

## **Naprężenie w gruncie**

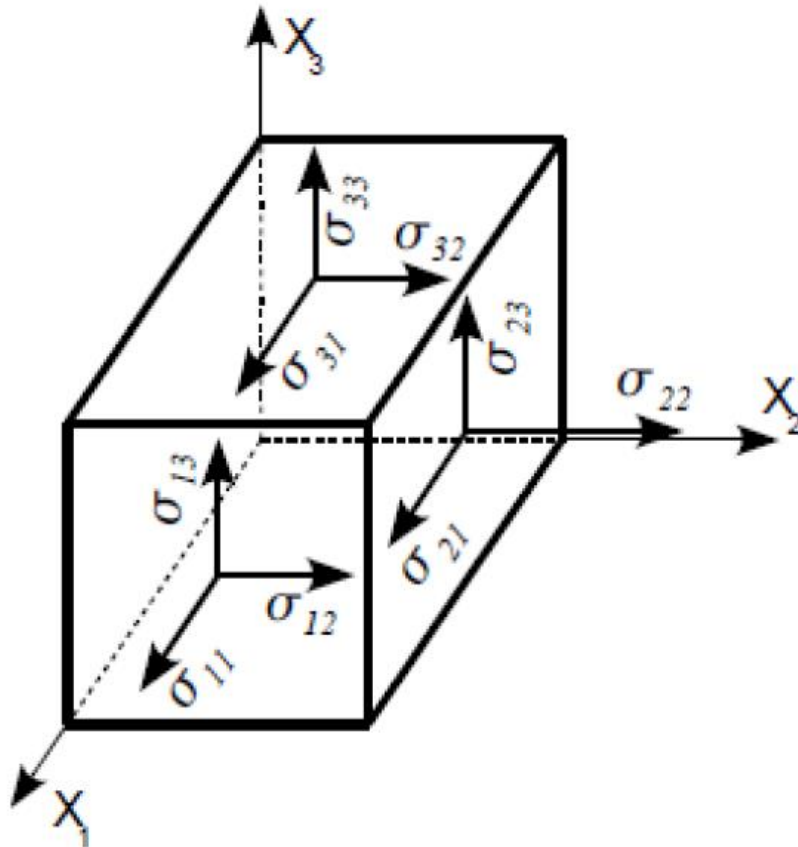
### **Stan naprężenia w gruncie**

- **Naprężenie geostatyczne (pierwotne)**
- **Naprężenia efektywne**
- **Naprężenie powstałe wskutek działania obciążeń zewnętrznych**
- **Graficzna interpretacja naprężenia**



AGH

## Stan naprężenia w gruncie

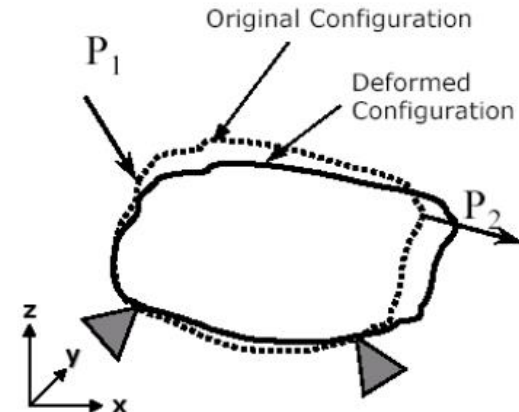
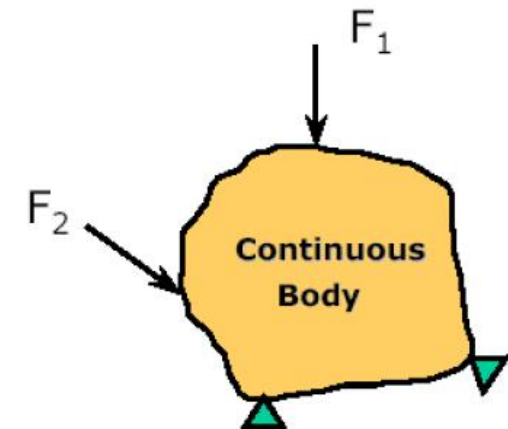
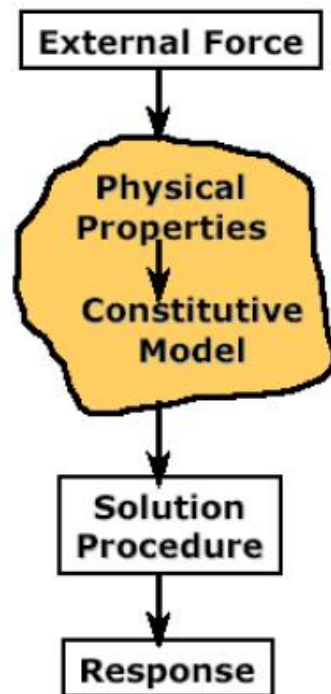


$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

# Naprężenia i odkształcenia

Założenia upraszczające:

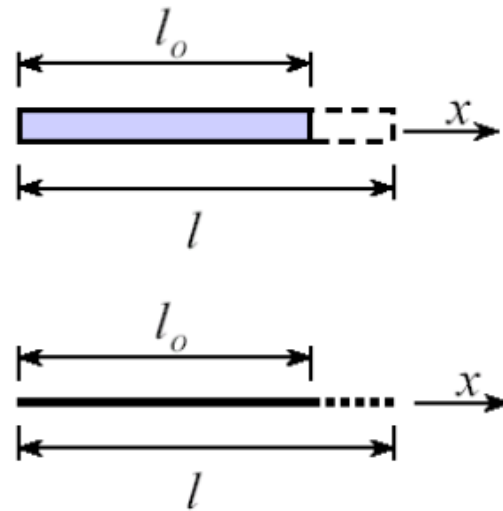
1. Grunt jest ośrodkiem ciągłym
2. Grunt jest homogeniczny
3. Grunt jest izotropowy





AGH

## Naprężenia i odkształcenia



**Definicja odkształcenia liniowego:**

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l}$$

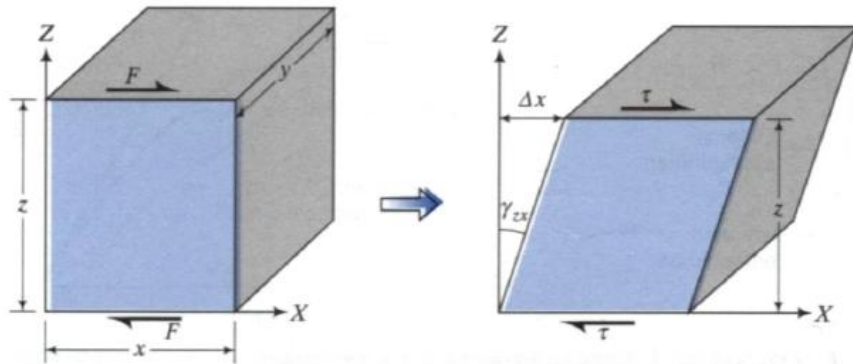


AGH

# Naprężenia i odkształcenia

## Poisson's ratio definition

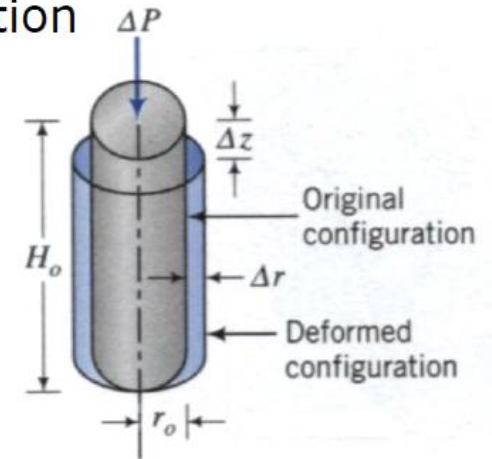
### Shear strain definition



Shear stresses and shear strains.

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_r}{\epsilon_z}$$

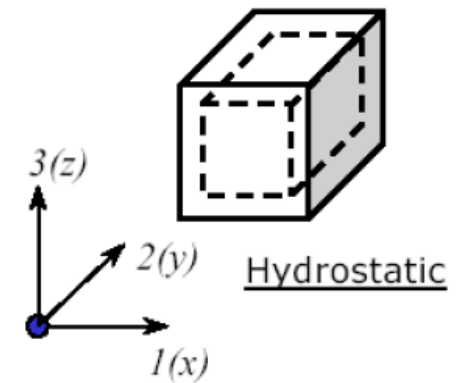
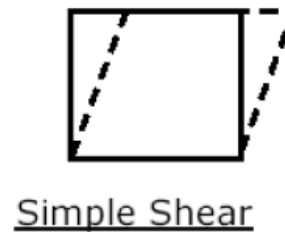
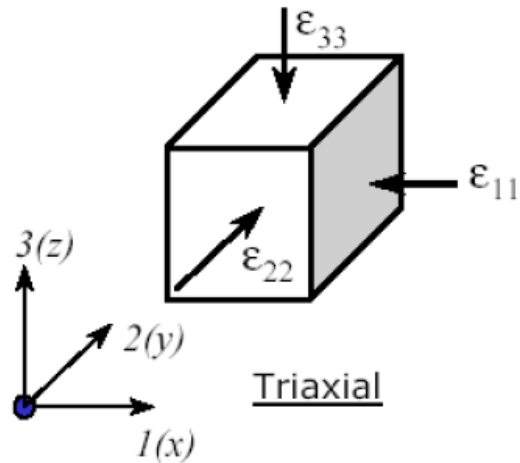
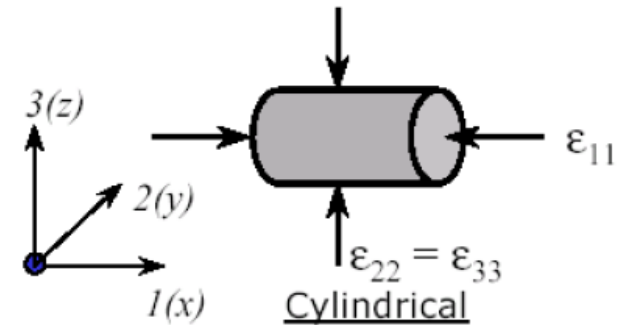
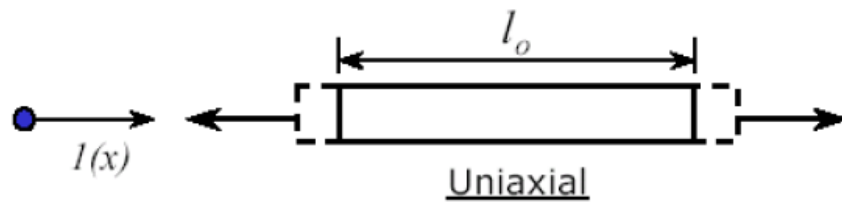


**TABLE 3.1 Typical Values of Poisson's Ratio**

Soil type	Description	$\nu^a$
Clay	Soft	0.35–0.40
	Medium	0.30–0.35
	Stiff	0.20–0.30
Sand	Loose	0.15–0.25
	Medium	0.25–0.30
	Dense	0.25–0.35

# Naprężenia i odkształcenia

## Stany naprężenia



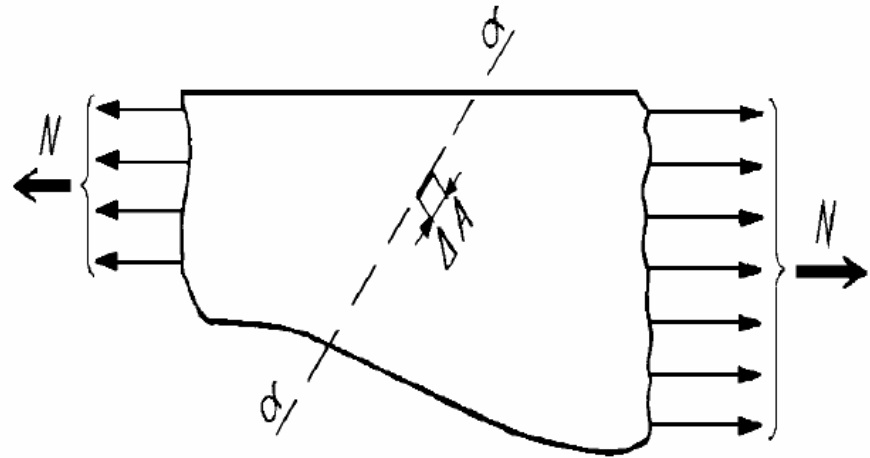
## Stan naprężenia w gruncie

**Naprężenie jest to graniczna wartość stosunku siły działającej na nieskończenie mały element pola przekroju ciała do wymiaru tego pola:**

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

**gdzie:**

- $\sigma$  – naprężenie,
- $N$  – siła,
- $A$  – pole.





AGH

## Naprężenie w gruncie

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} = \sigma_x$$

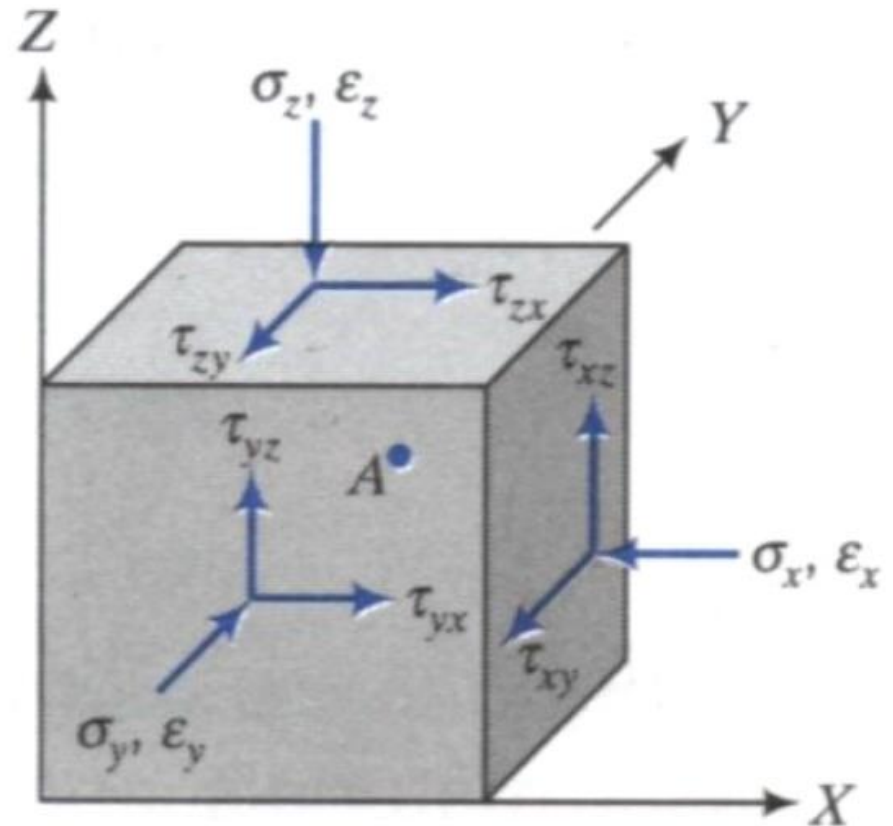
$$\sigma_{22} = \sigma_{yy} = \sigma_y$$

$$\sigma_{33} = \sigma_{zz} = \sigma_z$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{xy} = \tau_{xy} = -\tau_{yx}$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{xz} = \tau_{xz} = -\tau_{zx}$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{yz} = \tau_{yz} = -\tau_{zy}$$



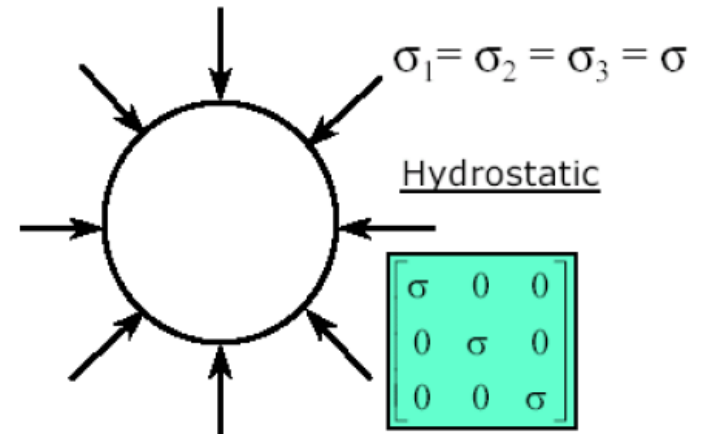
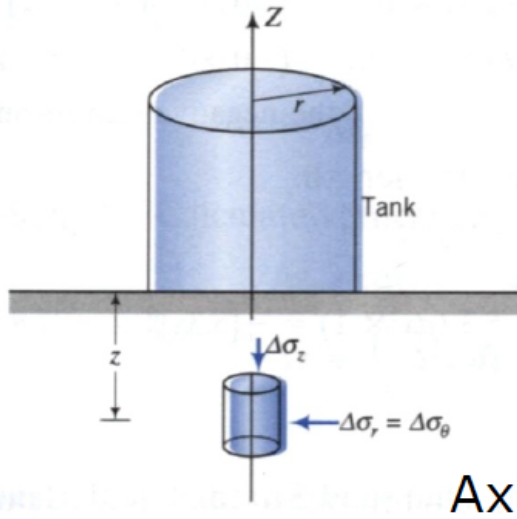
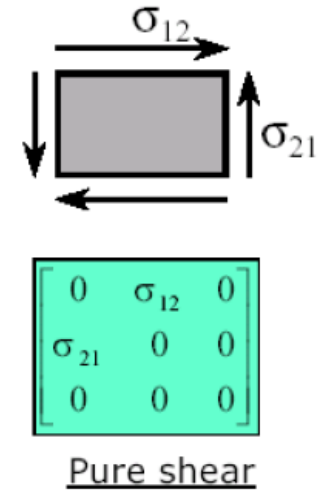
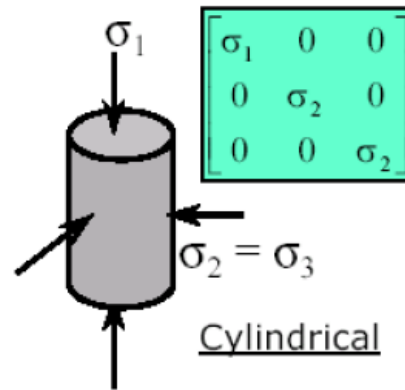
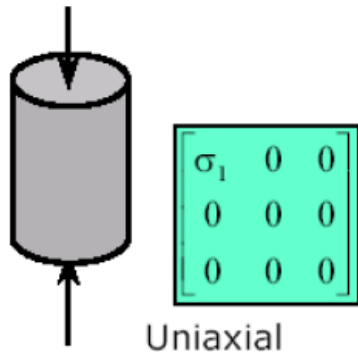




AGH

# Stany naprężenia

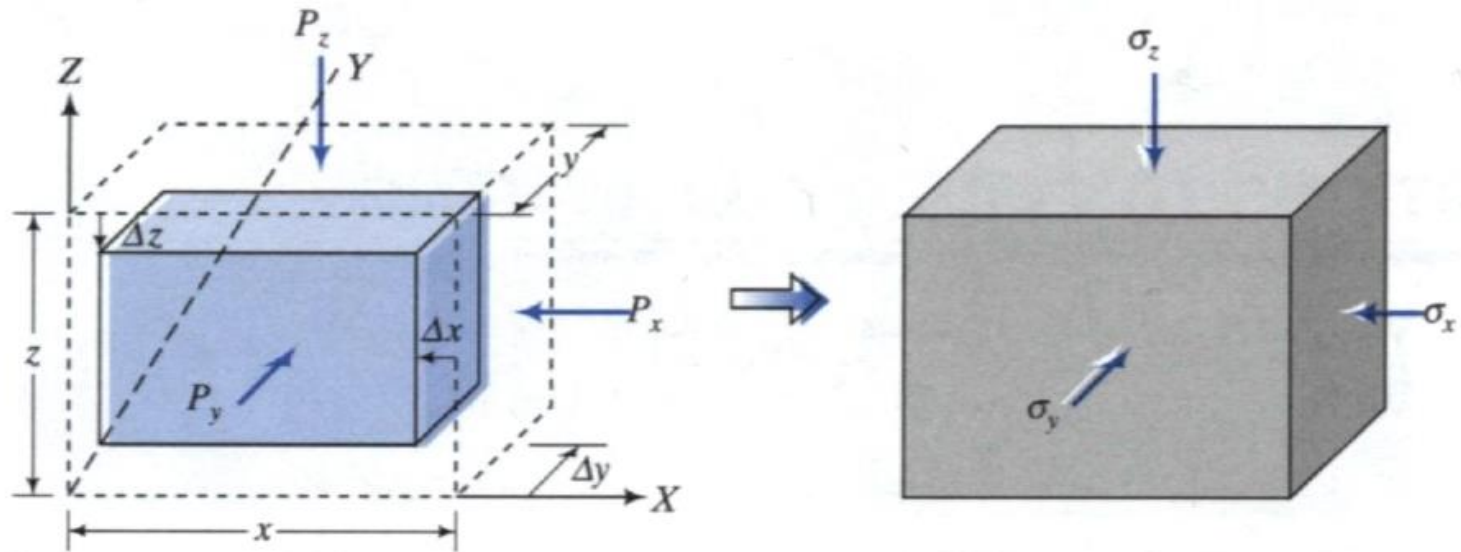
## States of stress





AGH

# Naprężenia i odkształcenia



$$\sigma_x = \frac{P_x}{yz}$$

$$\sigma_y = \frac{P_y}{xz}$$

$$\sigma_z = \frac{P_z}{xy}$$

$$\epsilon_x = -\frac{\Delta x}{x}$$

$$\epsilon_y = -\frac{\Delta y}{y}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\Delta z}{z}$$

## Odkształcenie objętościowe

Założmy, że początkowa objętość ciała wynosi  $V_0 = 1$ , więc końcowa objętość będzie równa:

$$V_f = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$$

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_f - V_0}{V_0} = \frac{V_f}{V_0} - 1$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_p &= (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1 \\ &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \\ &\approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \text{ (small strains)}\end{aligned}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$



