten przebiega następująco



oraz



Podkreślmy, że emisji promieniowania gamma nie towarzyszy zmiana liczby masowej ani liczby atomowej.

38.3.4 Prawo rozpadu nuklidów

Rozpatrzmy teraz układ zawierający w chwili początkowej wiele jąder tego samego rodzaju. Jądra te podlegają rozpadowi promieniotwórczemu (α lub β). Chcemy określić liczbę jąder pozostałych po czasie t od chwili początkowej to jest tych, które nie uległy rozpadowi.

W tym celu oznaczamy przez N liczbę jąder w materiale, w chwili t . Wtedy dN jest liczbą jąder, które rozpadają się w czasie dt tzn. w przedziale $(t, t + dt)$. Spodziewana liczba rozpadów (liczba jąder, które się rozpadną) w czasie dt jest dana wyrażeniem

$$dN = -\lambda N dt \quad (38.12)$$

gdzie λ jest stałą rozpadu. Określa ona prawdopodobieństwo rozpadu w jednostce czasu. Stała λ nie zależy od czynników zewnętrznych takich jak temperatura czy ciśnienie. Znak minus w równaniu (38.12) wynika stąd, że dN jest liczbą ujemną bo liczba jąder N maleje z czasem.

Zależność (38.12) opisuje doświadczalny fakt, że liczba jąder rozpadających się w jednostce czasu jest *proporcjonalna do aktualnej liczby jąder N* . Równanie to możemy przekształcić do postaci

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (38.13)$$

a następnie scałkować obustronnie

$$\int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \quad (38.14)$$

Skąd

$$\ln N(t) - \ln N(0) = \ln \frac{N(t)}{N(0)} = -\lambda t \quad (38.15)$$

lub

$$\frac{N(t)}{N(0)} = e^{-\lambda t} \quad (38.16)$$

Skąd ostatecznie otrzymujemy *wykładnicze prawo rozpadu*.



Prawo, zasada, twierdzenie

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} \quad (38.17)$$


$N(0)$ jest liczbą jąder w chwili $t = 0$, a $N(t)$ liczbą jąder po czasie t .

Często wyraża się N poprzez średni czas życia jąder τ , który z definicji jest równy odwrotności stałej rozpadu λ

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (38.18)$$

Możemy teraz przepisać prawo rozpadu w postaci

$$N = N_0 e^{-t/\tau} \quad (38.19)$$

Do scharakteryzowania szybkości rozpadu używa się *czasu połowicznego rozpadu*  (zaniku) T . Jest to taki czas, po którym liczba jąder danego rodzaju maleje do połowy to znaczy $N = (1/2) N_0$. Podstawiając tę wartość do równania (38.19) otrzymujemy

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-T/\tau} \quad (38.20)$$

Skąd

$$2 = e^{T/\tau} \quad (38.21)$$

i ostatecznie

$$T = 0.693\tau \quad (38.22)$$

Czasy połowicznego zaniku pierwiastków leżą w bardzo szerokim przedziale. Przykładowo dla uranu ^{238}U czas połowicznego zaniku wynosi $4.5 \cdot 10^9$ lat (jest porównywalny z wiekiem Ziemi), a dla polonu ^{212}Po jest rzędu 10^{-6} s.



Ćwiczenie 38.3

Spróbuj teraz obliczyć jaki jest czas połowicznego rozpadu pierwiastka promieniotwórczego ^{32}P jeżeli stwierdzono, że po czasie 42 dni rozpadło się 87.5% początkowej liczby jąder. Wynik zapisz poniżej.

$T =$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.





Możesz prześledzić jak przebiega rozpad nuklidów korzystając z programu komputerowego „Prawo promieniotwórczego rozpadu nuklidów” dostępnego na stronie WWW autora.

38.4 Reakcje jądrowe

38.4.1 Rozszczepienie jąder atomowych

Z wykresu 38.2 wynika, że energia wiązania na jeden nukleon wzrasta z liczbą masową aż do $A > 50$. Dzieje się tak dlatego, że dany nukleon jest przyciągany przez coraz większą liczbę sąsiednich nukleonów. Jednak przy dalszym wzroście liczby nukleonów nie obserwujemy wzrostu energii wiązania nukleonu w jądrze, a jej zmniejszanie.

Wyjaśnienie tego efektu można znaleźć analizując wykres 38.1. Widać na nim, że siły jądrowe mają bardzo krótki zasięg i jeżeli odległość między dwoma nukleonami jest większa niż $2.5 \cdot 10^{-15}$ m to oddziaływanie pomiędzy nimi jest słabsze. Jądra zawierające dużą liczbę nukleonów mają większe rozmiary i odległości pomiędzy poszczególnymi nukleonami mogą być relatywnie duże, a stąd słabsze przyciąganie pomiędzy nimi.

Konsekwencją takich zmian energii wiązania ze wzrostem liczby nukleonów w jądrze jest występowanie zjawisk *rozszczenia*  i *syntezy jądrowej* .

Jeżeli ciężkie jądro rozdzielimy na dwie części, to powstałe dwa mniejsze jądra są silniej związane od jądra wyjściowego to znaczy te dwie części mają masę mniejszą niż masa jądra wyjściowego. Dzięki temu w reakcji rozszczepienia wydzielą się energia. Źródłem energii bomby atomowej i reaktora jądrowego są procesy rozszczepienia jądrowego.

Spontaniczne rozszczepienie naturalnego jądra jest na ogół mniej prawdopodobne niż rozpad α tego jądra. Można jednak zwiększyć prawdopodobieństwo rozszczepienia bombardując jądra neutronami o odpowiednio wysokiej energii. Właśnie takie neutrony powodują reakcje rozszczepienia uranu ^{235}U i plutonu ^{239}Pu .





Ćwiczenie 38.4

W reakcji rozszczepienia uranu wydzielą się energia 200 MeV. Na tej podstawie oblicz jaka jest różnica pomiędzy masą jądra uranu, a sumą mas produktów rozszczepienia i jaki stanowi to procent masy uranu. Pamiętaj o tym, że masa jest równoważna energii zgodnie z zależnością $E = mc^2$. Wynik zapisz poniżej.



$\Delta M =$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

Analizując liczby masowe i atomowe pierwiastków (na przykład na podstawie tabeli 38.1) można zauważyć, że pierwiastki lekkie zawierają w jądrze zbliżone ilości protonów i neutronów podczas gdy dla pierwiastków ciężkich przeważa liczba neutronów.

W związku z tym w reakcji rozszczepienia powstaje na ogół kilka neutronów. W konsekwencji rozszczepienie jądrowe może stać się procesem *samopodtrzymującym* w wyniku tak zwanej *reakcji łańcuchowej* . Jeżeli przynajmniej jeden z powstałych neutronów wywoła kolejne rozszczepienie to proces będzie sam się podtrzymywał. Ilość materiału powyżej, której spełniony jest powyższy warunek nazywamy *masą krytyczną* .

Jeżeli liczba rozszczepień na jednostkę czasu jest utrzymywana na stałym poziomie to mamy do czynienia z kontrolowaną reakcją łańcuchową. Po raz pierwszy taką reakcję rozszczepienia przeprowadzono (E. Fermi) na Uniwersytecie Chicago w 1942 r.

Masa materiału rozszczepianego (np. ^{235}U czy ^{239}Pu) może też być *nadkrytyczna* . Wówczas neutrony powstałe w wyniku jednego rozszczepienia wywołują więcej niż jedną reakcję wtórną. Mamy do czynienia z *lawinową reakcją łańcuchową* . Cała masa nadkrytyczna może być rozszczepiona (zużyta) w bardzo krótkim czasie, $t < 0.001$ s, ze względu na dużą prędkość neutronów ($3 \cdot 10^5$ m/s). Tak eksploduje bomba atomowa. Najczęściej przygotowuje się kulę o masie nadkrytycznej ale rozrzedzonej. Następnie otacza się ją klasycznymi ładunkami wybuchowymi, których detonacja wywołuje wzrost ciśnienia zewnętrznego i gwałtownie zwiększenie gęstości materiału (zmniejsza się objętość kuli). W konsekwencji osiągnięty zostaje stan nadkrytyczny.

Oczywiście w elektrowniach atomowych spalanie paliwa odbywa się bardzo powoli. W związku z tym konieczne jest spowalnianie neutronów i dobór warunków stacjonarnej pracy reaktora. Wymaga to stosowania skomplikowanych instalacji dużo droższych niż w elektrowniach konwencjonalnych spalających węgiel. Dodatkowe, bardzo znaczne koszty w elektrowni atomowej są związane z budową i eksploatacją systemu ochrony i zabezpieczeń oraz ze składowaniem odpadów promieniotwórczych. Jednak pomimo tak wysokich kosztów energia jądrowa skutecznie konkuruje z paliwem tradycyjnym i jest bardziej ekonomiczna na dużą skalę. Również zanieczyszczenia powstające przy spalaniu węgla w tradycyjnych elektrowniach stanowią nie mniejszy (a w opinii wielu znacznie większy) problem niż odpady promieniotwórcze.