## Hooke's law

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

## Shear modulus

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

## Bulk modulus

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2G + 6K}$$

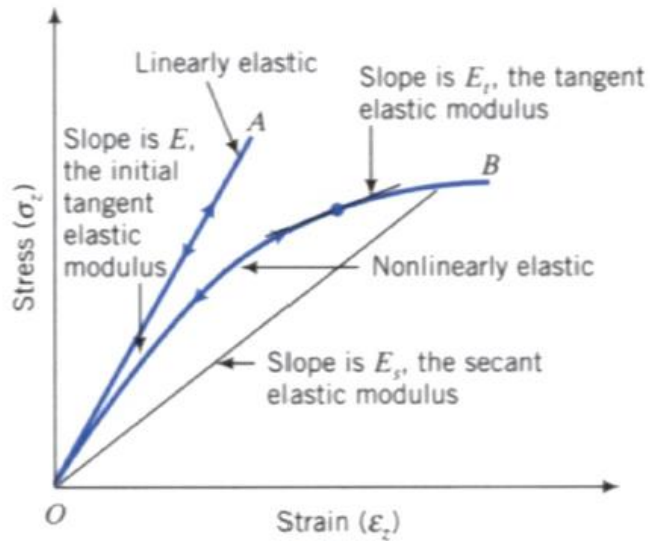
## Typical Values of $E$ and $G$

Soil type	Description	$E^*$ (MPa)	$G^*$ (MPa)
Clay	Soft	1–15	0.5–5
	Medium	15–30	5–15
	Stiff	30–100	15–40
Sand	Loose	10–20	5–10
	Medium	20–40	10–15
	Dense	40–80	15–35

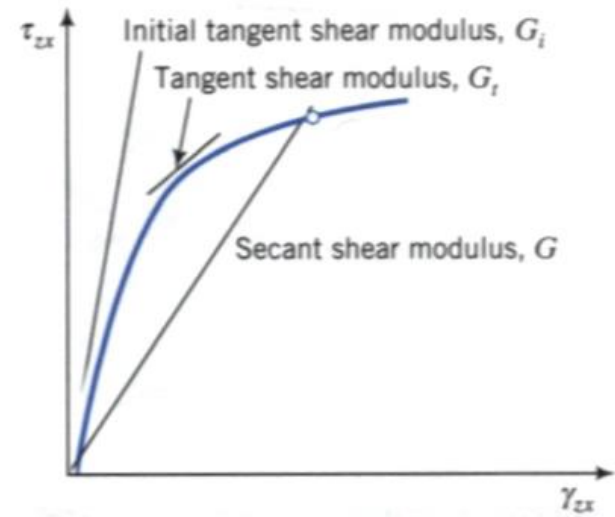


AGH

# Naprężenia i odkształcenia



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

## Stan naprężenia w gruncie

**Każde naprężenie możemy rozłożyć na dwie składowe:**

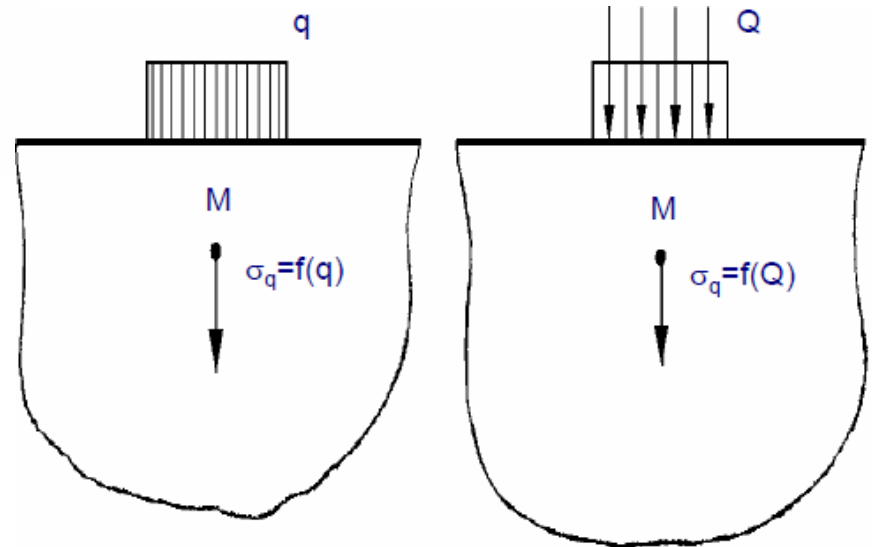
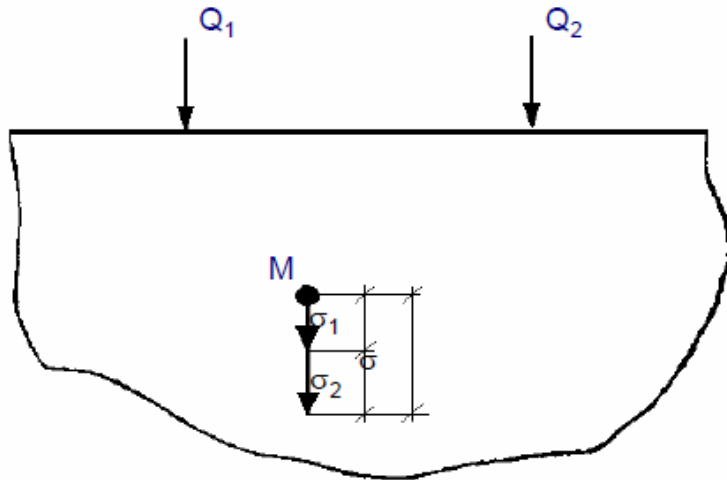
- prostopadłą do płaszczyzny przekroju nazywaną **naprężeniem normalnym  $\sigma$**
- w płaszczyźnie przekroju nazywaną **naprężeniem stycznym  $\tau$**



AGH

# Zasada superpozycji

## Zasady superpozycji przy wyznaczaniu wielu sił skupionych



## Odkształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych

**Naprężenie pierwotne** lub **geostatyczne**  $\sigma_{\gamma z}$  to naprężenie istniejące w gruncie od ciężaru wyżej leżących warstw. Zgodnie z zasadą superpozycji **naprężenie całkowite**  $\sigma_z$  w gruncie jest sumą **naprężenia pierwotnego**  $\sigma_{\gamma z}$  i **naprężenia od obciążenia zewnętrznego**  $\sigma_{qz}$ :

$$\sigma_z = \sigma_{\gamma z} + \sigma_{qz}$$

W przypadku przyłożenia obciążenia nie na powierzchni półprzestrzeni, lecz na pewnej głębokości po wykonaniu wykopu, naprężenie całkowite  $\sigma_{zw}$  dowolnym punkcie wyznacza się jako sumę naprężenia pierwotnego geostatycznego  $\sigma_{\gamma z}$  zmniejszonego o odciążenie wykopem  $\Delta\sigma_{\gamma z}$ :

$$\sigma_z = (\sigma_{\gamma z} - \Delta\sigma_{\gamma z}) + \sigma_{qz}$$



## Naprężenia geostatyczne

Wartość  **pionowej składowej naprężenia geostatycznego  $\sigma_{\gamma z}$**  wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma_{\gamma z} = \sum_{i=1}^n \rho g h_i$$

gdzie:

- $\rho$  – gęstość objętościowa gruntu w każdej warstwie  $i$ ,
- $h_i$  – miąższość poszczególnych warstw  $i$ ,
- $g$  – przyspieszenie ziemskie.

Wartość  **poziomej składowej naprężenia geostatycznego  $\sigma_{\gamma x}$**  oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_{\gamma x} = \sigma_{\gamma y} = K_0 \sigma_{\gamma z}$$

gdzie:

- $K_0$  – współczynnik parcia bocznego w spoczynku,
- $\sigma_{\gamma z}$  – pionowa składowa naprężenia pierwotnego.

## Składowe naprężenia pierwotnego

**Wartość współczynnika  $K_0$**  zależy od rodzaju gruntu i historii jego naprężenia i zmienia się w zakresie  $0.2 \div 0.6$  dla gruntów normalnie skonsolidowanych i  $0.8 \div 2.0$  dla gruntów prekonsolidowanych.

Teoria sprężystości:

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Wzór Jaky'ego:

$$K_0 = 1 - \sin \varphi$$

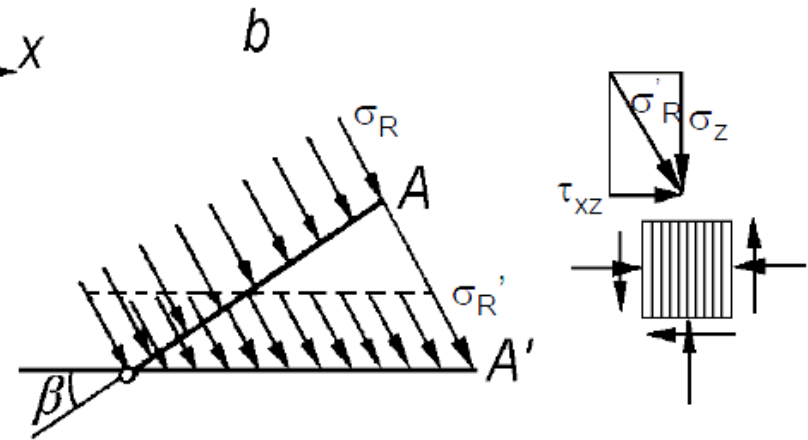
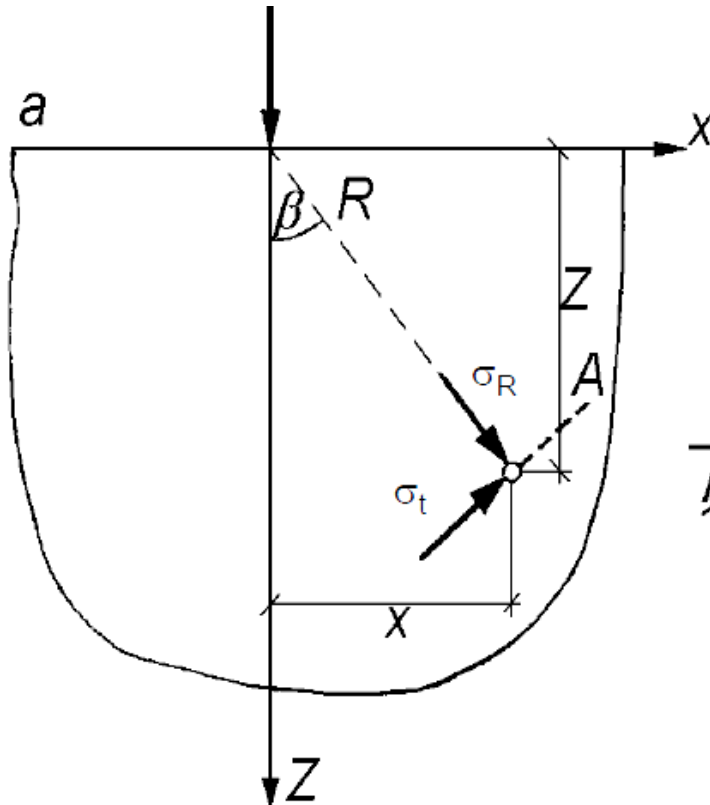
Wzór Mayne i Kuhlawy (1982):

$$K_0 = (1 - \sin \varphi) \cdot OCR^{\sin \varphi}$$

gdzie: OCR – stopień konsolidacji (*overconsolidation ratio*)

# Naprężenie powstałe wskutek działania obciążeń zewnętrznych

## Rozkład naprężenia w gruncie od pionowej siły skupionej



$$\sigma_R A = \sigma'_R A' = \sigma'_R \cdot \frac{A}{\cos \beta}$$

$$\sigma'_R = \sigma_R \cos \beta$$

$$\sigma_z = \sigma'_R \cos \beta$$

$$\tau_{xz} = \sigma'_R \sin \beta$$

## Naprężenia od siły skupionej

**naprężenie radialne** w punkcie  $M$  o współrzędnych  $R, \beta$  równa się:

$$\sigma_R = k \frac{Q \cos \beta}{R^2}$$

**naprężenie pionowe normalne**  $\sigma_z$  w tym samym punkcie wynosi:

$$\sigma_z = \sigma_R \cos^2 \beta = k \frac{Q \cos^3 \beta}{R^2}$$

Podstawiając  $\cos \beta = \frac{z}{R'}$  otrzymuje się:

$$\sigma_z = k \frac{Q z^3}{R^5}$$

$$k = \frac{3}{2\pi}$$

## Naprężenia od siły skupionej

uzyskuje się **naprężenia radialne**  $\sigma_R$  równe

$$\sigma_R = \frac{3Q \cos \beta}{2\pi R^2}$$

i naprężenia **pionowe normalne**  $\sigma_z$  w układzie współrzędnych walcowych po podstawieniu wartości  $k$  i  $R^2 = z^2 + r^2$

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2 \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{5/2}}$$

# Naprężenia od siły skupionej Rozwiązanie Boussinesqa

$$\sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\nu) \left( \frac{x^2 - y^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{y^2 z}{R^3 r^2} \right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3y^2 z}{R^5} - (1-2\nu) \left( \frac{y^2 - x^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{x^2 z}{R^3 r^2} \right) \right]$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

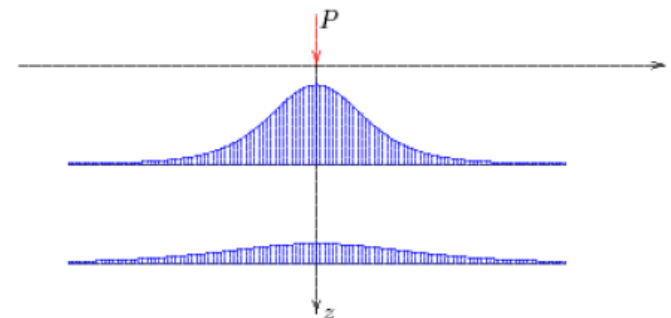
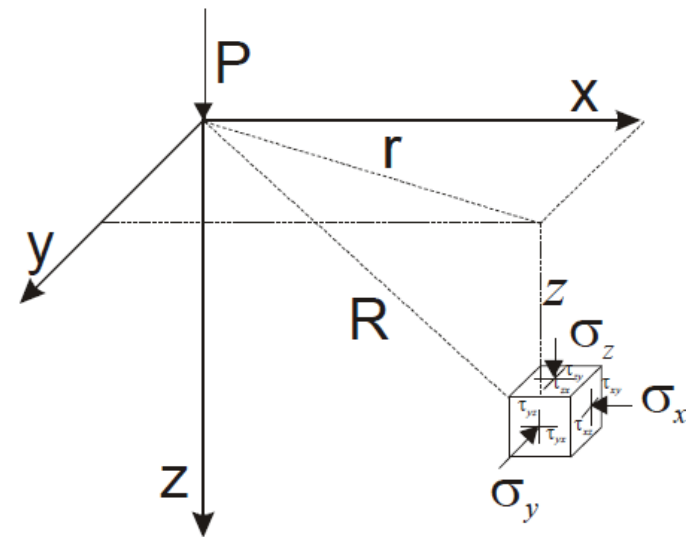
$$\tau_{zx} = -\tau_{xz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 x}{R^5}$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3xyz}{R^5} - (1-2\nu) \left( \frac{(2R+2)xy}{(R+z^2)R^3} \right) \right]$$

$$\tau_{zy} = -\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 y}{R^5}$$

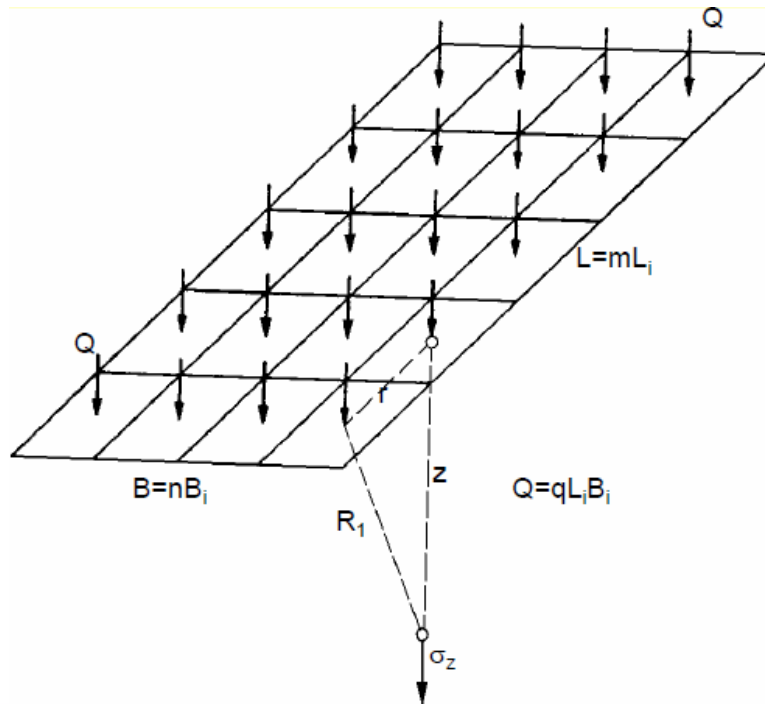
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



## Rozkład naprężenia w gruncie od działania obciążenia ciągłego

Obszar obciążony dzieli się na mniejsze elementy, w środku elementów przykłada się zastępcze siły skupione. Wartość naprężenia pionowego normalnego w dowolnym punkcie ośrodka gruntowego obciążonego wyznacza się na podstawie **wzoru Boussinesq'a**:



$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2 \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{5/2}}$$

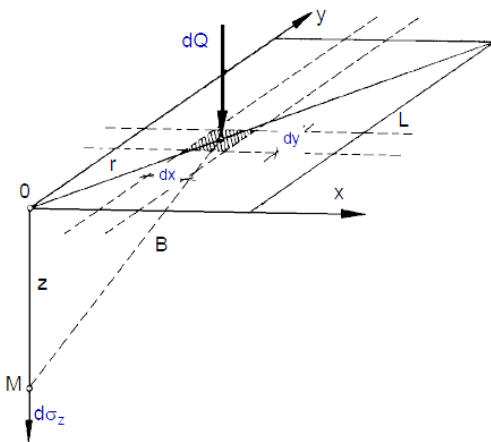
## Wyznaczanie naprężenia pod narożem prostokątnego obszaru obciążonego

Na danym obszarze  $A$  wydzieliła się nieskończenie mały element o polu  $dA = dx dy$ . Elementarna siła  $dQ = q dA$  wywołuje w rozpatrywanym punkcie  $M$  na głębokości  $z$  poniżej powierzchni półprzestrzeni elementarne naprężenie:

$$d\sigma_z = \frac{3dQ}{2\pi z^2 \left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Naprężenie pionowe w rozpatrywanym punkcie  $M$  od obciążenia ciągłego działającego w obszarze  $A$  wynosi:

$$d\sigma_z = \int_0^L \int_0^B \frac{3q dx dy}{2\pi z^2 \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{z^2}\right]^{5/2}}$$





## Odkształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobionych

Metoda punktów narożnych umożliwia wyznaczanie naprężenia pionowego oraz sumy naprężeń głównych pod narożem prostokątnego obciążonego obszaru według wzorów:

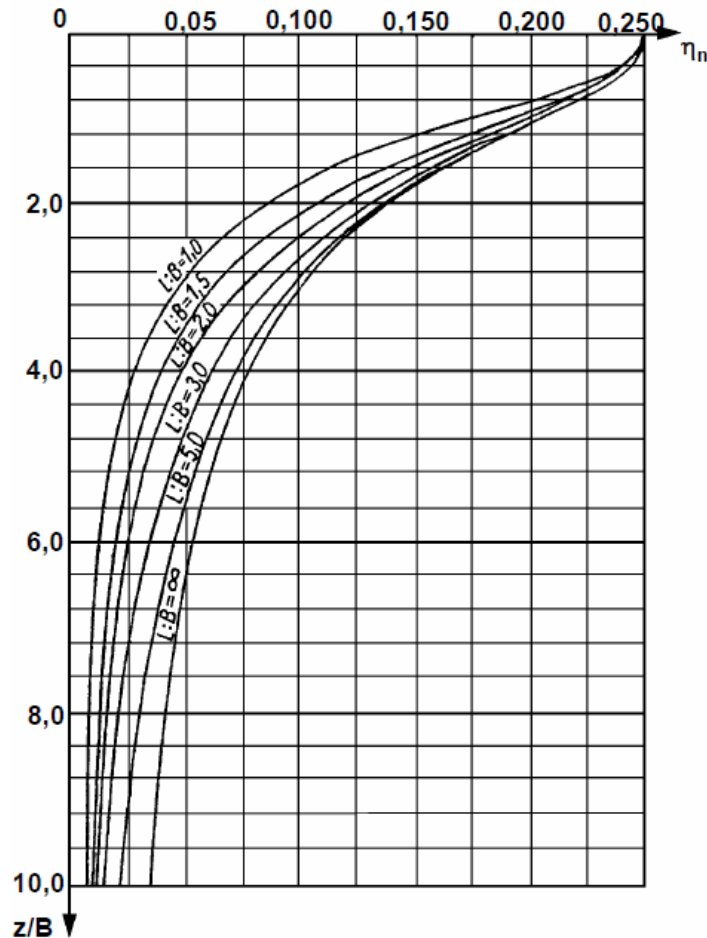
$$\sigma_{zn} = \frac{q}{2} \frac{LBz(L^2 + B^2 + 2z^2)}{(L^2 + z^2)(B^2 + z^2)\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}} + \operatorname{arctg} \frac{LB}{z\sqrt{L^2 + B^2 + z^2}} = q\eta_n$$

gdzie:

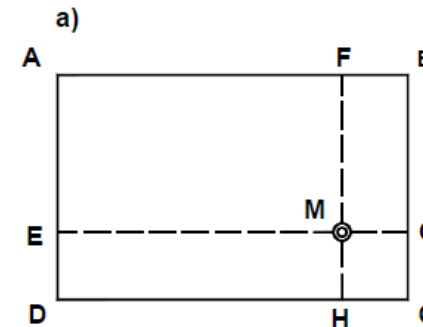
$\eta_n$  – współczynnik wyznaczany z nomogramu w zależności od stosunku  $L:B$  (długość obszaru obciążonego do jego szerokości) oraz od stosunku  $z:B$  (zagłębienie punktu poniżej powierzchni do szerokości),

$q$  – obciążenie ciągłe.