Ćwiczenie 38.5

Żeby przekonać się o skali problemu oblicz jaką ilość węgla należy spalić aby uzyskać tyle samo energii co w reakcji rozszczepienia 1 kg uranu. W obliczeniach uwzględnij wyniki uzyskane w poprzednim ćwiczeniu oraz to, że przy spalaniu 1 kg węgla wydzielą się średnio energia $2.5 \cdot 10^7$ J. Wynik zapisz poniżej.

$m_C =$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

Energia jądrowa powinna ułatwić pokrycie światowego zapotrzebowania na energię w obliczu wyczerpywania się tradycyjnych źródeł energii.


38.4.2 Reakcja syntezy jądrowej

Ponownie odwołujemy się do wykresu 38.2. Wynika z niego, że masa dwóch lekkich jąder jest większa niż masa jądra powstającego po ich połączeniu. Jeżeli więc takie jądra zbliżymy do siebie na dostatecznie małą odległość, to z ich połączenia powstanie nowe jądro i wydzielą się energia związana z różnicą mas.

Przykładowo przy połączeniu dwóch deuteronów ^2_1H (jądro izotopu wodoru) w jądro helu, 0.6% masy zostanie zamienione na energię. Zauważ, że ta metoda jest wydajniejsza

od rozszczepiania jąder uranu (ćwiczenie powyżej). Poza tym dysponujemy nieograniczonym źródłem deuteru w wodzie mórz i oceanów.


Jednak istnieje przeszkoda w otrzymaniu energii tą metodą. Jest nią odpychanie kulombowskie, które nie pozwala zbliżyć się deutronom na odległość niezbędną do ich połączenia (porównywalną z zasięgiem przyciągających sił jądrowych). Reakcja ta nie jest możliwa w temperaturze pokojowej ale byłaby możliwa gdyby deuter mógł być ogrzany do temperatury około $5 \cdot 10^7$ K.

Reakcje, które wymagają takich temperatur nazywamy *reakcjami termojądrowymi* . Temperatury osiągnięte podczas wybuchu bomby atomowej są wystarczające do zapoczątkowania takiej reakcji. Raz zapoczątkowana reakcja termojądrowa wytwarza dostateczną ilość energii do utrzymania wysokiej temperatury (dopóki materiał nie zostanie spalony). Tak działa bomba wodorowa.

Nam jednak zależy na uzyskaniu użytecznej energii z reakcji syntezy jądrowej to znaczy na prowadzeniu reakcji w sposób kontrolowany. Dlatego prowadzone są próby skonstruowania reaktora termojądrowego. Podstawowym problemem jest utrzymanie gazu o tak wysokiej temperaturze, w pewnej ograniczonej objętości. Czas trwania reakcji musi być wystarczająco długi żeby wytworzona energia była większa od energii zużytej na uzyskanie tak gorącego gazu (uruchomienie reaktora). Stwarza to wiele problemów technicznych i jak dotąd nie udało się przeprowadzić zakończonej sukcesem kontrolowanej reakcji termojądrowej.

W przyrodzie obserwuje się ciągle wytwarzanie energii termojądrowej. Procesy termojądrowe są źródłem energii gwiazd w tym i „naszego” Słońca.

38.4.3 Źródła energii gwiazd

Ewolucja wielu gwiazd rozpoczyna się od wyodrębnienia się chmury wodoru z materii międzygwiazdnej. Chmura ta zapada się pod wpływem siły grawitacji. Zagęszczaniu materii pod wpływem grawitacji towarzyszy wzrost temperatury aż osiągnięte zostaje stadium *protogwiazdy* .

Ponieważ energia protogwiazdy, źródłem której jest grawitacyjne zapadanie się, zmniejsza się przez promieniowanie elektromagnetyczne (protogwiazda świeci) trwa dalsze jej kurczenie się aż do pojawienia się nowego źródła energii, które może temu przeciwdziałać. Tym nowym źródłem są reakcje termojądrowe.

Spróbujmy teraz obliczyć rozmiar (promień) Słońca w funkcji jego masy. W tym celu zakładamy, że gęstość Słońca jest stała (w rzeczywistości rdzeń ma większą gęstość niż warstwy przy powierzchni), a jego masę przyjmujemy równą $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

Zapadanie się masy gazu w Słońcu zostanie zatrzymane gdy ciśnienie termiczne wywołane ogrzewaniem gazu przez energię z reakcji termojądrowych wyrówna ciśnienie grawitacyjne. Obliczamy więc ciśnienie grawitacyjne wewnątrz jednorodnej kuli o promieniu R . Korzystamy z równania $p = \rho \bar{g} h$, gdzie $\bar{g} = \frac{1}{2} g$ jest wartością średnią przyspieszenia (na powierzchni kuli przyspieszenie jest równe g , a w środku przyspieszenie jest równe zeru). Stąd

$$P_g = \frac{1}{2} \rho g R \quad (38.23)$$

gdzie $g = \frac{GM_s}{R^2}$. Ostatecznie więc

$$P_g = \frac{1}{2} \rho G \frac{M_s}{R} \quad (38.24)$$

Na podstawie równania stanu gazu doskonałego ciśnienie termiczne gazu wynosi

$$P_T = \frac{\rho k T}{m_p} \quad (38.25)$$

gdzie m_p jest masą protonu (masa atomu wodoru \approx masa protonu). Porównanie tych dwóch ciśnień daje wyrażenie na promień Słońca

$$\frac{kT}{m_p} = \frac{1}{2} \frac{GM_s}{R} \quad (38.26)$$

skąd

$$R = \frac{GM_s m_p}{2kT} \quad (38.27)$$

Teraz spróbujemy ocenić jaka jest najniższa temperatura potrzebna do zbliżenia dwóch protonów na odległość $2 \cdot 10^{-15}$ m wystarczającą do ich połączenia się.

Każdy proton ma energię $(3/2)kT$, więc energia kinetyczna pary protonów jest równa $3kT$. Ta energia musi zrównoważyć energię odpychania elektrostatycznego równą $e^2 / 4\pi\epsilon_0 R$.

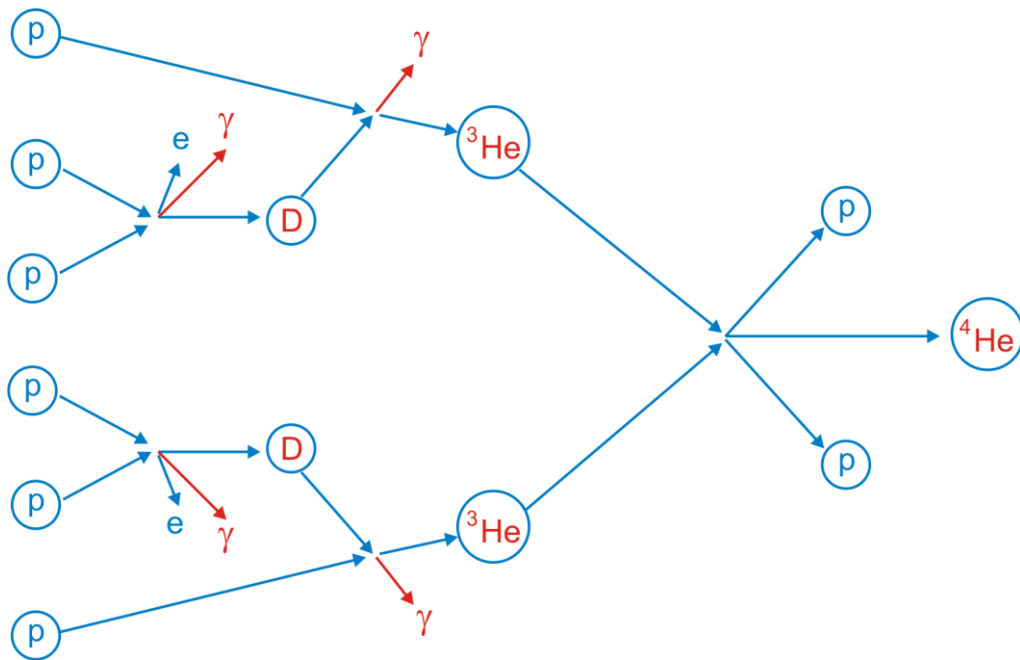
Z porównania tych energii otrzymujemy temperaturę $T \approx 2.8 \cdot 10^9$ K.

We wnętrzu gwiazdy wystarcza temperatura o jeden lub nawet dwa rzędy wielkości niższa, bo zawsze znajdzie się wystarczająca ilość protonów o prędkościach większych od średniej (przypomnij sobie Maxwella rozkład prędkości - punkt 16.2) aby podtrzymać reakcję. Tak więc temperatura, dla której zaczynają zachodzić reakcje termojądrowe jest rzędu 10^7 K. Na podstawie tych danych otrzymujemy wartość promienia Słońca zbliżoną do wartości obserwowanej $R = 7 \cdot 10^8$ m.