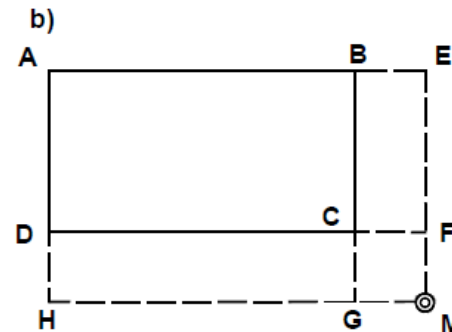
# Zastosowanie metody punktów narożnych do obliczania naprężeń w dowolnym punkcie podłoża



Nomogram do wyznaczania współczynnika  $\eta_n$



$$\sigma_{zq} = \left( \eta_n^{AFME} + \eta_n^{FBGM} + \eta_n^{EMHD} + \eta_n^{MGCH} \right) \cdot q$$



$$\sigma_{zq} = \left( \eta_n^{AEMH} - \eta_n^{BEMG} - \eta_n^{DFMH} + \eta_n^{CFMG} \right) \cdot q$$

a) naroże wewnątrz obciążonego obszaru,  
b) naroże na zewnątrz obciążonego obszaru.

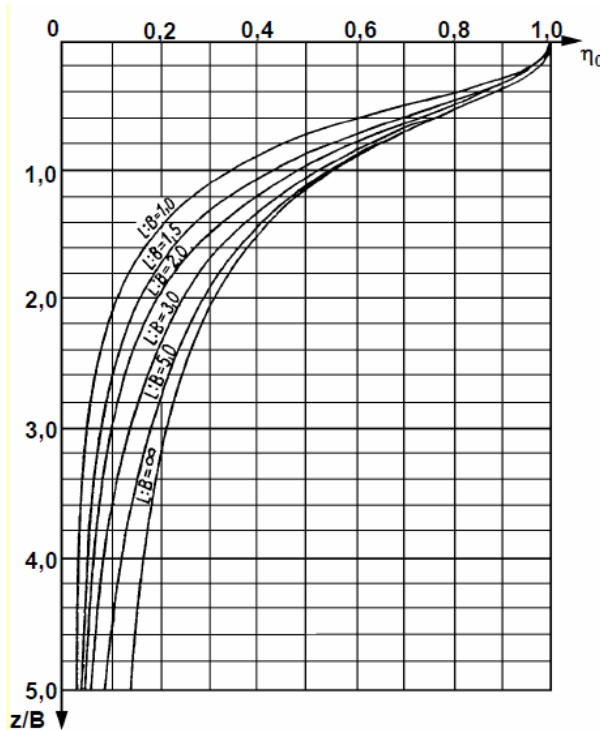


AGH

## Metoda punktów środkowych

Metodą punktów środkowych można wyznaczyć naprężenie pionowe pod środkiem prostokątnego obszaru obciążonego, posługując się wzorem:

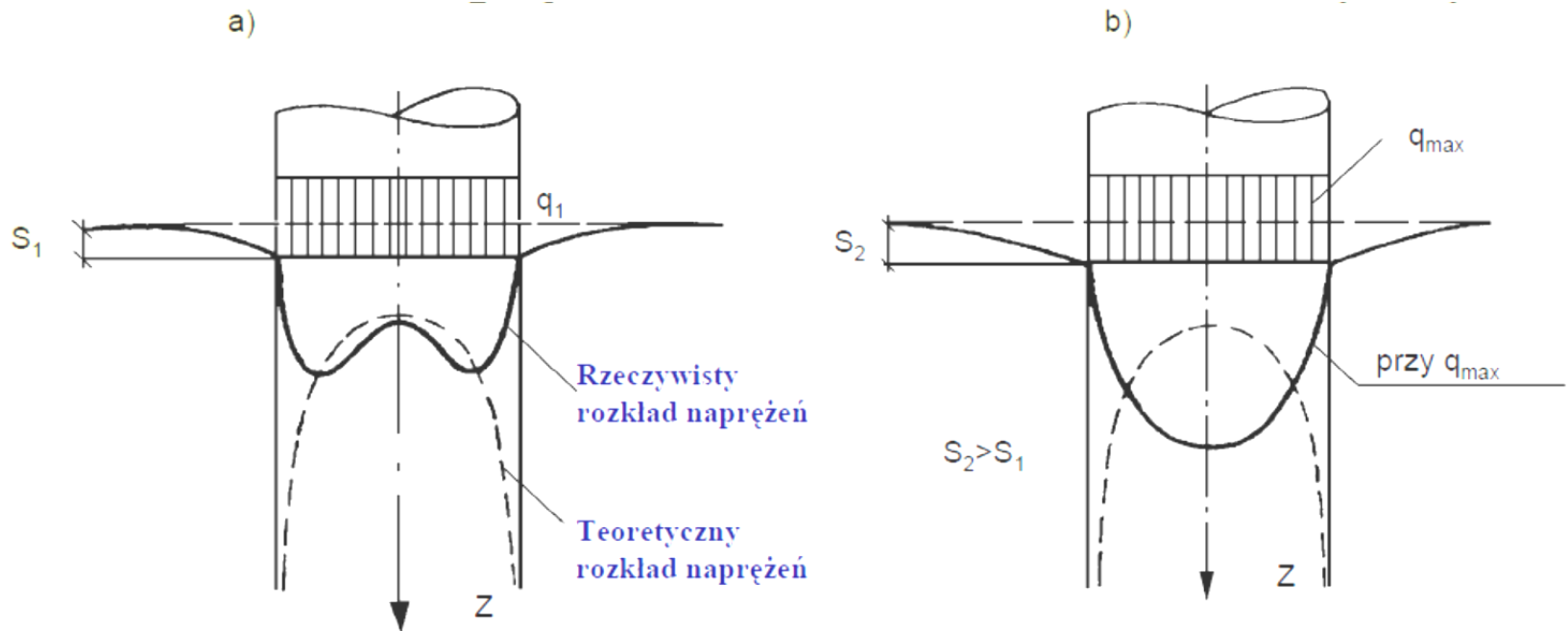
$$\sigma_z = \eta_0 q$$



Nomogram do wyznaczania  
współczynnika  $\eta_0$

Wartość  $\sigma_z$  można również wyznaczyć stosując superpozycję naprężeń pod wspólnym narożem czterech obciążonych prostokątów o bokach  $L/2$  i  $B/2$ .

## Rozkład naprężenia pod fundamentami sztywnymi



**Rozkład naprężenia pionowego w poziomie posadowienia absolutnie sztywnego fundamentu:**

- a) w początkowym okresie obciążenia,**
- b) przy obciążeniu granicznym.**

## Rozkład naprężenia pod fundamentami sztywnymi

Teoretyczny rozkład naprężenia w poziomie posadowienia wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma = \frac{q}{2 \left(1 - \frac{\rho^2}{r^2}\right)^{1/2}}$$

gdzie:

- $\rho$  – odległość rozpatrywanego punktu od środka fundamentu,
- $r$  – promień podstawy fundamentu.

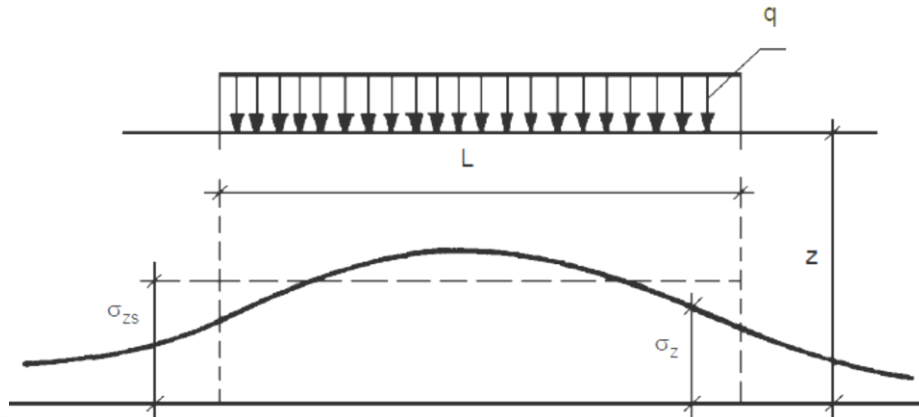
## Rozkład naprężenia pod fundamentami sztywnymi

**Naprężenia pionowe** na głębokości  $z$  (poniżej poziomu posadowienia) wyznacza się jako **naprężenia średnie** (całkowe) w obrębie prostokąta znajdującego się pod obszarem obciążonym wg wzoru:

$$\sigma_{zs} = \frac{1}{A} \int_A \sigma_z dA = \frac{q}{BL} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \eta_n(x, y) dx dy = q\eta_s$$

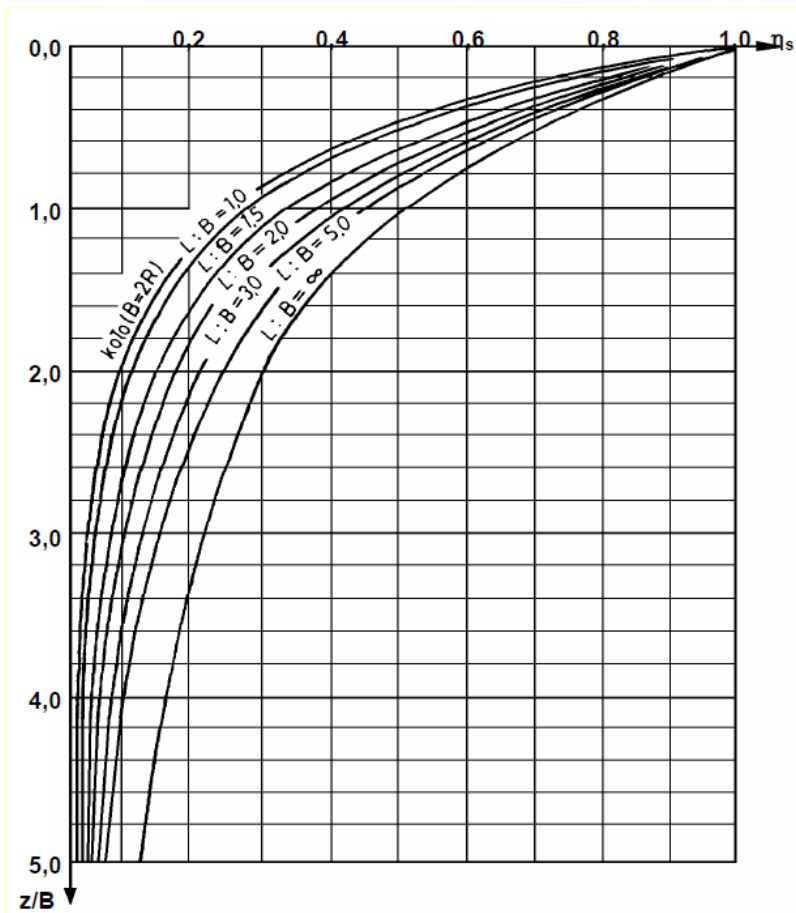
gdzie:

$\eta_s$  – współczynnik rozkładu naprężenia.



Rozkład naprężenia  $\sigma_z$  i naprężenie średnie  $\sigma_{zs}$  na głębokości  $z$  pod obszarem prostokątnym obciążonym równomiernie

# Rozkład naprężenia pod fundamentami sztywnymi



Nomogram do wyznaczania współczynnika  $\eta_s$

## Graficzna interpretacja naprężenia

W każdym punkcie ciała istnieją trzy wzajemnie prostopadłe płaszczyzny (nazywane głównymi), w których wartość naprężeń stycznych równa się zeru, a naprężenia normalne nazywane są naprężeniami głównymi, wyróżniamy:

- największe naprężenie główne  $\sigma_1$ ,
- najmniejsze naprężenie główne  $\sigma_3$ ,
- pośrednie naprężenie główne  $\sigma_2$ .

**Gdy  $K < 1$ ,  $\sigma_v = \sigma_1$ ,  $\sigma_h = \sigma_3$  i  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_h$ .**

**Gdy  $K > 1$ ,  $\sigma_h = \sigma_1$ ,  $\sigma_v = \sigma_3$  i  $\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_h$ .**

**Gdy  $K = 1$ ,  $\sigma_v = \sigma_h = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , występuje izotropowy stan naprężenia.**

**Naprężenia styczne w każdych dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach są liczbowo sobie równe  $\tau_h = \tau_v$ .**

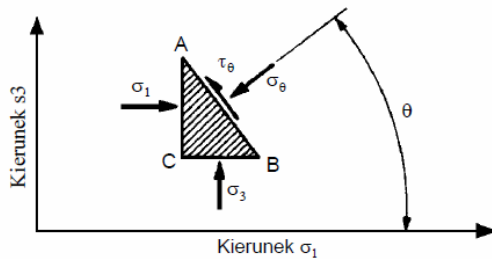


## Koło Mohra

Znając wartość i kierunek składowych naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$ , można wyznaczyć **naprężenia normalne** i **styczne** w dowolnym kierunku, stosując następujące związki:

$$\sigma_\theta = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

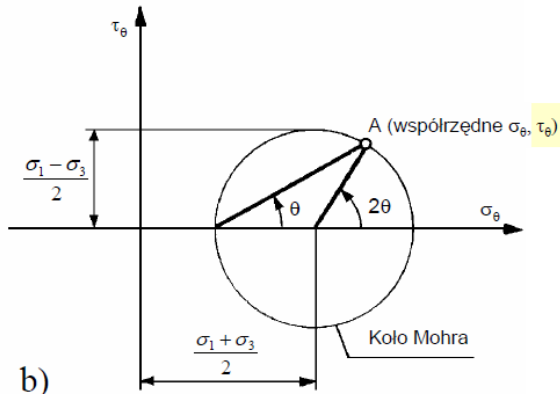


Graficzne przedstawienie stanu naprężenia za pomocą koła Mohra:

a)

a) naprężenie działające na element gruntu,

b) wykres Mohra dla stanu naprężenia w danym punkcie A.



b)



AGH

## Odwzorowanie stanu naprężenia w układzie p-q

Przedstawienie na jednym wykresie wielu stanów naprężenia dokonuje się poprzez nanoszenie punktu, którego współrzędne są równe:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \qquad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

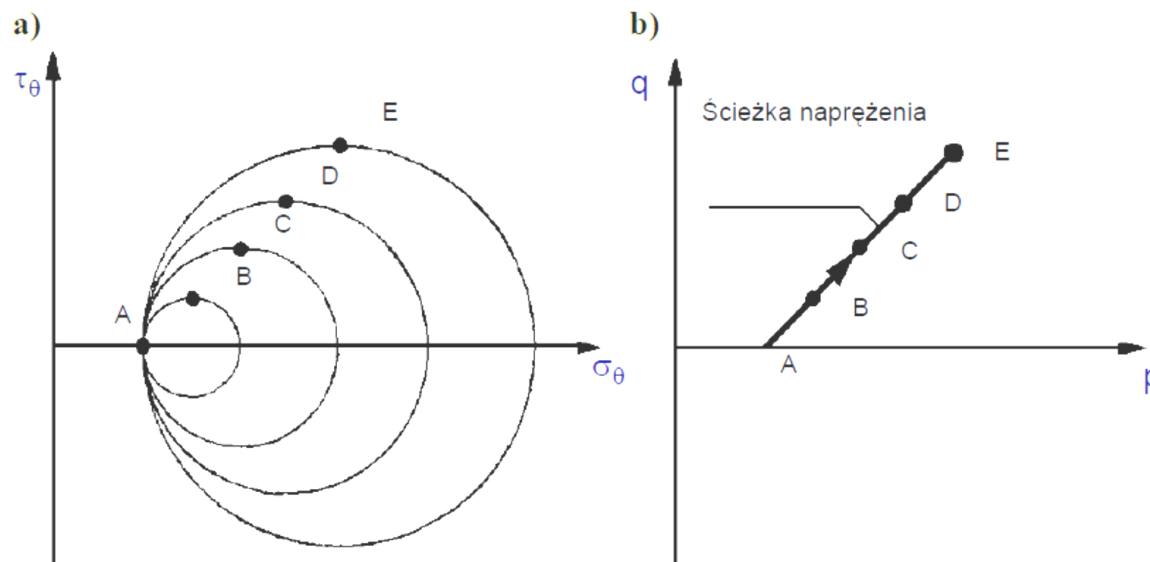
W większości przypadków naprężenia główne występują na pionowych bądź na poziomych płaszczyznach, a zatem równania można napisać w postaci:

$$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} \qquad q = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$$

Ten sposób przedstawienia stanu naprężenia w gruncie sprowadza się do naniesienia jednego najwyższego leżącego punktu dla  $q$  dodatniego lub najniższego leżącego punktu dla  $q$  ujemnego na kole Mohra.

## Ścieżki naprężenia

Ścieżka naprężenia to linia prosta lub krzywa powstała w wyniku połączenia szeregu punktów stanu naprężenia naniesionych na wykres, przedstawia ciągłość kolejnych stanów naprężenia.

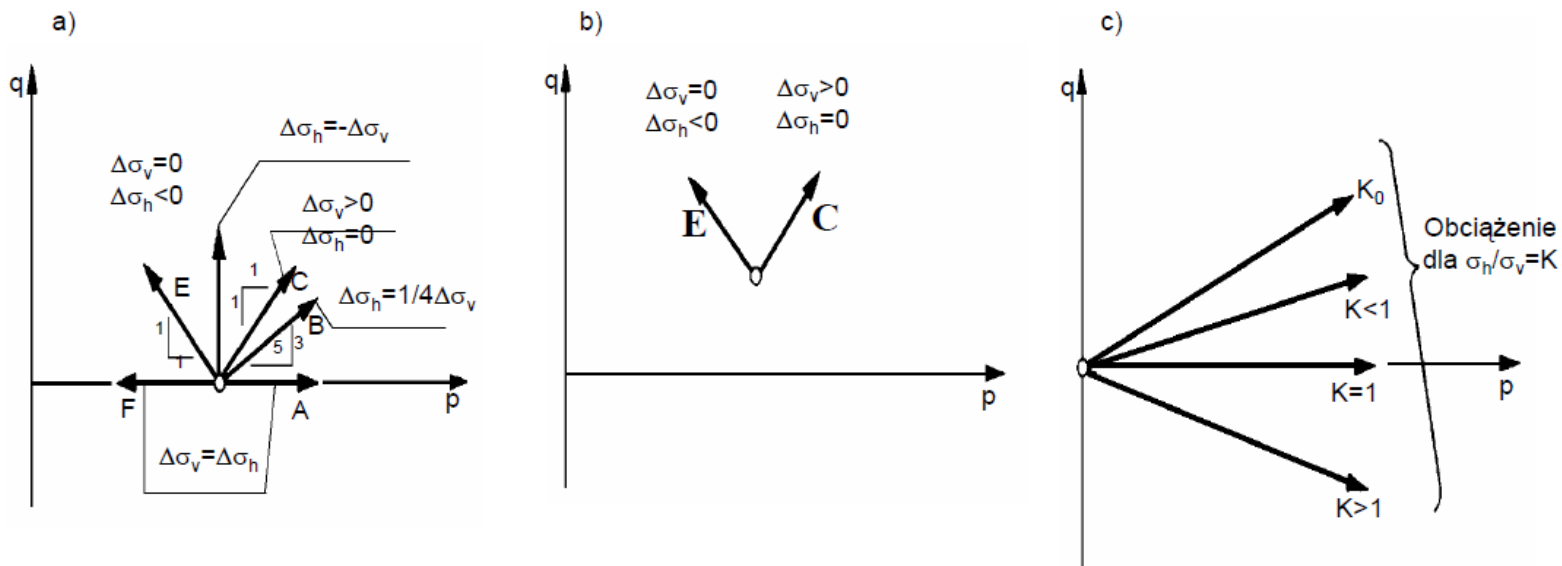


Przedstawienie kolejnych stanów naprężenia przy zwiększeniu pionowej składowej naprężenia  $\sigma_1$  i stałej wartości składowej  $\sigma_3$ ;

a) koło Mohra,

b) wykres  $p$  -  $q$ .

# Ścieżki naprężenia



**Przykład ścieżek naprężeń:**

**a) początkowo  $\sigma_v = \sigma_h$**

**b) początkowo  $\sigma_v > \sigma_h > 0$**

**c) początkowo  $\sigma_v = \sigma_h = 0$ .**

## Odształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych

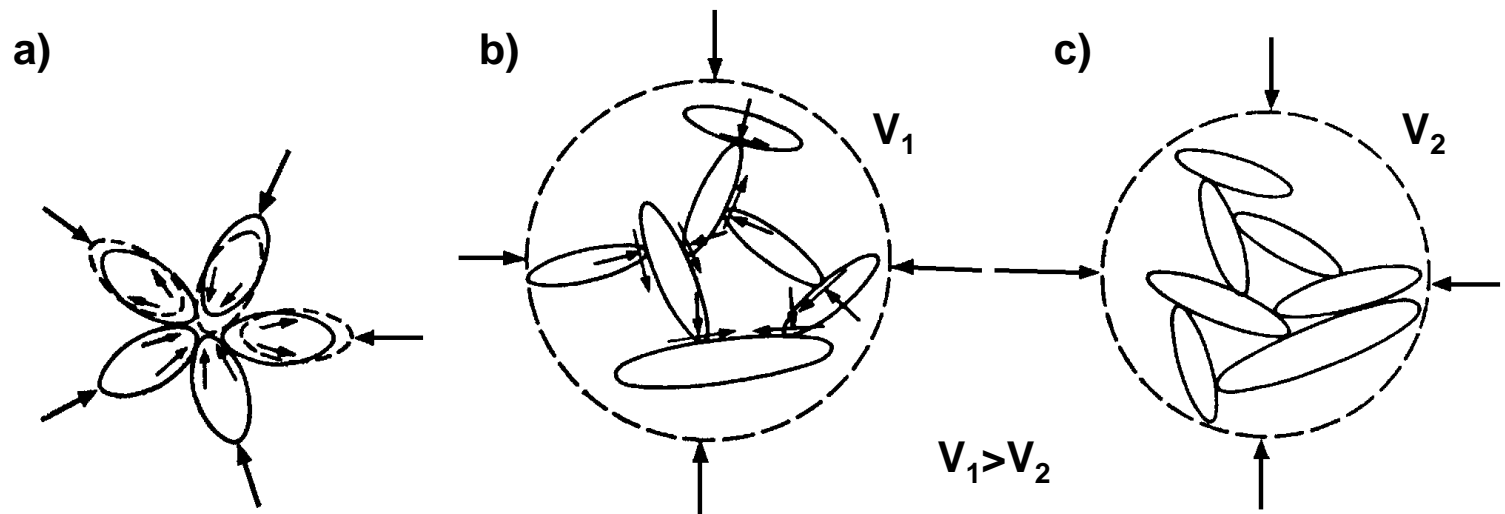
Ośrodek rozdrobniony charakteryzuje się istnieniem dużych porów między ziarnami i małych sił wewnętrznych. Nieregularny układ ziaren i cząstek powoduje, że przy czystym ściskaniu niektóre elementy są bardziej obciążone, co prowadzi do wzajemnego **trwałego przemieszczenia ziarn i cząstek**, a więc do nieliniowych i najczęściej **nieodwracalnych odkształceń** ośrodka rozdrobnionego.