Temperatura rzędu 10^7 K jest więc dostatecznie wysoka, aby wywołać następujące reakcje termojądrowe



gdzie D oznacza izotop wodoru ${}^2_1\text{H}$ - deuter. Ten ciąg reakcji termojądrowych pokazany na rysunku 38.3 jest znany jako *cykl wodorowy*.



Rys. 38.3. Schemat cyklu wodorowego

W cyklu wodorowym wytworzona zostaje cząstka alfa, 2 pozytony, 2 neutrina i 2 fotony gamma. Masa jądra helu stanowi 99.3% masy czterech protonów więc wydziela się energia związana z różnicą mas. Cykl wodorowy jest głównym mechanizmem produkcji energii przez Słońce i inne gwiazdy bogate w wodór.

Energia wytwarzana przez Słońce jest ogromna. W ciągu sekundy 592 miliony ton wodoru zamieniają się w 587.9 milionów ton helu. Różnica tj. 4.1 miliony ton jest zamieniana na energię (w ciągu sekundy). Odpowiada to mocy około $4 \cdot 10^{26}$ W.



Ćwiczenie 38.6

Na podstawie tych danych, spróbuj teraz obliczyć po jakim czasie wypaliłoby się Słońce (o masie $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg) to znaczy cały wodór zamieniłby się w hel. Pamiętaj, że energia wytwarzana przy przemianie wodoru w hel stanowi 0.7% masy "paliwa" wodorowego. Porównaj otrzymany wynik z dotychczasowym wiekiem Słońca, który szacuje się na $5 \cdot 10^9$ lat. Wynik zapisz poniżej.

$t =$

Rozwiązanie możesz sprawdzić na końcu modułu.

Ten rozdział kończy moduł jedenasty; możesz teraz przejść do podsumowania i zadań testowych.

Podsumowanie

- Z zasady Pauliego wynika, że w danym stanie, opisanym liczbami kwantowymi n, l, m_l z uwzględnieniem spinu elektronu, może znajdować się tylko jeden elektron.
- Widmo promieniowania X składa się z widma ciągłego i liniowego (charakterystycznego). Krótkofalowa granica widma ciągłego jest dana przez $\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$, gdzie U jest napięciem przyspieszającym elektrony w lampie rentgenowskiej.
- Ze względu na typy wiązań kryształy dzielimy na: kryształy cząsteczkowe, kryształy jonowe, kryształy atomowe (kowalentne), kryształy metaliczne.
- Podstawowymi materiałami półprzewodnikowymi są german i krzem, pierwiastki z IV grupy układu okresowego. Są to półprzewodniki samoistne. Domieszkując je pierwiastkami z V i III grupy układu okresowego otrzymujemy półprzewodniki typu n i p odpowiednio.
- W zależności od wielkości i znaku podatności magnetycznej χ , dzielimy ciała na następujące trzy grupy: 1) $\chi < 0$, ciała diamagnetyczne; 2) $\chi > 0$, ciała paramagnetyczne; 3) $\chi \gg 0$, ciała ferromagnetyczne. Ferromagnetyzm jest własnością kryształów, a nie pojedynczych atomów.
- Pozostałość magnetyczna, pole koercji i temperatura Curie są parametrami, które decydują o przydatności danego materiału jako magnesu trwałego.
- Siłę wiążącą nukleony w jądrze określamy mianem siły jądrowej lub oddziaływania silnego. Siły te są krótkozasięgowe, działają na odległościach $\approx 2 \cdot 10^{-15}$ m.
- Gdy układ oddzielnych swobodnych nukleonów łączy się w jądro energia układu zmniejsza się o wartość ΔE energii wiązania jądra $\Delta E = \Delta Mc^2$. Dlatego dla każdego atomu jego masa jest mniejsza od masy składników o wielkość ΔM zwaną niedoborem masy lub defektem masy.
- Nukleony najsilniej są związane w jądrach pierwiastków ze środkowej części układu okresowego.
- Istnieją trzy rodzaje promieniowania alfa (jądra helu), beta (elektrony lub pozytony) i gamma (fotony).
- Z próbki zawierającej N_0 jąder promieniotwórczych po czasie t pozostaje ich $N = N_0 e^{-t/\tau}$.
- Jeżeli ciężkie jądro rozdzielimy na dwie części, to powstałe dwa mniejsze jądra są silniej związane od jądra wyjściowego to znaczy te dwie części mają masę mniejszą niż masa jądra wyjściowego. Dzięki temu w reakcji rozszczepienia wydziela się energia. Źródłem energii bomby atomowej i reaktora jądrowego są procesy rozszczepienia jądrowego.
- Energia może być wytwarzana również w reakcji syntezy lekkich jąder na przykład deuteronów ^2H . Do przewyciężenia odpychania kulombowskiego dodatnich jąder celem zbliżenia ich na odległość niezbędną do ich połączenia potrzebne są temperatury rzędu $10^7 - 10^8$ K. Reakcje, które wymagają takich temperatur nazywamy reakcjami termojądrowymi. Są one źródłem energii gwiazd w tym i „naszego” Słońca.

Materiały dodatkowe do Modułu XI

XI. 1. Rozkład Boltzmana

Na początku rozważmy układ zawierający pewną niewielką ilość identycznych cząstek (np. cztery), których energia może przyjmować jedną z następujących wartości $E = 0, \Delta E, 2\Delta E, 3\Delta E, 4\Delta E, \dots$. Energia całkowita układu ma wartość $3\Delta E$, a cząstki znajdują się w równowadze w temperaturze T .

By osiągnąć ten stan równowagi cząstki muszą wymieniać energię ze sobą (na przykład poprzez zderzenia). Podczas tej wymiany ich energie zmieniają się, przyjmując różne wartości.

W ten sposób może być realizowany każdy możliwy podział energii całkowitej $3\Delta E$ pomiędzy te cząstki. W tabeli XI.1.1, poniżej pokazane są te wszystkie możliwe podziały. Zwróćmy uwagę, że obliczając ilość sposobów realizacji danego podziału traktujemy jako rozróżnialny podział, który można otrzymać z danego w drodze przestawiania cząstek pomiędzy różnymi stanami. Przestawienia cząstek w tym samym stanie energetycznym nie prowadzą do nowych sposobów realizacji podziałów, bo nie można eksperymentalnie odróżnić od siebie takich samych cząstek o tej samej energii.

Ponadto przyjmujemy, że wszystkie sposoby podziału energii mogą wydarzyć się z tym samym prawdopodobieństwem.

Tabela XI.1.1

podział k	$E = 0$	$E = \Delta E$	$E = 2\Delta E$	$E = 3\Delta E$	liczba sposobów realizacji podziału	P_k
1	1,2,3			4	4	4/20
1	1,2,4			3		
1	1,3,4			3		
1	2,3,4			1		
2	1,2	3	4		12	12/20
2	1,2	4	3			
2	1,3	2	4			
2	1,3	4	2			
2	1,4	2	3			
2	1,4	3	2			
2	2,3	1	4			
2	2,3	4	1			
2	2,4	1	3			
2	2,4	3	1			
2	3,4	1	2			
2	3,4	2	1			
3	1	2,3,4			4	4/20
3	2	1,3,4				
3	3	1,2,4				
3	4	1,2,3				
$N(E)$	40/20	24/20	12/20	4/20		

Następnie obliczamy $N(E)$ czyli prawdopodobną ilość cząstek w danym stanie energetycznym E . Rozpatrzmy stan $E = 0$.

Dla podziału $k = 1$ mamy $N_1 = 3$ cząstki w stanie o $E = 0$, a prawdopodobieństwo, że taki podział ma miejsce wynosi $P_1 = 4/20$.

Dla podziału $k = 2$ mamy $N_2 = 2$ cząstki w stanie o $E = 0$, a prawdopodobieństwo, że taki podział ma miejsce wynosi $P_2 = 12/20$.

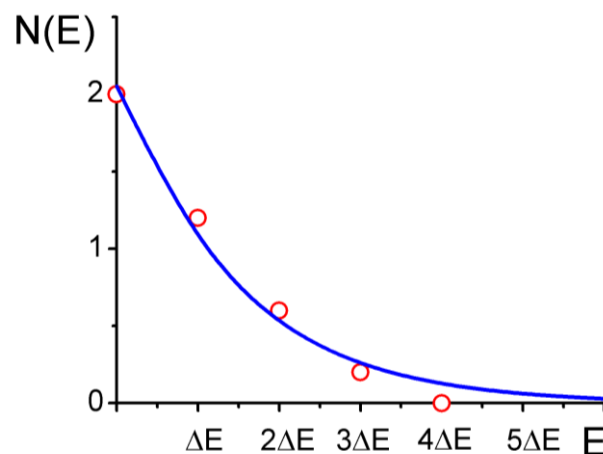
Dla podziału $k = 3$ mamy $N_3 = 1$ cząstkę w stanie o $E = 0$, a prawdopodobieństwo, że taki podział ma miejsce wynosi $P_3 = 4/20$.