Należy także pamiętać, że w punktach kontaktu ziaren lub cząstek występują znacznie większe naprężenia obliczeniowe, odniesione do całego przekroju gruntu.

## Odształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych

Zależność odkształcenia jednostkowego  $\varepsilon$  i naprężenia  $\sigma$  w ciałach sprężystych (prawo Hook'a):

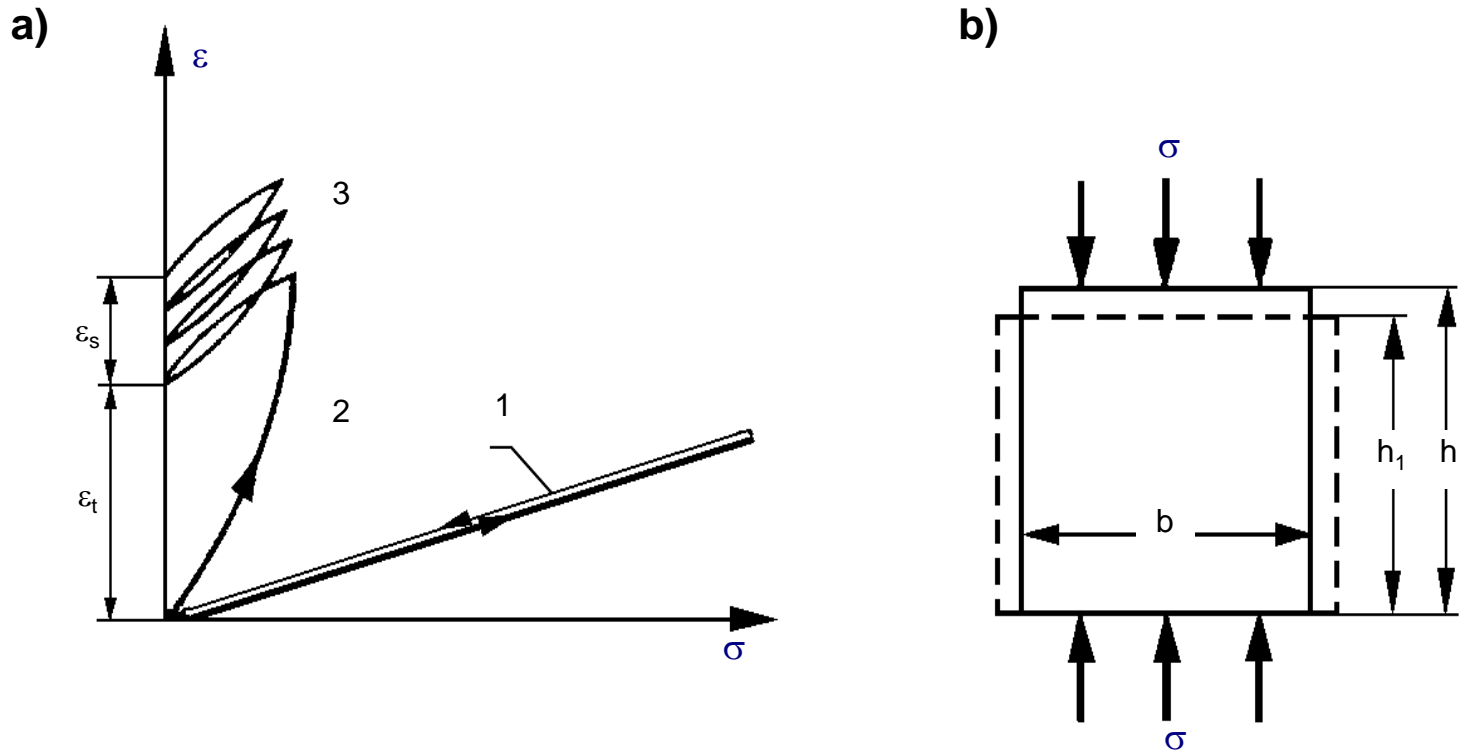
$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$



Zmiany układu ziaren i cząstek pod wpływem „czystego” ściskania;

a) w gruncie niespoistym, b) w gruncie spoistym, c) po obciążeniu i odkształceniu.

# Odkształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych



**Krzywe odkształcalności przy ścisnaniu „prostym”;**

**a) zależność  $\epsilon$  od  $\sigma$ , b) schemat obciążenia i odkształcenia: 1 – ośrodka ciągłego, 2 – ośrodka rozdrobnionego, 3 – wielokrotnie obciążonego ośrodka rozdrobnionego;  $\epsilon_s$  – odkształcenie jednostkowe sprężyste,  $\epsilon_t$  – odkształcenie trwałe.**

## Odkształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych

W ośrodkach gruntowych między odkształceniami i naprężeniami nie ma zależności liniowej. Dla odróżnienia parametrów odkształcalności gruntów od ciał sprężystych wprowadzony został:

- **moduł odkształcenia  $E$**  – w warunkach jednoosiowego ściskania i swobodnej bocznej rozszerzalności gruntu
- **moduł ściśliwości  $M$**  – w warunkach jednoosiowego ściskania, lecz przy niemożliwej bocznej rozszerzalności próbki gruntu

Przy powtórnych obciążeniach i odciążeniach krzywe odkształcalności gruntu są powtarzalne i równoległe do siebie – można więc mówić o pewnej sprężystości gruntu.

Wyznaczone z tych krzywych moduły odkształceń nazywa się modułami odkształcenia wtórnego  $E$ , a uzyskane moduły odkształcenia przy pierwszym obciążeniu nazywa się modułami odkształcenia pierwotnego  $E_0$ .



## Ścisłość gruntów

**Ścisłość** to cecha gruntu polegająca na zmniejszaniu się jego objętości pod wpływem przyłożonego obciążenia.

**Odprężenie** to zwiększenie objętości gruntu wskutek zmniejszenia obciążenia (wynik odkształceń sprężystych)

**Konsolidacja** to proces równoczesnego zmniejszania się zawartości wody i objętości porów w gruntach pod wpływem przyrostu naprężeń. (Jeżeli pory są całkowicie wypełnione wodą, lecz jej odpływ jest niemożliwy, to przyłożone obciążenie powoduje zwiększenie ciśnienia wody w porach, nie powodując wzrostu naprężenia efektywnego  $\sigma'$ . Cząstki gruntu nie ulegają przesunięciu i konsolidacja nie występuje).

## Ścisłość gruntów

Ścisłość gruntu opisuje się zależnością porowatości od naprężenia. Od historii naprężenia zależy kształt krzywej ścisłości gruntów spoistych. Wyróżnia się grunty:

- **normalnie skonsolidowane** – w których obecnie występujące w gruncie naprężenie efektywne jest największe ze wszystkich, jakie dotychczas w danym gruncie wystąpiły. Kształt krzywej ścisłości jest prostoliniowy (lub zbliżony) i nosi ona nazwę **pierwotnej**.
- **prekonsolidowane** – które przenosiły już w swej historii większe naprężenia, (np. teren obciążony był lodowcem albo warstwami gruntu, następnie wyerodowanymi przez rzekę). Krzywa ścisłości w podziałce półlogarytmicznej będzie miała kształt zakrzywiony.



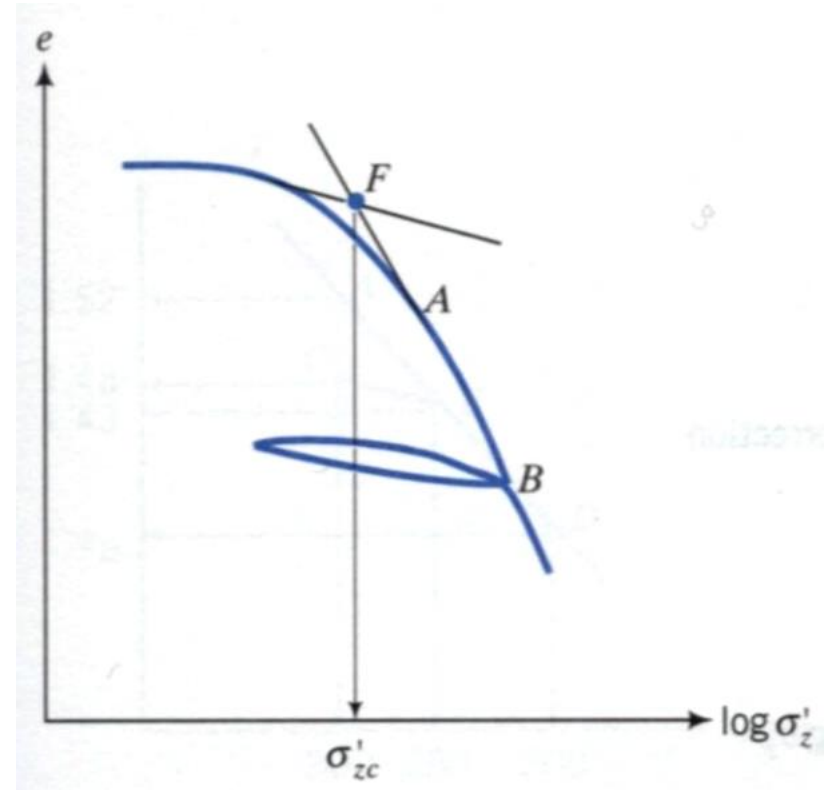
## AGH Ścisłość gruntów

**Współczynnikiem prekonsolidacji** nazywa się stosunek największej wartości naprężenia efektywnego  $\sigma_{zc}'$ , które wystąpiło w gruncie w przeszłości, do wartości naprężenia od ciężaru własnego występującego obecnie  $\sigma_0'$

$$OCR = \frac{\sigma_{zc}'}{\sigma_0'}$$

$OCR = 1$  – grunty normalnie skonsolidowane

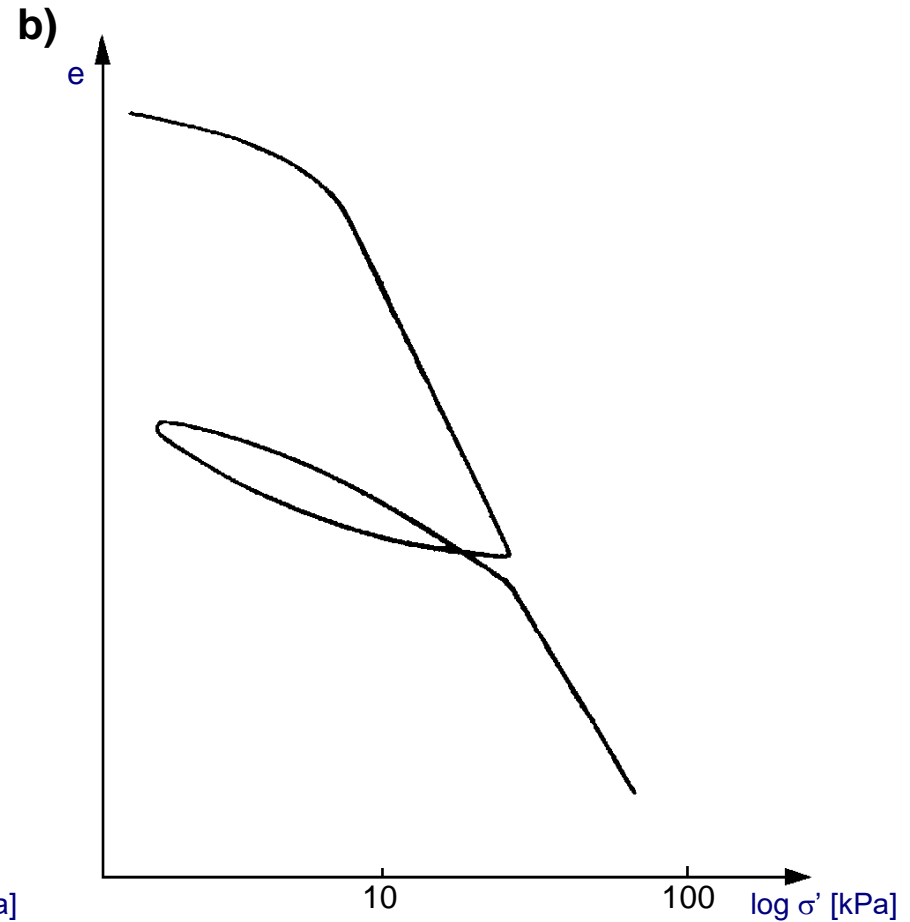
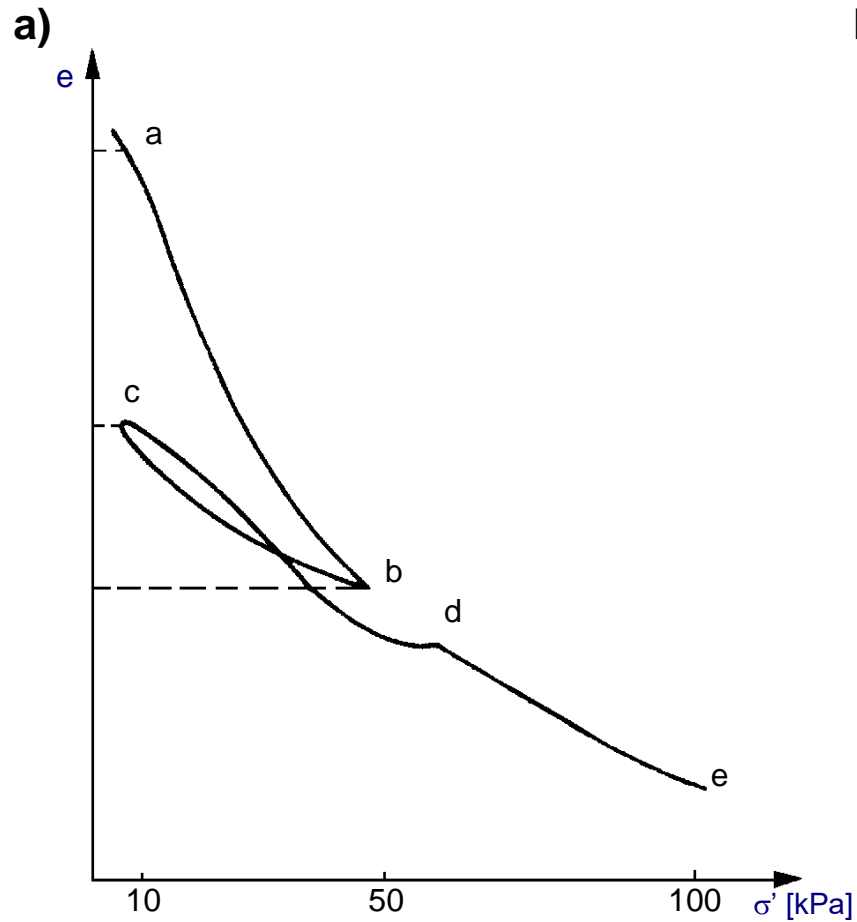
$OCR > 1$  – grunty prekonsolidowane





AGH

# Ścisłość gruntów



**Krzywa ścisłości:**

**a) w podziałce liniowej, b) w podziałce półlogarytmicznej.**

# Ścisłość gruntów

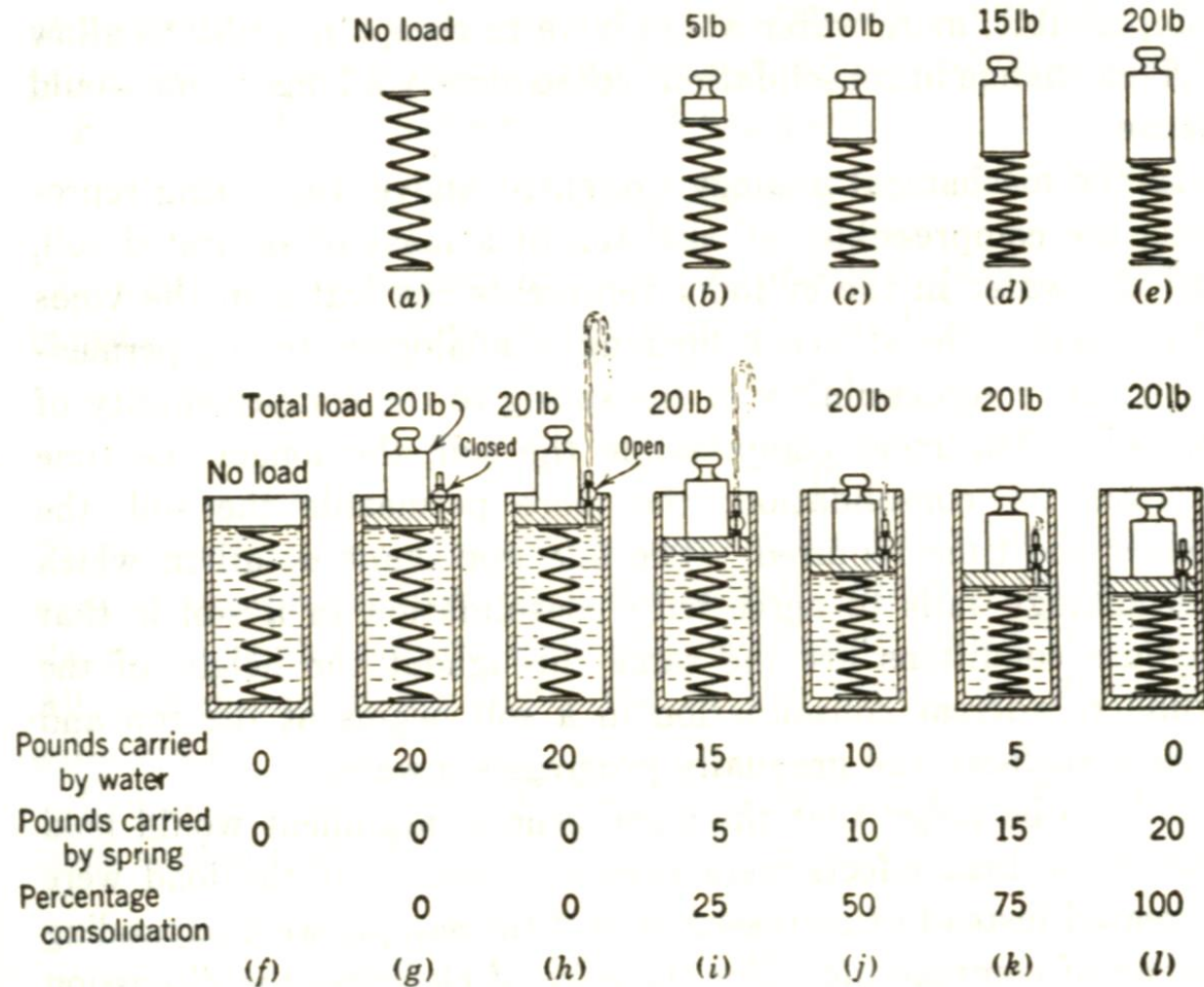


FIG. 10·8 The piston and spring analogy.