Zatem prawdopodobna ilość cząstek w stanie $E = 0$ wynosi:

$$N(E) = N_1P_1 + N_2P_2 + N_3P_3 = 3 \cdot (4/20) + 2 \cdot (12/20) + 1 \cdot (4/20) = 2$$

Analogicznie obliczamy $N(E)$ dla pozostałych wartości E (patrz ostatni wiersz tabeli).

Zauważmy, że suma tych liczb wynosi cztery, tak że jest równa całkowitej liczbie cząstek we wszystkich stanach energetycznych. Wykres zależności $N(E)$ jest pokazany na rysunku poniżej.



Ciągła krzywa na rysunku jest wykresem malejącej wykładniczo funkcji $N(E) = Ae^{-\frac{E}{E_0}}$.

Możemy teraz wybierać coraz mniejsze ΔE (zwiększając ilość dozwolonych stanów) przy tej samej co poprzednio wartości całkowitej energii. Oznacza to, że będziemy dodawać coraz więcej punktów do naszego wykresu, aż w granicy gdy $\Delta E \rightarrow 0$ przejdziemy do funkcji ciągłej danej powyższym równaniem.

Potrzebujemy jeszcze znaleźć wartość E_0 . Obliczenia te choć proste wykraczają poza ramy tego wykładu. Wystarczy więc zapamiętać, że $E_0 = kT$, to znaczy jest równa średniej energii układu cząstek w temperaturze T . Ostatecznie więc

$$N(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}}$$

Jest to rozkład Boltzmana, który mówi, że prawdopodobna ilość cząstek układu w równowadze w temperaturze T , znajdujących się w stanie o energii E jest proporcjonalna do $\exp(-E/kT)$. Sposób wyboru stałej proporcjonalności A zależy od tego jaki układ rozważamy.

Rozwiązania ćwiczeń z modułu XI

Ćwiczenie 36.1

Dane: $n = 3$.

Dla $n = 3$ odpowiednie liczby kwantowe zgodnie z warunkami (36.3) wynoszą

$$(n, l, m_l, s) = (3, 0, 0, \pm 1/2) \\ (3, 1, 1, \pm 1/2), (3, 1, 0, \pm 1/2), (3, 1, -1, \pm 1/2) \\ (3, 2, 2, \pm 1/2), (3, 2, 1, \pm 1/2), (3, 2, 0, \pm 1/2), (3, 2, -1, \pm 1/2), (3, 2, -2, \pm 1/2)$$

W stanie $n = 3$ może znajdować się maksymalnie 18 elektronów

Ćwiczenie 36.2

Dane: $k \rightarrow \infty, j = 1, R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, 1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}, a = 2, Z_{Cu} = 29, Z_{Pb} = 82$.

Maksymalną częstotliwość fotonów promieniowania X obliczamy z prawa Moseleya

$$\nu = (Z - a)^2 R c \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2} \right)$$

uwzględniając $k \rightarrow \infty$ i $j = 1$.

Po podstawieniu danych otrzymujemy dla miedzi $\nu_{max} = 8.88 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$ co odpowiada energii kwantu $h\nu_{max} = 368 \text{ eV}$ i minimalnej długości fali $\lambda_{min} = 3.38 \text{ nm}$.

Analogicznie dla ołowiu $\nu_{max} = 2.63 \cdot 10^{17} \text{ Hz}, h\nu_{max} = 1091 \text{ eV}$ i $\lambda_{min} = 1.14 \text{ nm}$.

Ćwiczenie 38.1

Dane: $\Delta M = 0.0303779 \text{ u}, c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, 1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Energję wiązania dla ${}^4_2\text{He}$ obliczamy z zależności $\Delta E = \Delta M c^2$

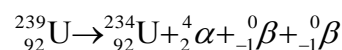
$1 \text{ u} = 1/12$ masy atomowej węgla ${}^{12}_6\text{C}$

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} \frac{\mu_C}{N_{Av}} = \frac{1}{12} \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy energję wiązania równą 28.3 MeV.

Ćwiczenie 38.2

Jądro ${}^{238}\text{U}$ przechodzi w ${}^{234}\text{U}$ w wyniku przemiany α i dwóch przemian β^- .



Ćwiczenie 38.3

Dane: $t = 42$ dni, $N(0) - N(t) = 0.875 \cdot N(0)$.