# AGH Ściśliwość gruntów

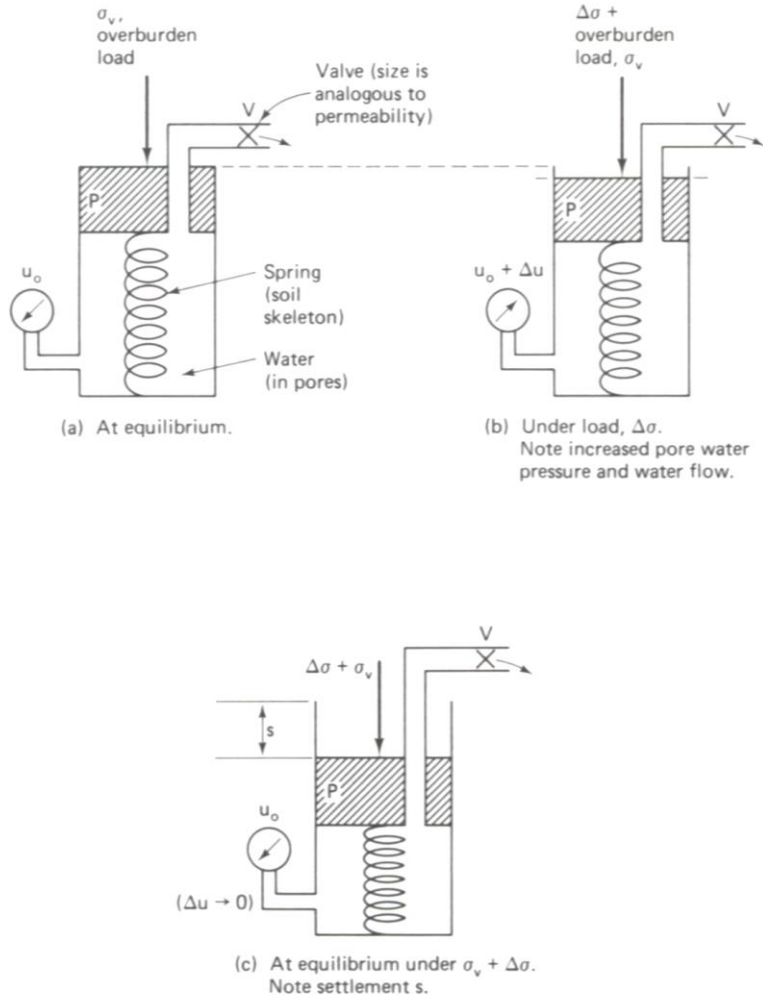
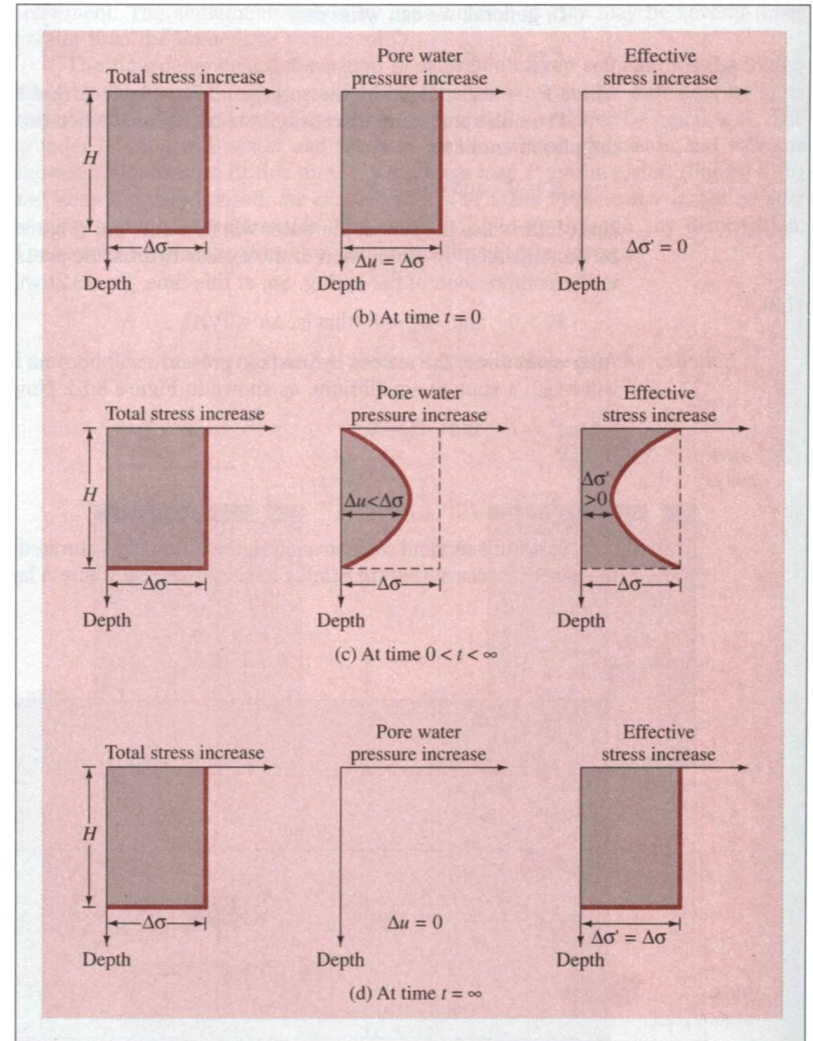


Fig. 8.2 Spring analogy as applied to consolidation.

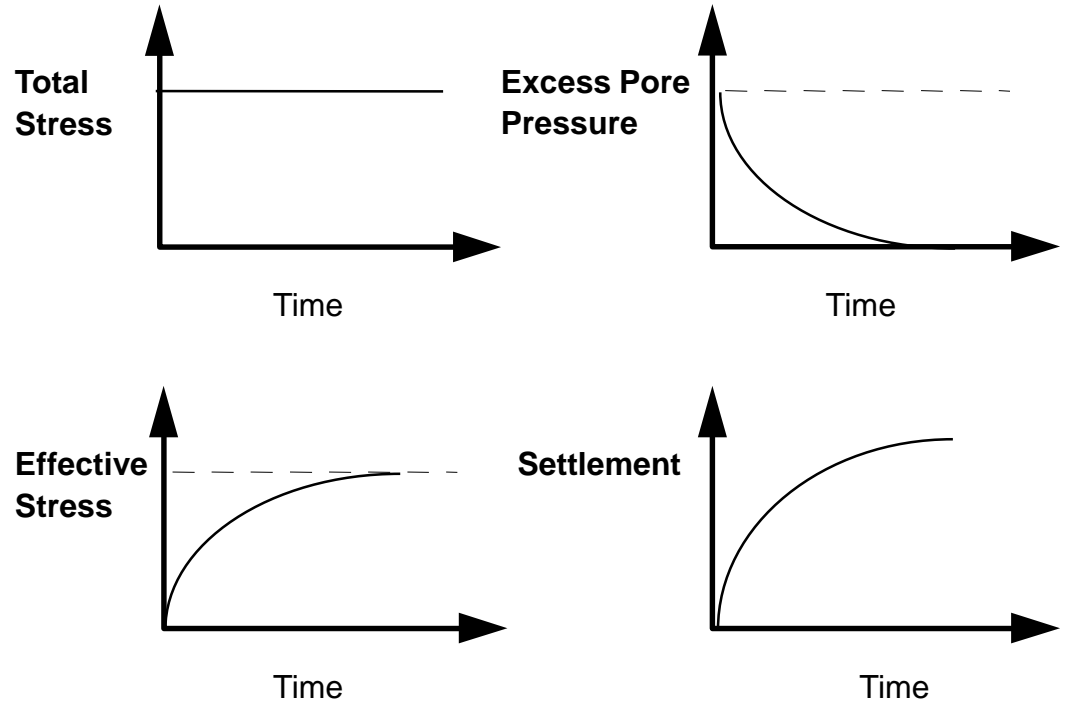




AGH

## Ściśliwość gruntów

**Grunty ściśliwe mają bardzo małą wodoprzepuszczalność i proces konsolidacji (a także procesy pęcznienia lub odprężenia) przebiegają w nich bardzo powoli. Powolnemu odkształcaniu się tych gruntów towarzyszy (po ich odciążeniu) zmiana naprężeń efektywnych w szkielecie gruntu i ciśnień w wodzie i porach gruntu.**

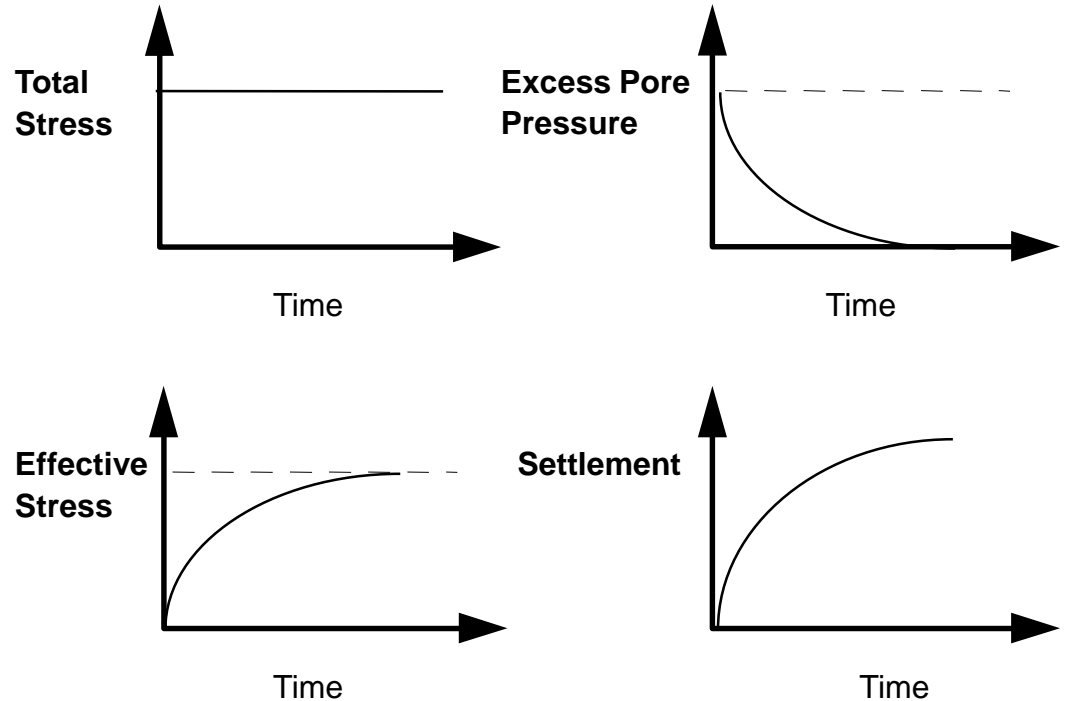




AGH

## Ścisłość gruntów

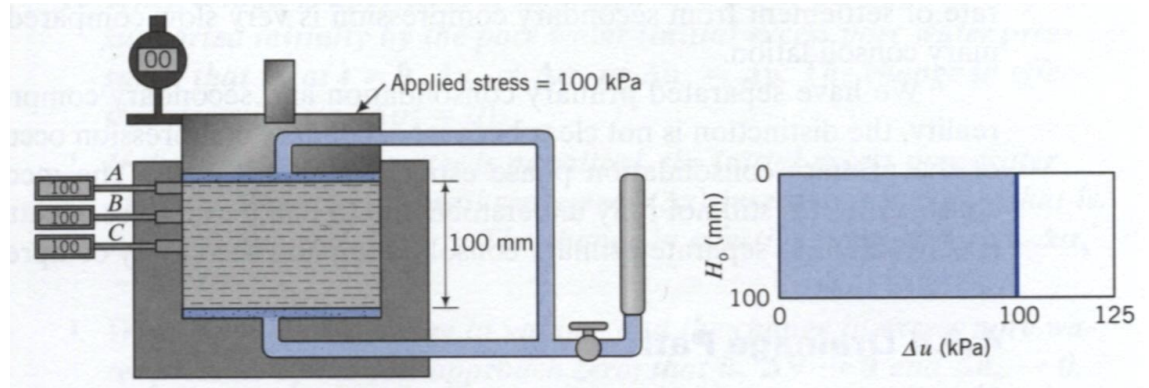
Bezpośrednio po zwiększeniu obciążenia gruntu cały przyrost nacisku przejmuje woda w porach gruntu jako nadciśnienie, a przyrost naprężeń efektywnych jest znikomy. W miarę upływu czasu nadciśnienie w wodzie maleje wskutek odpływu wody poza strefę obciążoną.



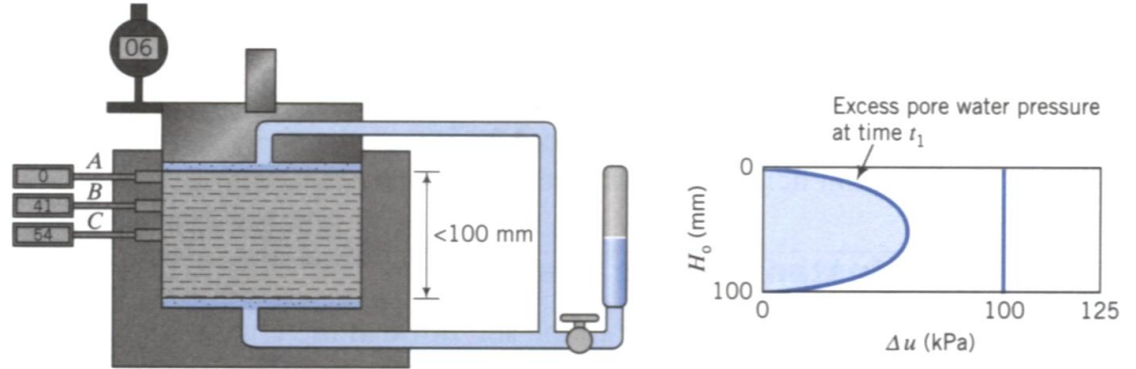
Jednocześnie następuje przyrost naprężeń efektywnych w szkieletcie gruntu. Po zakończeniu procesu konsolidacji ciśnienie w wodzie jest równe ciśnieniu hydrostatycznemu, jakie istniało przed zwiększeniem obciążenia gruntu, a naprężenia efektywne zwiększają się o cały przyrost nacisku na grunt.



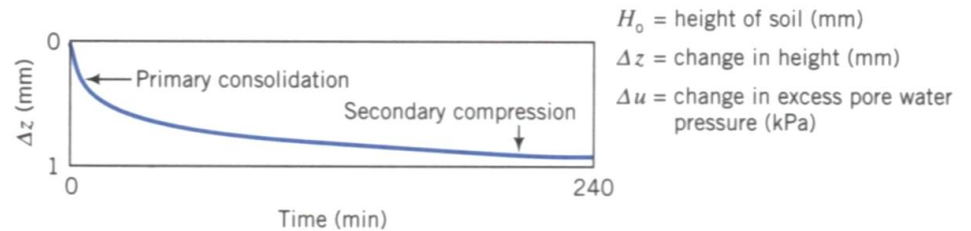
# Ścisłość gruntów



**Konsolidacja  
filtracyjna  
(pierwotna)**



**Konsolidacja  
strukturalna  
(wtórna)**

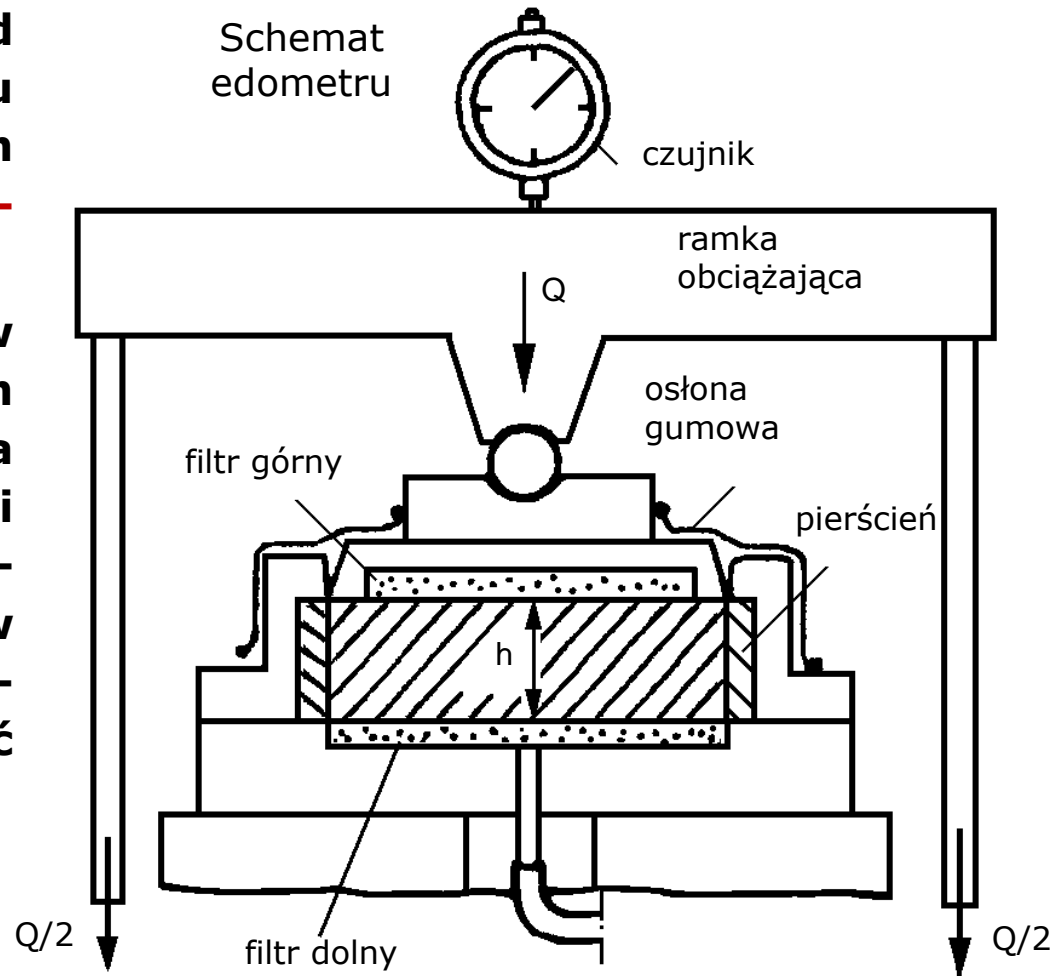




# AGH Ściśliwość gruntów

Zachowanie się gruntu pod obciążeniem lub po odciążeniu bada się w laboratorium **edometrem** lub **konsolidometrem**.

Badanie ściśliwości gruntu w edometrze jest badaniem modelowym – polega na stopniowym obciążaniu próbki gruntu umieszczonej w metalowym pierścieniu, a więc w warunkach uniemożliwiających boczną rozszerzalność próbki.

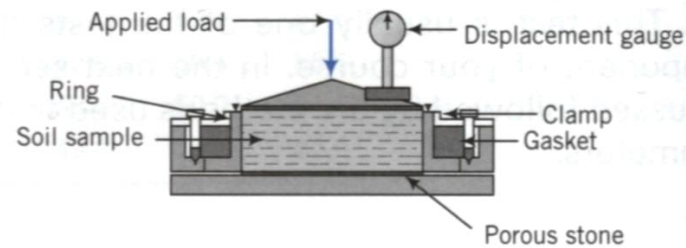




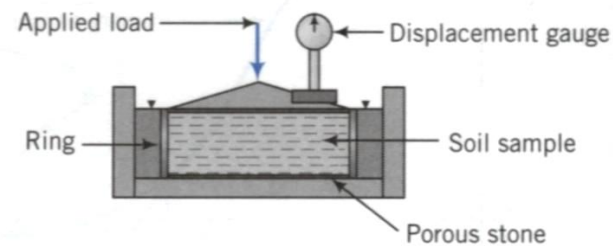
AGH

## Parametry plastyczności gruntów

Warunki badania gruntu w edometrze w dość dużym stopniu odpowiadają warunkom pracy elementu gruntu w naturze pod dużym fundamentem, gdzie boczna rozszerzalność każdego elementu jest również częściowo ograniczona sąsiednimi elementami gruntu.



(b) Fixed ring cell



(c) Floating ring cell



AGH

# Ściśliwość gruntów

## Konsolidometr

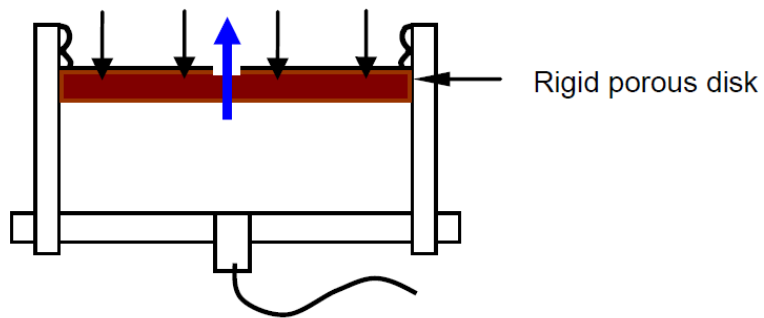


Fig. 2a (above) GDS Rowe and Barden cell showing rigid porous disk for constant axial strain.

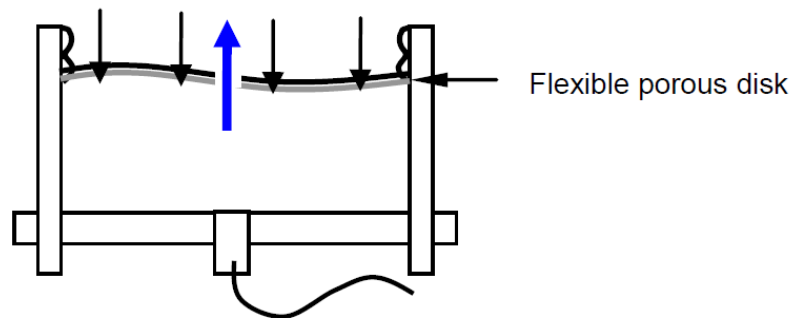


Fig. 2b (above) GDS Rowe and Barden cell showing the flexible porous disk for constant stress tests.

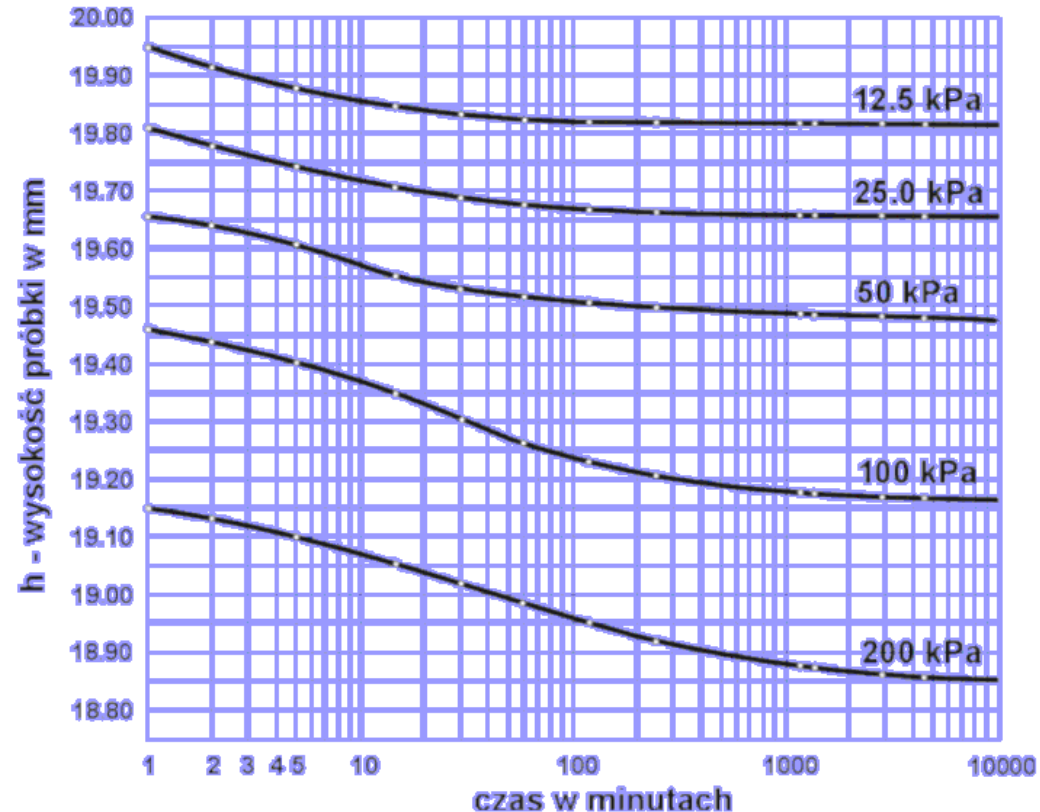




AGH

## Ściśliwość gruntów

Badania ściśliwości gruntów w edometrach przeprowadza się obciążając próbkę stopniowo, tj. zwiększając obciążenie za każdym razem dwukrotnie w stosunku do poprzedniego (np. 12.5 kPa, 25 kPa, 50 kPa, 100 kPa). Odczyty osiadania notuje się po upływie czasów: 30", 1', 2', 4', 6', 8', 30' oraz po 1, 2, 4, 19 i ewentualnie po 24 h.