Po czasie połowicznego rozpadu liczba jąder maleje do połowy to znaczy, że po m takich okresach liczba pozostałych jąder

$$N(t = mT) = \left(\frac{1}{2}\right)^m N(0)$$

Z danych wynika, że $N(t) = 0.125 \cdot N(0) = (1/8) \cdot N(0)$ więc po podstawieniu otrzymujemy

$$\left(\frac{1}{8}\right)N(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^m N(0)$$

skąd

$$m = 3$$

Oznacza to, że 87.5% jąder rozpadło się w czasie równym trzem czasom połowicznego rozpadu. Ponieważ minęło 42 dni to czas połowicznego rozpadu $T = (42/3) = 14$ dni.

Ćwiczenie 38.4

Dane: $\Delta E = 200$ MeV, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ J.

Masa jest równoważna energii zgodnie z zależnością $\Delta E = \Delta M c^2$

Podstawiając dane otrzymujemy $\Delta M = 3.55 \cdot 10^{-28}$ kg = 0.214 u co stanowi 0.09 % masy jądra uranu.

Ćwiczenie 38.5

Dane: E_U (rozszczerzenie jądra uranu) = 200 MeV = $3.2 \cdot 10^{-11}$ J,

E_C (spalanie 1 kg węgla) = $2.5 \cdot 10^7$ J, $m_U = 1$ kg, $\mu_u = 235$ g/mol, $N_{Av} = 6.02 \cdot 10^{23}$ 1/mol.

Energia uzyskana w reakcji rozszczepienia 1 kg uranu wynosi $E = E_U \frac{m_U}{\mu_U} N_{Av}$

Podstawiając dane otrzymujemy $E = 8.2 \cdot 10^{13}$ J co odpowiada energii uzyskanej przy spalaniu węgla o masie $m_C = E/E_C = 3.28 \cdot 10^6$ kg.

Ćwiczenie 38.6

Dane: $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg, $P = 4 \cdot 10^{26}$ W, energia wytwarzana przy przemianie wodoru w hel stanowi 0.7% masy "paliwa" wodorowego.

Energia wytwarzana w cyklu wodorowym wynosi $E = 0.007 \cdot M c^2 = 1.3 \cdot 10^{45}$ J

Stąd

$$t = E/P = (1.3 \cdot 10^{45} \text{ J}) / (4 \cdot 10^{26} \text{ W}) = 10^{11} \text{ lat}$$

Jest to około 20 razy więcej niż dotychczasowy wiek Słońca.

Test XI

1. Ile elektronów w atomie Ge, będącym w stanie podstawowym, znajduje się w stanach o $n = 3$ i $n = 4$?
2. Najmniejsza długość fali promieniowania X emitowanego z próbki wynosi $\lambda_{min} = 2 \cdot 10^{-10}$ m. Jaki jest najcięższy pierwiastek występujący w tej próbce?
3. Ile elektronów przewodnictwa znajduje się w gramie germanu domieszkowanego arsenem, jeżeli ilość domieszki wynosi 10^{18} atomów arsenu na jeden mol atomów germanu?
4. Oblicz orbitalny moment magnetyczny elektronu dla pierwszych trzech orbit wodoru.
5. Moment dipolowy atomu żelaza wynosi $1.8 \cdot 10^{-23}$ Am². Jaki jest moment dipolowy żelaznej igły kompasu wykonanej w kształcie płytki o wymiarach $3 \text{ cm} \times 5 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ jeżeli momenty magnetyczne wszystkich atomów są ustawione w jednym kierunku?
6. Który z czasów jest dłuższy: czas połowicznego zaniku czy średni czas życia atomu promieniotwórczego?
7. Jaką ilość cząstek α wyemituje, w ciągu 1 sekundy, 1 gram izotopu uranu $^{238}_{92}\text{U}$ o połowicznym czasie zaniku $T = 4.5 \cdot 10^9$ lat?
8. Oblicz maksymalną energię cząstek β^- emitowanych przez promieniotwórczy węgiel $^{14}_6\text{C}$ w następującej reakcji $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + \beta^-$. Masa $^{14}_6\text{C} = 14.003242$ u, a masa $^{14}_7\text{N} = 14.003074$ u.
9. Ile gramów uranu trzeba zużywać dziennie w elektrowniach jądrowych, żeby wyprodukować 1 GW energii elektrycznej? Sprawność przemiany wynosi 30%.
10. Podczas wybuchu bomby wodorowej zachodzi reakcja termojądrowa, w której z deuteru i trytu powstają jądra helu $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$. Oblicz ilość energii jaka wydzielili się podczas wybuchu, w którym powstaje 1 kg He. Masa atomu $^2_1\text{H} = 2.014102$ u, masa $^3_1\text{H} = 3.016049$ u, masa $^4_2\text{He} = 4.002604$, a masa neutronu $^1_0\text{n} = 1.008665$ u.