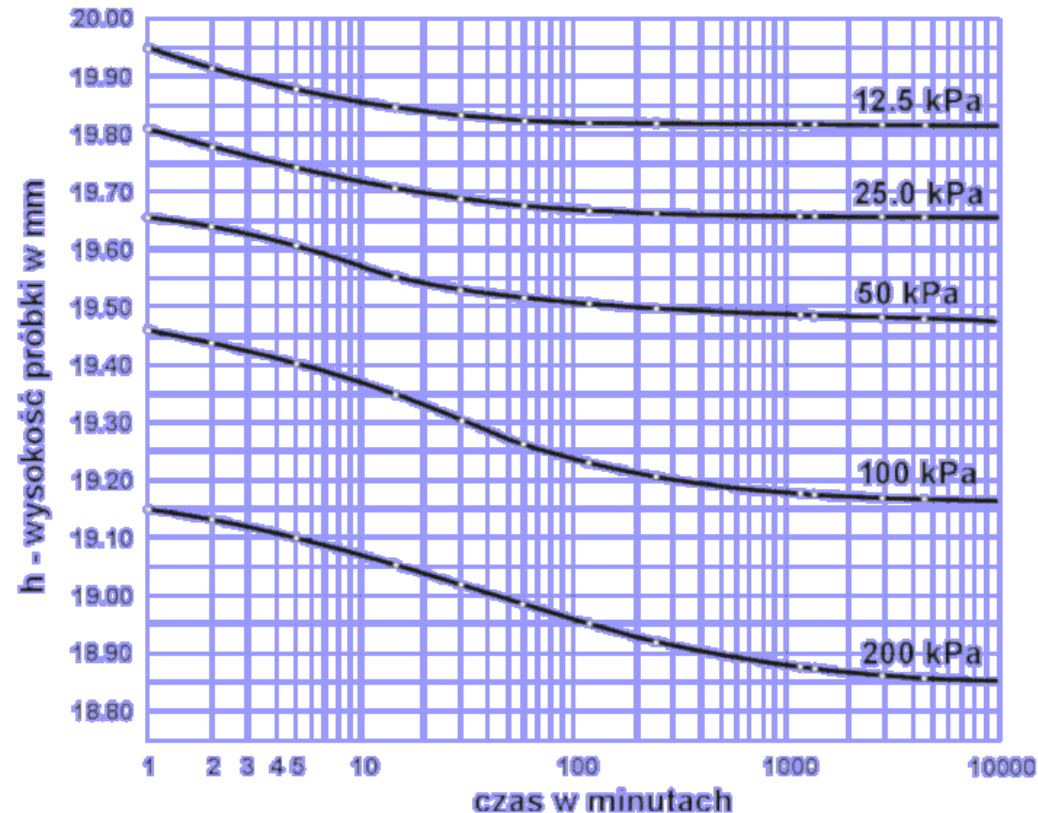




AGH

## Ścisłość gruntów

Bardzo duży wpływ na przebieg ścisłości ma wartość stopni obciążeń. Im większy stosuje się skok obciążeń, tym większą otrzymuje się ścisłość. Prawdopodobnie jest to wywołane powstaniem zbyt dużych naporów w wodzie porowej, co powoduje duże spadki hydrauliczne i może niszczyć układ naturalny szkieletu gruntowego i zwiększać osiadania.



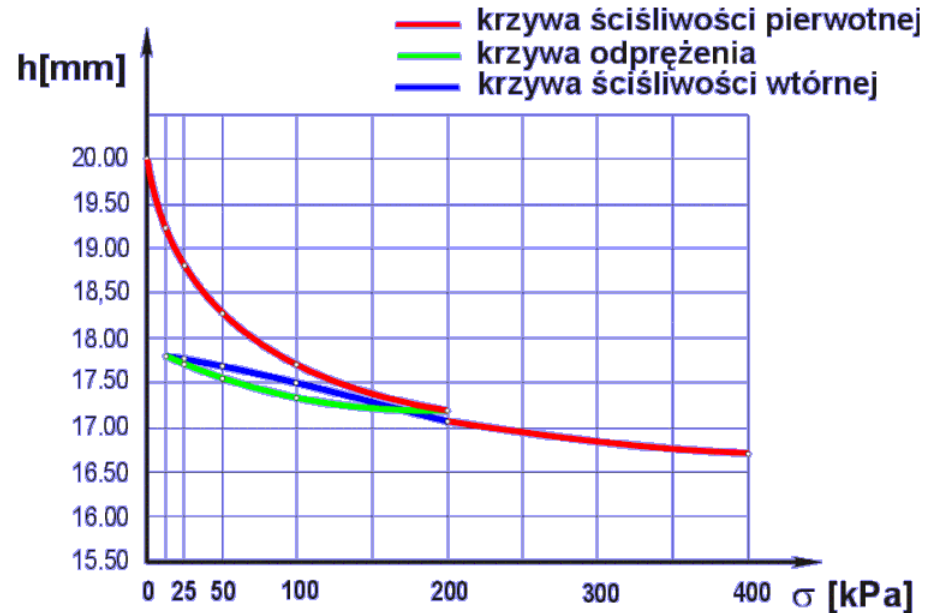


AGH

## Ścisłość gruntów

Mając wartości osiadań przy każdym stopniu obciążenia sporządza się wykres ścisłości (lub odprężenia) gruntu.

Badając w edometrze ścisłość pasty gruntowej uzyskujemy krzywą ścisłości pierwotnej. Przerywając przy pewnym naciśku dalsze obciążenie uzyskujemy krzywą odprężenia.



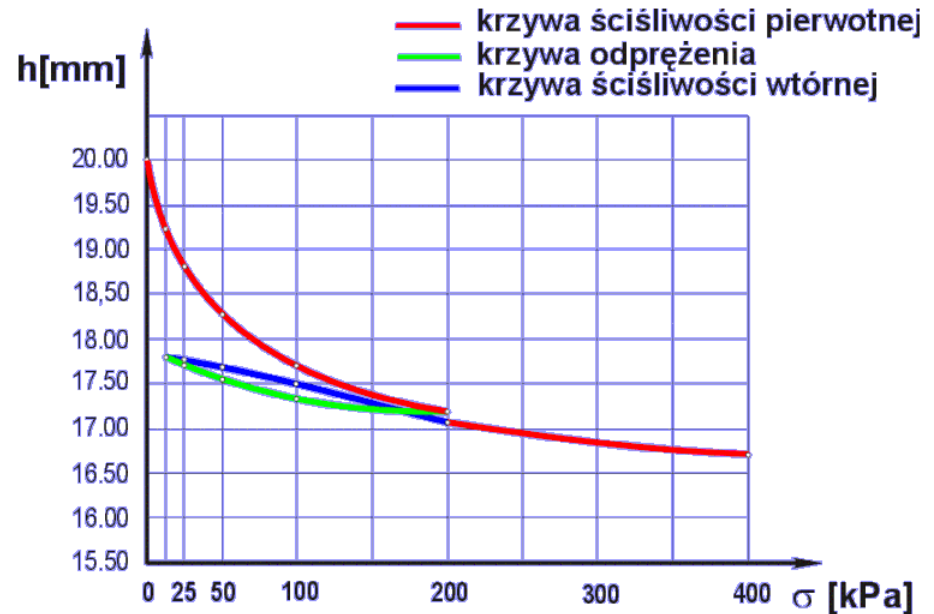


AGH

## Ściśliwość gruntów

Przechodzi ona znacznie poniżej krzywej ściśliwości pierwotnej. Po powtórny obciążeniu krzywa ściśliwości wtórnej początkowo przebiega ponad krzywą odprężenia, potem przecina ją tworząc pętlę histerezy i następnie wpisuje się w kierunek pierwotnej krzywej ściśliwości.

Nachylenie krzywej ściśliwości wtórnej jest znacznie mniejsze niż nachylenie krzywej ściśliwości pierwotnej, co oznacza, że grunt po obciążeniu wtórnym jest mniej ściśliwy niż po obciążeniu po raz pierwszy.







AGH

## Ścisłość gruntów

Wartość **edometrycznego modułu ścisłości pierwotnej** określa się ze wzoru:

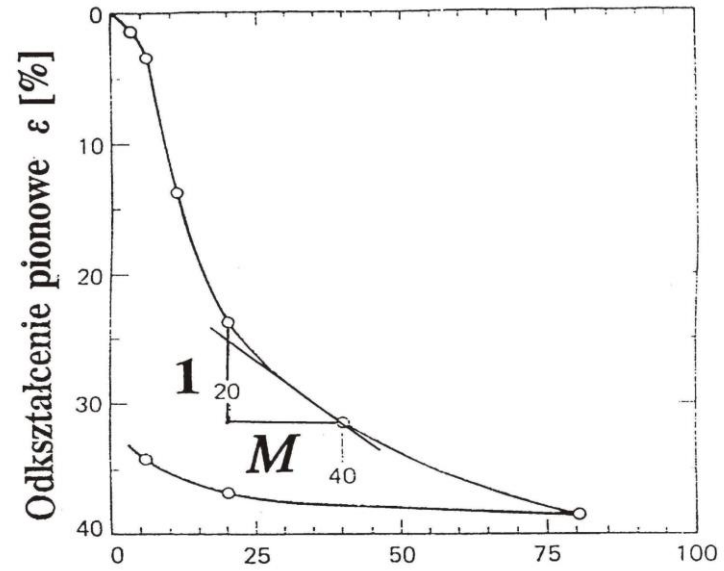
$$M_{0i} = \frac{\Delta\sigma_i'}{\frac{\Delta h_i}{h_i}} = \frac{\Delta\sigma_i' h_i}{\Delta h_i}$$

gdzie:

$\Delta\sigma_i$  – przyrost naprężenia efektywnego w szkielecie gruntu

$\frac{\Delta h_i}{h_i}$  – skrócenie jednostkowe próbki gruntu według krzywej ścisłości pierwotnej, przy czym  $\Delta h_i$  jest osiadaniem próbki na skutek zwiększenia naprężenia efektywnego o  $\Delta\sigma_i'$ .

Moduły ścisłości wtórnej określa się także z powyższego wzoru przyjmując  $\Delta h_i$  oraz  $h_i$  z krzywej ścisłości wtórnej.



Składowa pionowa naprężenia efektywnego  $\sigma'_v$  [kPa]



AGH

## Ścisłość gruntów

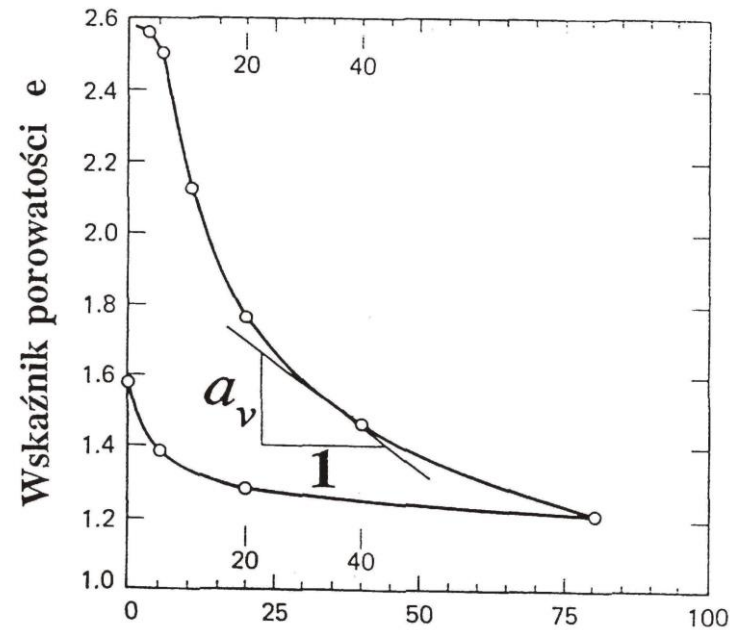
Ścisłość podłoża można także określić za pomocą **współczynnika ścisłości  $a_v$** , który obrazuje zależność zmiany wskaźnika porowatości od zmiany obciążenia gruntu w warunkach niemożliwej jego rozszerzalności bocznej (np. w edometrze).

$$a_v = \frac{\Delta e_i}{\Delta \sigma_i'}$$

gdzie:

$\Delta e_i$  – zmiana wskaźnika porowatości przy zmianie naprężenia w gruncie o  $\Delta \sigma_i'$

$$M_{0i} = \frac{\Delta \sigma_i' h_i}{\Delta h_i} = \frac{\Delta \sigma_i' (1 + e_0)}{\Delta e_i} = \frac{1 + e_0}{a_v}$$



Składowa pionowa naprężenia efektywnego  $\sigma'_v$  [kPa]

## Ścisłość gruntów

W literaturze angielskojęzycznej rozpowszechniony jest **współczynnik ścisłości objętościowej** (współczynnik zmiany objętości gruntu)  $m_v$ :

$$m_v = \frac{1}{M} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\sigma'} = \frac{\Delta h}{\Delta\sigma' \Delta h_0} = \frac{e_0 - e_1}{(1 + e_0)\Delta\sigma'}$$

Pomiędzy **modułem odkształcenia  $E$**  i **edometrycznym modułem ścisłości  $M$**  występuje następująca zależność:

$$M = E \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$\nu$  – współczynnik Poissona



AGH

# Konsolidacja



## Konsolidacja

**Konsolidacja** to proces polegający na odkształceniu gruntu spoistego wskutek przyłożonego obciążenia równocześnie z rozpraszaniem się nadwyżki ciśnienia wody  $\Delta u$ . Proces ten związany jest z odpływem z gruntu wody (zmniejsza się jej objętość w porach), a zatem zależy od filtracyjnych właściwości gruntu.

Etapy procesu konsolidacji:

- **ściśliwość natychmiastowa lub początkowa** – odkształcenie to występuje w chwili przyłożenia obciążenia,
- **konsolidacja pierwotna** odpowiadająca procesowi konsolidacji wg teorii *Terzaghiego*; proces odkształcenia jest w tym etapie uwarunkowany odpływem wody,
- **ściśliwość wtórna**, występującą po rozproszeniu nadwyżki ciśnienia wody w porach spowodowanej obciążeniem; proces ten postępuje przy stałym naprężeniu efektywnym.

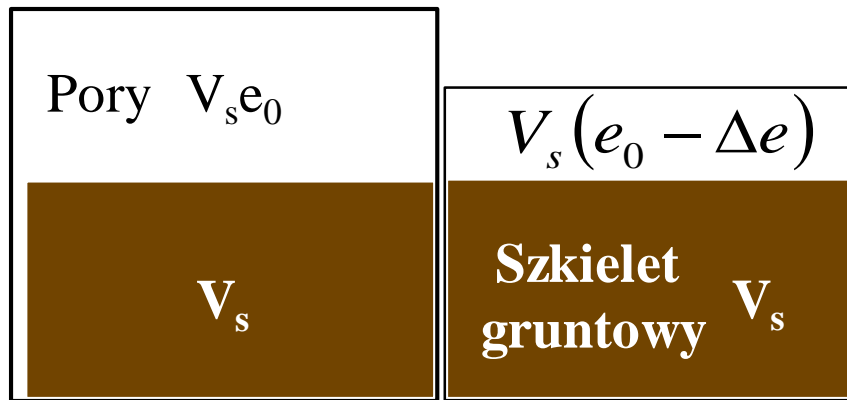


# AGH Ścisliwość gruntów

**AB** – krzywa obciążenia wtórnego,

**BC** – krzywa odciążenia

**CD** – krzywa obciążenia pierwotnego (oznacza że grunt był w przeszłości geologicznej obciążony do punktu B)

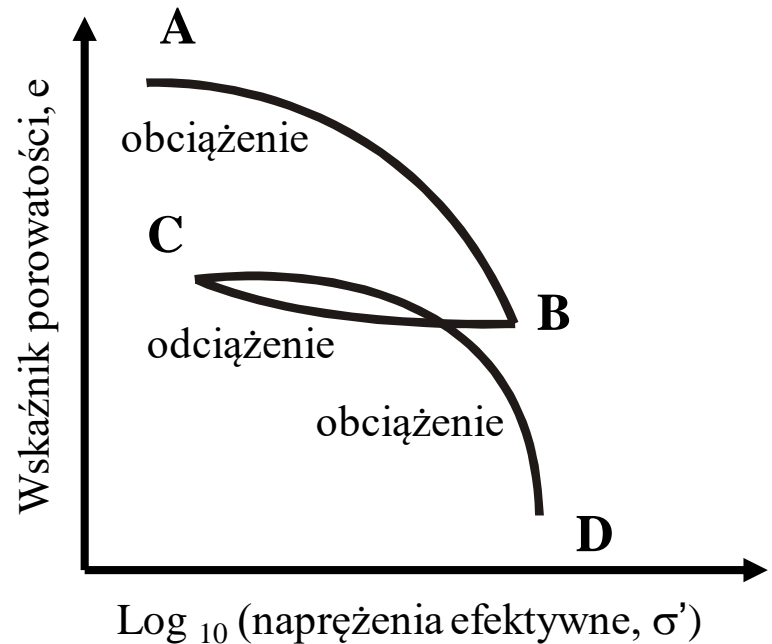


**Przed obciążeniem**

**Po obciążeniu**

**Odształcenie próbki gruntu:**

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta e V_s}{(1 + e_0) V_s}$$



$$\begin{aligned} e &= e_0 - \Delta e = e_0 - \varepsilon_z(1 + e_0) = \\ &= 1 + e_0 - \varepsilon_z(1 + e_0) - 1 = \\ &= (1 - \varepsilon_z)(1 + e_0) - 1 \end{aligned}$$



# AGH Ścisliwość gruntów

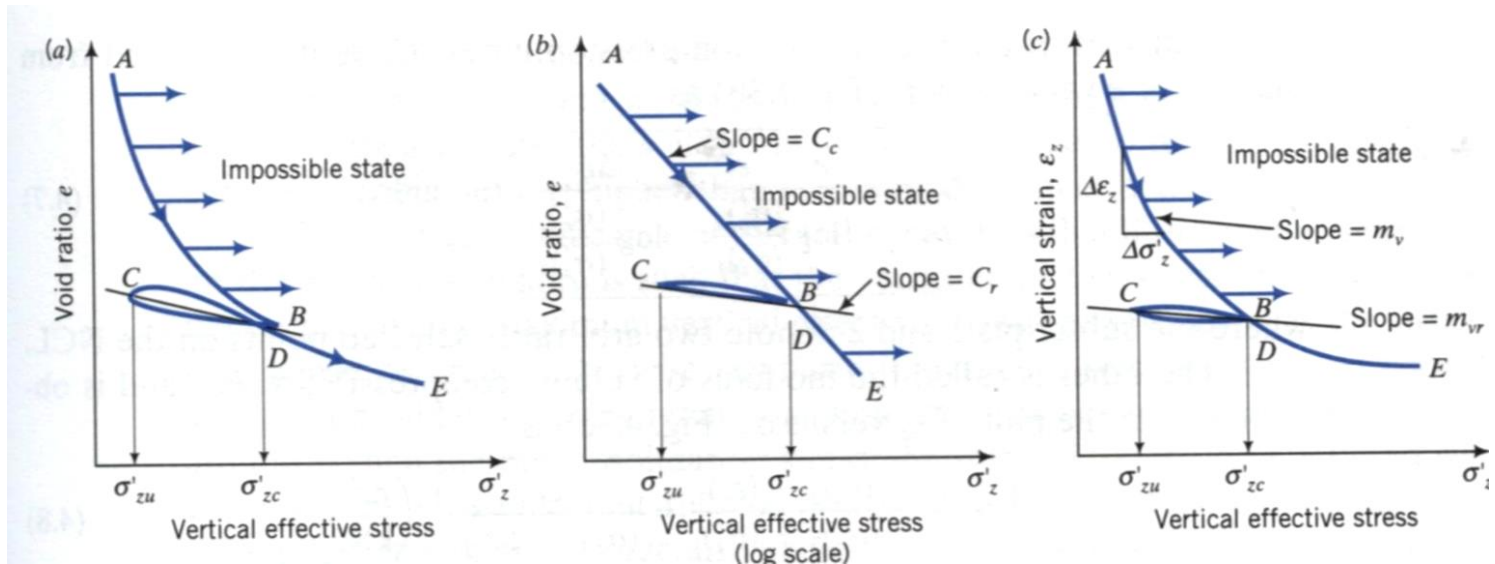
**Napężenie prekonsolidacyjne (pierwotne)** jest to największe napężenie, które było kiedykolwiek wcześniej przyłożone do elementu gruntu (oznaczenia  $\sigma_{zc}'$ ,  $\sigma_c'$ )

Grunt jest **prekonsolidowany (OC)** jeżeli:

Aktualne napężenie efektywne < napężenie prekonsolidacyjne

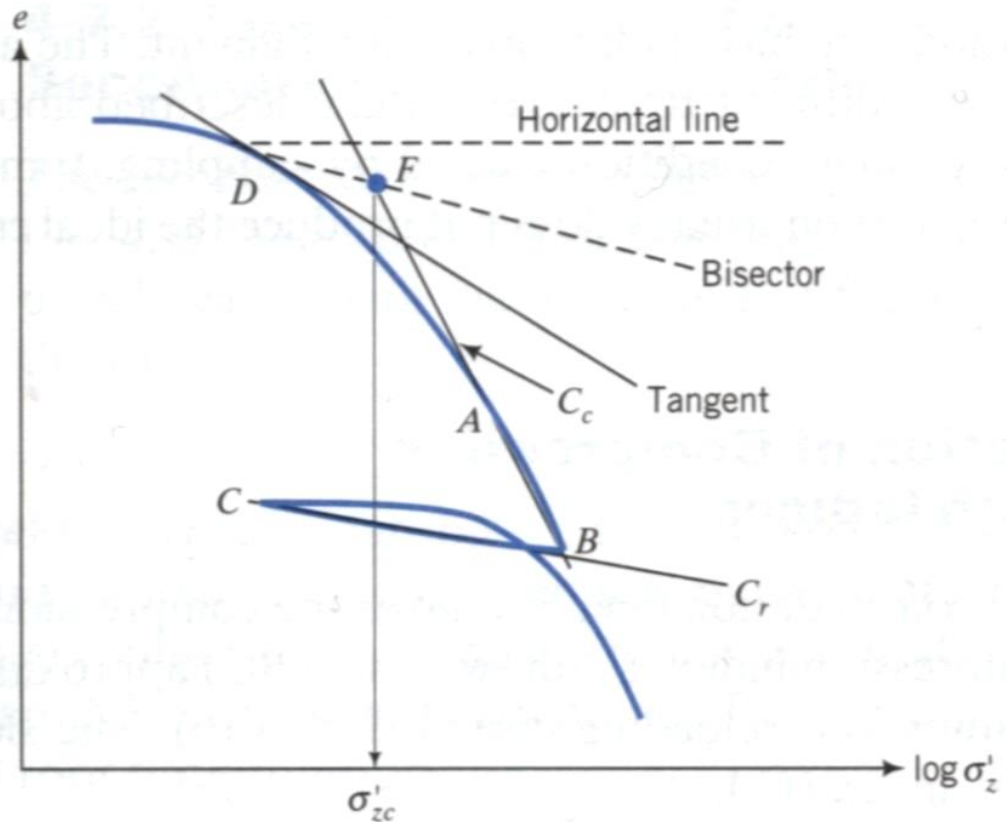
Grunt jest **normalnie skonsolidowany (NC)** jeżeli:

Aktualne napężenie efektywne = napężenia prekonsolidacyjne



## Metoda Casagrande wyznaczania naprężenia prekonsolidacyjnego

1. Wyznaczyć punkt o największej krzywiznie (D).
2. Narysować linię poziomą z punktu D.
3. Narysować styczną do krzywej w punkcie D.
4. Narysować dwusieczną kąta wyznaczonego przez proste z p. 3 i 4.
5. Narysować styczną do krzywej AB.
6. Przecięcie stycznej do krzywej AB i dwusiecznej daje punkt F wyznaczający naprężenie prekonsolidacyjne

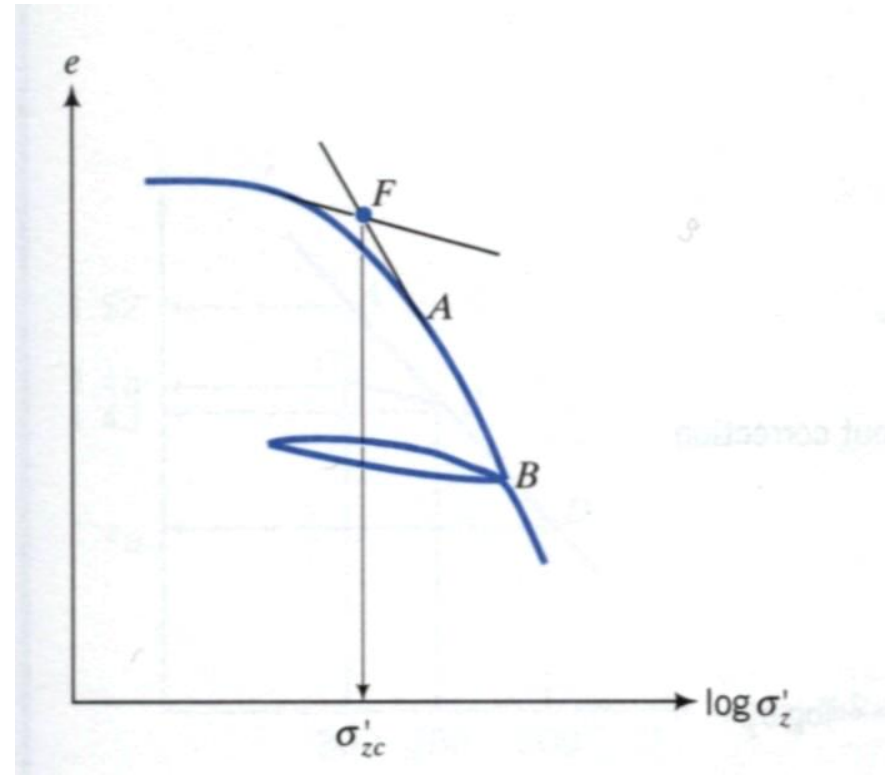




## Metoda uproszczona wyznaczania naprężenia prekonsolidacyjnego

A simple method is that is also used in practice is to project the straight portion of the initial recompression curve to intersect the backward projection of the normal consolidation line at  $F$  as shown in the figure below. The abscissa of  $F$  is  $\sigma_{zc}'$ .

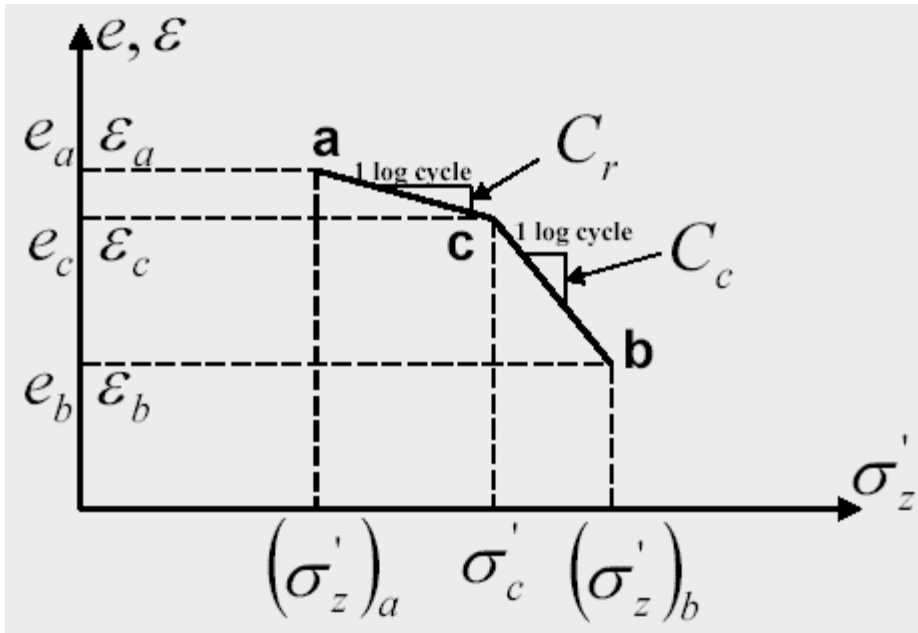
Both of these methods are based on **individual judgment**. The actual value of  $\sigma_{zc}'$  for real soils is more difficult to ascertain than described above. Degradation of the soil from its intact condition caused by sampling, transportation, handling, and sample preparation usually does not produce the ideal curve shown above.





AGH

# Ścisłość gruntów



$C_c$  – wskaźnik ścisłości gruntu

$C_r$  – wskaźnik ścisłości gruntu przy powtórnym obciążeniu

$$\frac{1}{C_{10}} = \frac{C_c}{1 + e_0} \quad C_{10} = \frac{C}{2.3}$$

$$C_r = \frac{e_a - e_c}{(\log \sigma'_c) - (\log \sigma'_z)_a}$$

$$\frac{C_r}{1 + e_0} = \frac{(\varepsilon_z)_c - (\varepsilon_z)_a}{(\log \sigma'_c) - (\log \sigma'_z)_a}$$

$$C_c = \frac{e_c - e_b}{(\log \sigma'_z)_b - (\log \sigma'_c)}$$

$$\frac{C_c}{1 + e_0} = \frac{(\varepsilon_z)_b - (\varepsilon_z)_c}{(\log \sigma'_z)_b - (\log \sigma'_c)}$$



AGH

## Ściśliwość gruntów normalnie skonsolidowanych

Dla gruntów normalnie skonsolidowanych przyjmuje się:

$$\sigma'_{z0} \cong \sigma'_c$$

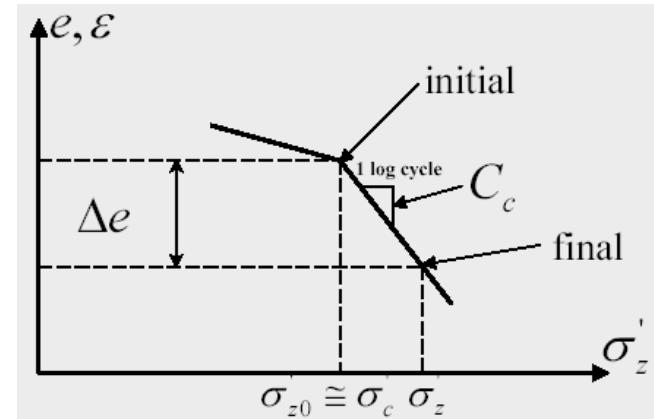
Oznacza to, że obciążenie początkowe jest równe naprężeniu prekonsolidacyjnemu.

Odształcenie pionowe elementu gruntu:

$$\varepsilon_z = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right) \quad \varepsilon_z = -\frac{1}{C} \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right)$$

Przemieszczenie pionowe (osiadanie) elementu gruntu:

$$S = \int \varepsilon_z dz = \int \frac{C_c}{1 + e_0} \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right) dz$$



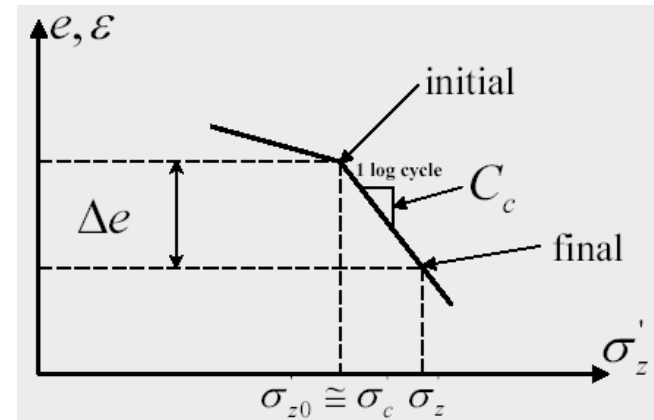


AGH

## Ścisłość gruntów normalnie skonsolidowanych

Praktycznie dla rozwiązywania wszystkich problemów geotechnicznych wystarczający jest podział gruntu na skończoną ilość warstw, obliczenie osiadań dla środka każdej warstwy i zsumowanie osiadań wg wzoru:

$$s = \sum \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right)$$





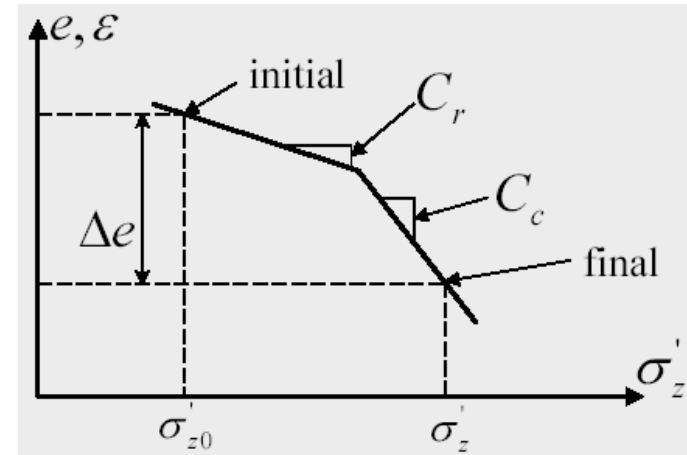
AGH

## Ścisłość gruntów preskonsolidowanych

Dla gruntów normalnie preskonsolidowanych należy uwzględnić, że proces konsolidacji obejmuje zarówno krzywą osiadania wtórnego jak i pierwotnego.

Praktycznie dla rozwiązywania wszystkich problemów geotechnicznych wystarczający jest podział gruntu na skończoną ilość warstw, obliczenie osiadań dla środka każdej warstwy i zsumowanie osiadań wg wzoru:

$$S = \sum \left[ \frac{C_r}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma'_c}{\sigma'_{z0}} \right) + \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_c} \right) \right]$$

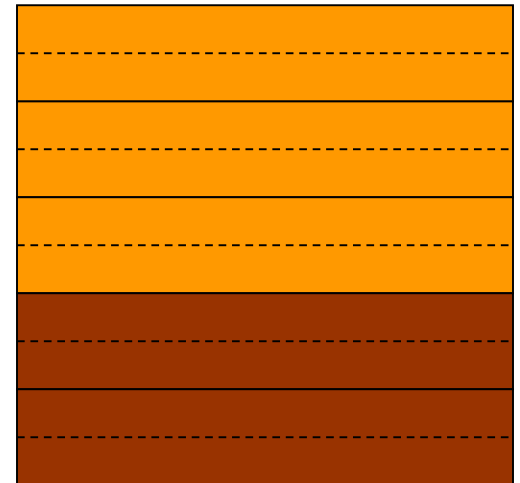


# Ultimate Consolidation Settlement Analysis Procedure

1. Divide the compressible soil profile into strata and identify unit weight for each stratum
2. Determine if each stratum is normally consolidated (NC) or overconsolidated (OC)
3. For each soil stratum assign value for  $C_c(1 + e_0)$  or  $C_r(1 + e_0)$
4. Working downward from the original ground surface divide soil profile into horizontal thin layers (no more than 2÷5 m thick; thinner layers are especially appropriate near the ground surface)
5. Calculate at midpoint of each layer !!!

Overconsolidation margin:

$$\sigma_m' = \sigma_c' - \sigma_{z0}'$$





AGH

## Przykład liczbowy 1

Na gruncie o profilu pokazanym na rysunku planuje się budowę nasypu. Badania laboratoryjne na próbce iltu pobranej w punkcie A dały następujące wyniki:

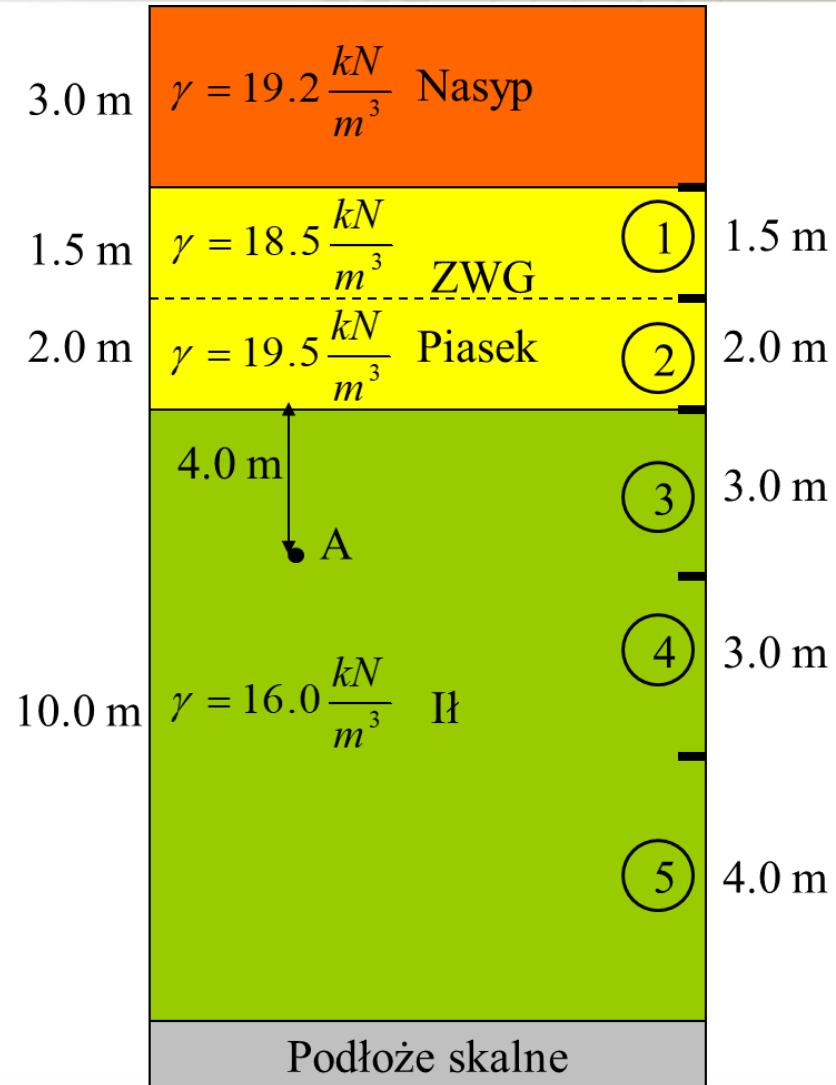
$$C_c = 0.4 \quad e_0 = 1.1$$

$$C_r = 0.08 \quad \sigma_c' = 70 \text{ kPa}$$

Dla piasku należy przyjąć:

$$\frac{C_c}{1+e_0} = 0.008$$

Określić całkowite osiadania gruntu spowodowane budową nasypu.





AGH

## Przykład liczbowy 1

**Naprężenia efektywne w gruncie będą sumą pionowych naprężeń efektywnych i obciążenia od nasypu:**

$$\sigma_z' = \sigma_{z0}' + 3.0 \cdot 19.2 = \sigma_{z0}' + 57.6 \text{ kPa}$$

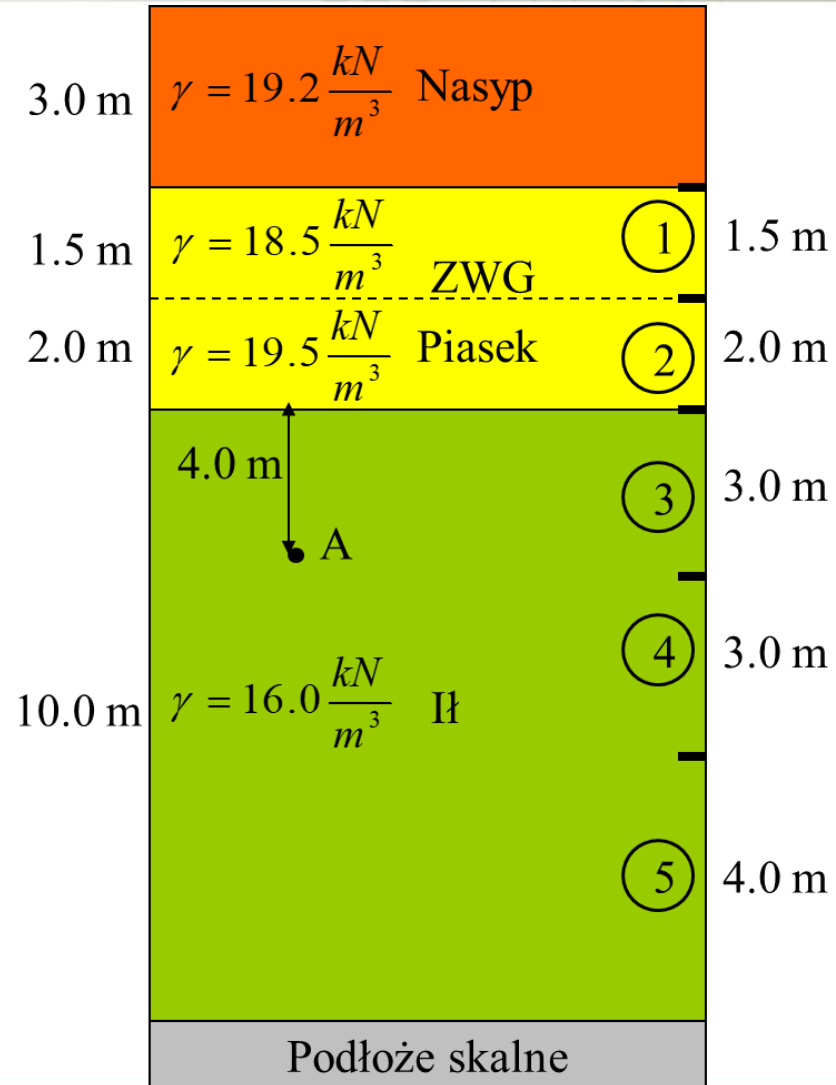
**Naprężenia efektywne w punkcie A:**

$$\sigma_{z0}' = \sum_{i=1}^n (\gamma_i h_i - u) = 18.5 \cdot 1.5 + 19.5 \cdot 2 + 16 \cdot 4 - 9.8 \cdot 6 = 72 \text{ kPa}$$

$$\frac{c_c}{1+e_0} = \frac{0.4}{1+1.1} = 0.19$$

**W punkcie A zachodzi:  $\sigma_c' \cong \sigma_{z0}'$**

**czyli łą jest normalnie skonsolidowany**







AGH

## Przykład liczbowy 1

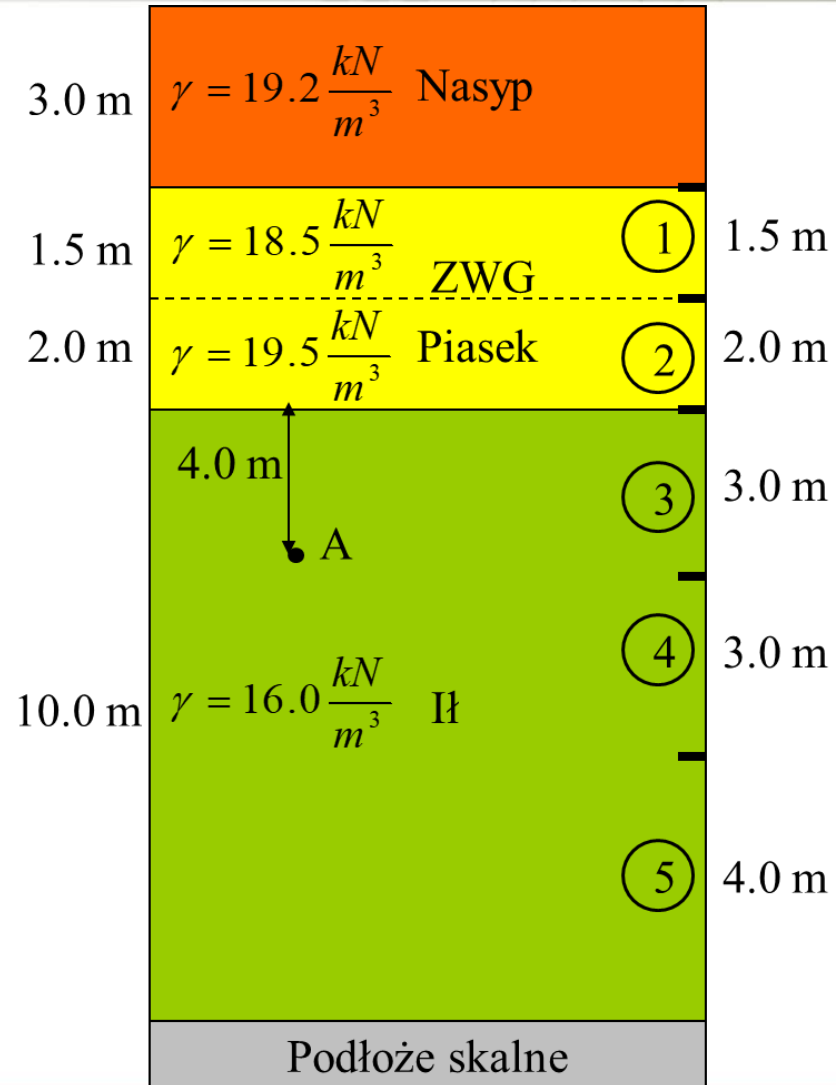
Zakładamy, że próbka pobrana w punkcie A jest reprezentatywna dla całej warstwy iltu i przyjmujemy, że jest on normalnie skonsolidowany.

Zakładamy także, że pod zwierciadłem wody grunty są w pełni nasycone.

Wzór ogólny na określanie osiadania przy przyjęciu powyższych założeń przyjmuje postać:

$$s = \sum \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right)$$

Obliczenia zamieszczono na następnym slajdzie w formie tabeli dla kolejnych warstw oznaczonych numerami w kółkach.





AGH

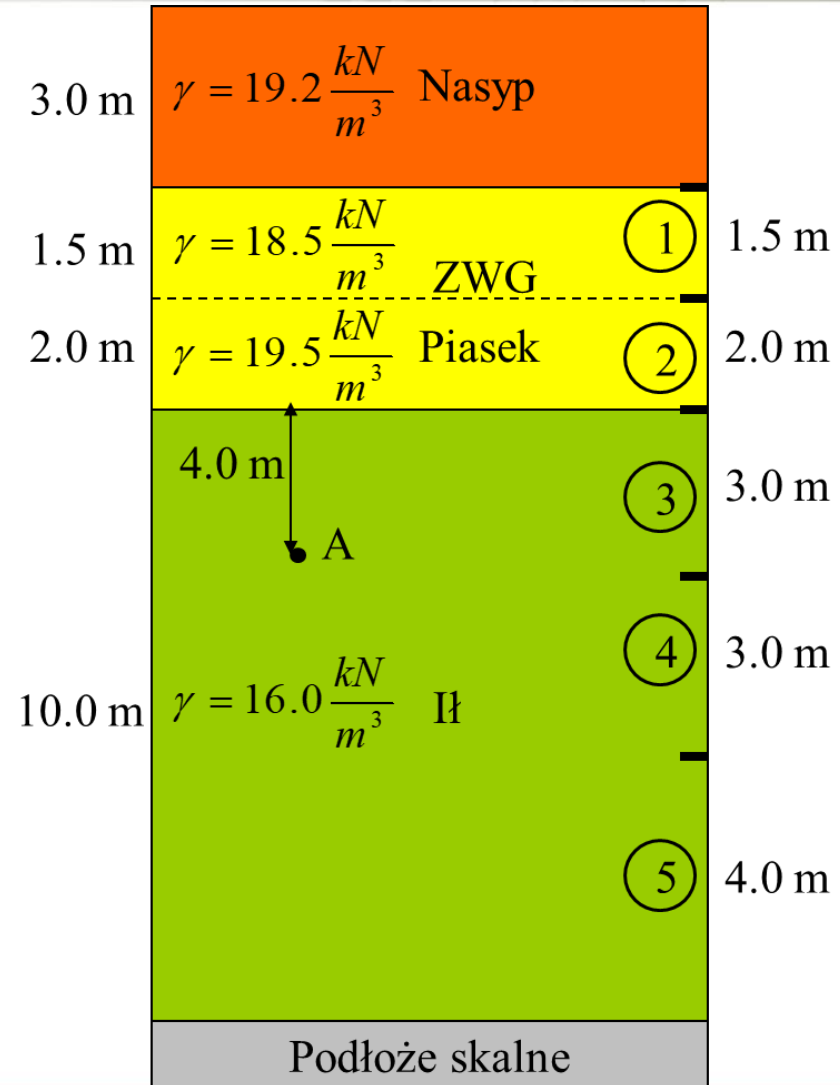
## Przykład liczbowy 1

W-wa	H, m	$\sigma'_{z0}$	$\sigma'_z$	$\frac{C_c}{1+e_0}$	S, mm
1	1.5	13.875	71.5	0.008	8.5
2	2.0	37.25	95	0.008	6.5
3	3.0	56.4	114	0.19	174.1
4	3.0	75	132.6	0.19	141
5	4.0	96.7	154.3	0.19	154.2

**Osiadanie całkowite jest sumą osiadań dla poszczególnych warstw:**

$$S = 484.27 \text{ mm}$$

**UWAGA: naprężenia  $\sigma'_{z0}$  i  $\sigma'_z$  liczymy w ŚRODKU poszczególnych warstw**





AGH

## Przykład liczbowy 2

Na gruncie o profilu pokazanym na rysunku planuje się budowę nasypu. Badania laboratoryjne na próbce iltu pobranej w punkcie A dały następujące wyniki:

$$C_c = 0.25 \quad e_0 = 0.66$$

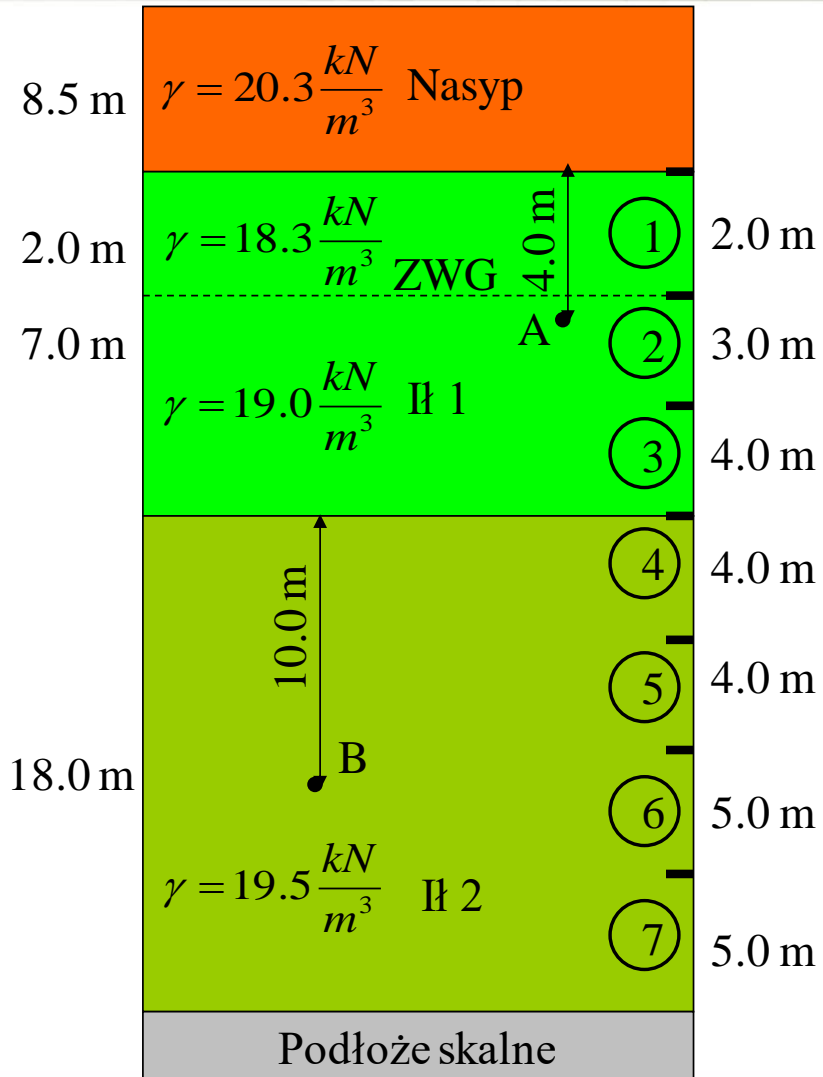
$$C_r = 0.08 \quad \sigma'_c = 101 \text{ kPa}$$

Zaś w próbce B:

$$C_c = 0.2 \quad e_0 = 0.45$$

$$C_r = 0.06 \quad \sigma'_c = 510 \text{ kPa}$$

Określić całkowite osiadania gruntu spowodowane budową nasypu.





AGH

## Przykład liczbowy 2

**Naprężenia efektywne w gruncie:**

$$\sigma'_z = \sigma'_{z0} + 8.5 \cdot 20.3 = \sigma'_{z0} + 172.6 \text{ kPa}$$

**Naprężenia efektywne w punkcie A:**

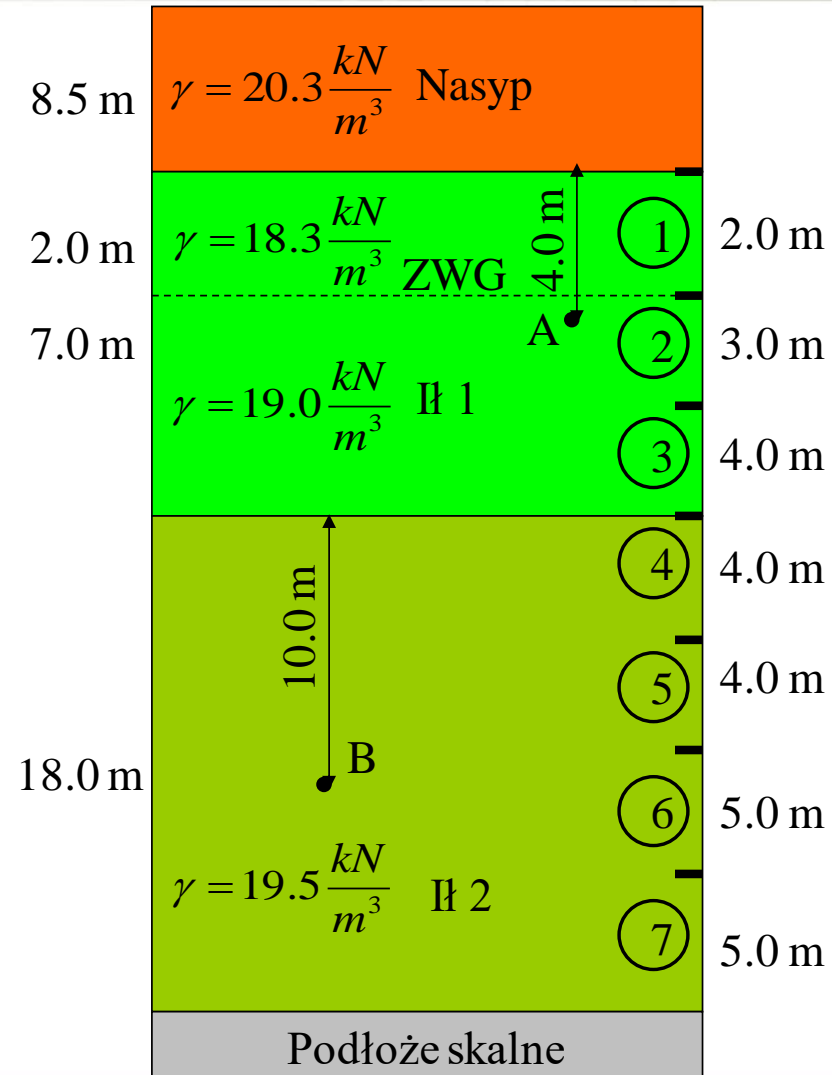
$$\sigma'_{z0} = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i - u = 18.3 \cdot 2.0 + \\ + 19.0 \cdot 2.0 - 9.8 \cdot 2.0 = 55.0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_z = \sigma'_{z0} + 172.6 \text{ kPa} = 55 \text{ kPa} + \\ + 172.6 \text{ kPa} = 227.6 \text{ kPa}$$

**W punkcie A zachodzi więc:**

$$\sigma'_{z0} < \sigma'_c < \sigma'_z$$

**Czyli łą 1 jest prekonsolidowany**



## Przykład liczbowy 2

Zakładamy, że próbka pobrana w punkcie A jest reprezentatywna dla całej warstwy iltu 1 i przyjmujemy, że jest on prekonsolidowany.

Zakładamy także, że pod zwierciadłem wody grunty są w pełni nasycone.

Wzór ogólny na określanie osiadania przy przyjęciu powyższych założeń przyjmuje postać:

$$S = \sum \left[ \frac{C_r}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma_c}{\sigma'_{z0}} \right) + \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma'_z}{\sigma'_c} \right) \right]$$

**Naprężenia efektywne w punkcie B:**

$$\sigma'_{z0} = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i - u = 18.3 \cdot 2 + 19.0 \cdot 7 + 19.5 \cdot 10 - 9.8 \cdot 17 = 198 \text{ kPa}$$



AGH

## Przykład liczbowy 2

$$\sigma'_z = \sigma'_{z0} + 172.6 \text{ kPa} = 198 \text{ kPa} + 172.6 \text{ kPa} = 370.6 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{z0} < \sigma'_c \quad \sigma'_z < \sigma'_c$$

**Czyli ił 2 jest prekonsolidowany**

**Wzór ogólny na określanie osiadania przy przyjęciu powyższych założeń ma postać:**

$$S = \sum \frac{C_r}{1 + e_0} H \log \left( \frac{\sigma_c}{\sigma'_{z0}} \right)$$



AGH

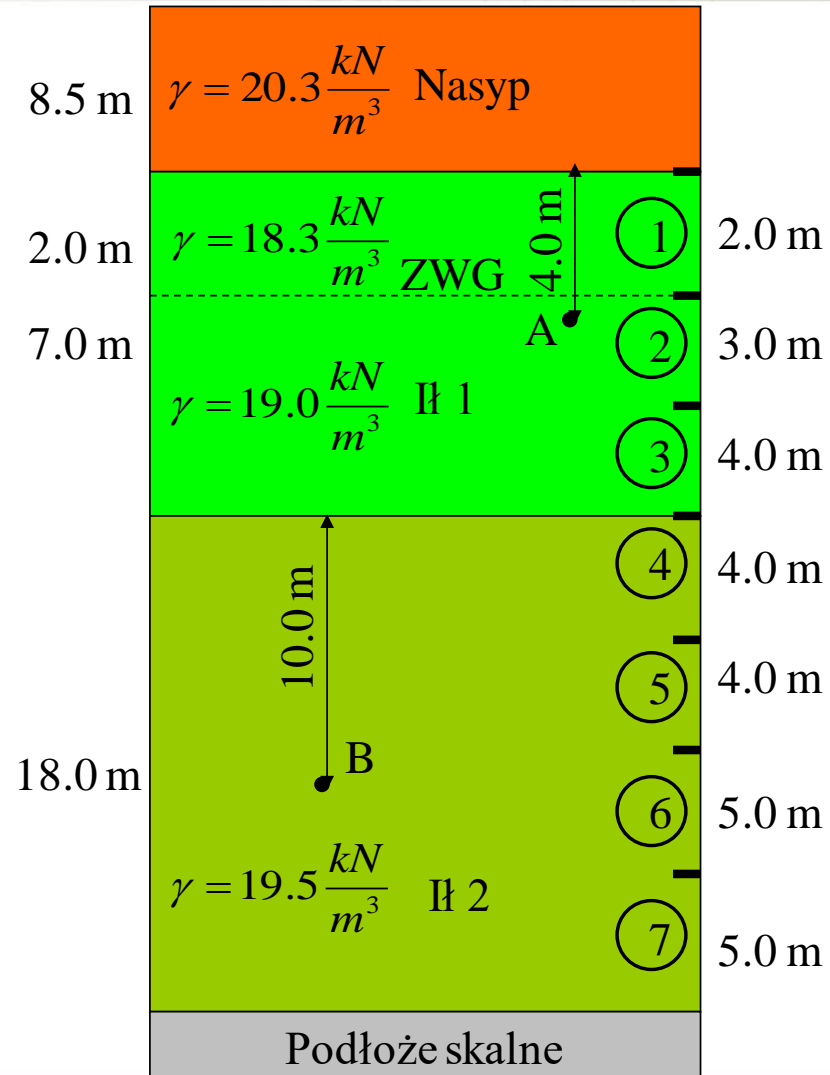
## Przykład liczbowy 2

Obliczenia zamieszczono w formie tabeli dla kolejnych warstw oznaczonych numerami w kółkach.

W-wa	H, m	$\sigma'_{z0}$	$\sigma'_c$	$\sigma'_z$	$\frac{C_r}{1+e_0}$	$\frac{C_c}{1+e_0}$	S, mm
1	2.0	18.3	64.3	190.9	0.05	0.15	196.3
2	3.0	50.4	96.9	223.0	0.05	0.15	206.1
3	4.0	82.6	128.6	255.2	0.05	0.15	217.0
4	4.0	120.4	-	293.0	0.04	0.14	61.8
5	4.0	159.2	-	331.8	0.04	0.14	51.0
6	5.0	202.8	-	375.4	0.04	0.14	53.5
7	5.0	251.4	-	424.0	0.04	0.14	45.4

Osiadanie całkowite jest sumą osiadań dla poszczególnych warstw:

$$S = 831.08 \text{ mm}$$



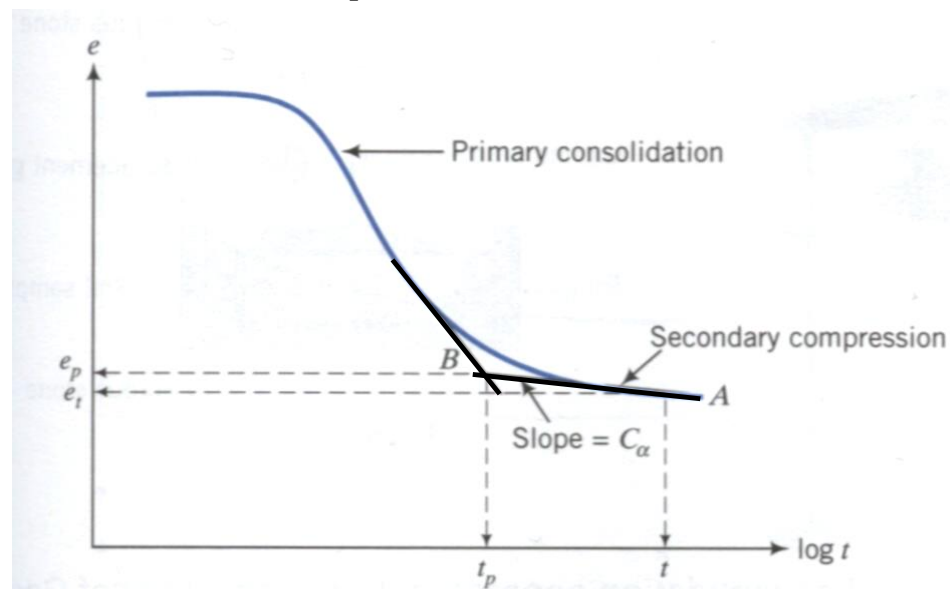
## Ścisłość gruntów

**Ścisłością wtórną** nazywane jest zjawisko odkształcenia próbki przebiegające po rozproszeniu się (spowodowane obciążeniem) ciśnienia wody w porach. Odkształcenie to zachodzi bardzo powoli, przy stałym naprężeniu efektywnym.

**Współczynnik ścisłości wtórnej  $C_\alpha$**  jest parametrem opisującym to zjawisko i jest zdefiniowany wzorem:

$$C_\alpha = - \frac{d\varepsilon_z}{d \log t} = \frac{e_t - e_p}{\log \frac{t}{t_p}}$$

$$\frac{C_\alpha}{1 + e_p} = \frac{d\varepsilon_z}{d \log t}$$





## Ścisłość gruntów

Osiadania wywołane ścisłością wtórną:

$$S = \frac{C_{\alpha}}{1 + e_0} H \log \left( \frac{t}{t_p} \right)$$

Usually the secondary compression settlement is much smaller than consolidation settlement, and thus is not a major consideration. However, in some situations, it can be very important. For example, the consolidation settlement in sanitary landfills is typically complete within the few years, while the secondary compression settlement continues for many decades. Secondary compression settlement on the order of 1 % of the refuse thickness per year have been measured in a 10-year-old landfill.

Significant structures are rarely built on soils that have the potential for significant secondary compression. However highways and other transportation facilities are sometimes built on such a soils (Coduto, 1999).

## Przykład liczbowy 3

Założmy, że pewna warstwa łu o miąższości 10 m charakteryzuje się wartością:

$$\frac{C_{\alpha}}{1 + e_0} = 0.018$$

Zakładając, że osiadania gruntu na skutek konsolidacji po 40 latach od obciążenia będą stanowiły 95 % całkowitych, policzmy osiadania wywołane ścisłością wtórną, które wystąpią podczas następnych 30 lat:

$$S = \frac{C_{\alpha}}{1 + e_0} H \log \left( \frac{t}{t_p} \right) = (0.018 \cdot 10000 \text{ mm}) \cdot \log \frac{40 \text{ lat} + 30 \text{ lat}}{40 \text{ lat}} = 40 \text{ mm}$$

- **Szymański A. – Wykłady z mechaniki gruntów i budownictwa ziemnego**
- **Wiłun Z. – Zarys geotechniki**
- **Lambe T. W. Whitman R.V (1976, 1977) Mechanika gruntów, Tom I i II, Arkady, Warszawa**
- **Verruijt A. 2001. Soil Mechanics**
- **Coduto D.P. 1999. Geotechnical Engineering.**
- **Coduto D.P. 2001. Foundation design.**
- **Jarominiak A. 1999. Lekkie konstrukcje oporowe.**
- **Myślińska E. 2001. Laboratoryjne badania gruntów.**
- **Obrycki M., Pisarczyk S. 1999. Zbiór zadań z mechaniki gruntów.**