



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

Wykład II

Mechanika Gruntów

Marek Cała

**Katedra Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki
Wydział Górnictwa i Geoinżynierii**

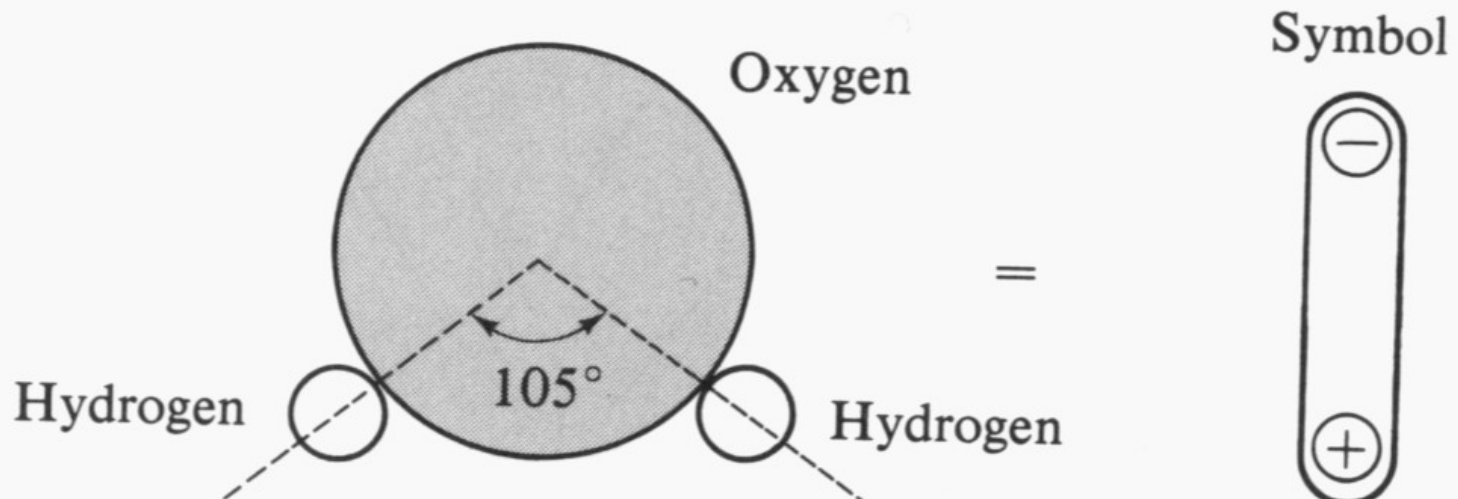
Rodzaje Wód Występujących w Gruncie

Rodzaje wody w gruncie klasyfikuje się na podstawie jej stanu skupienia (**stały, ciekły, gazowy**), ruchliwości i wzajemnego oddziaływania na cząstki gruntowe. Przyjmuje się, że w podłożu gruntowym występuje woda:

- **w postaci pary**
- **związana:**
 - **silnie związana – higroskopijna**
 - **słabo związana – błonkowata**
- **wolna:**
 - **gruntowa**
 - **wsiąkowa**
- **kapilarna (włoskowata)**
- **w stanie stałym**
- **krystalizacyjna i chemicznie związana**

Wody związane

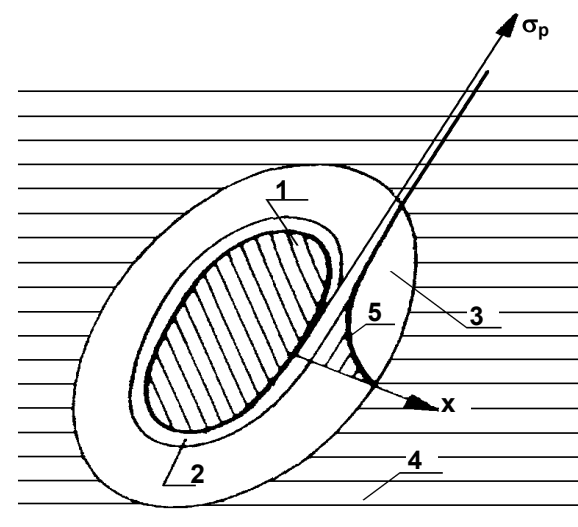
Dlaczego woda jest związana z gruntem?



Woda związana otacza cząstki gruntu w postaci warstw, które są przyciągane przez grunt z różną siłą. Dzieli się na silnie związaną i słabo związaną.

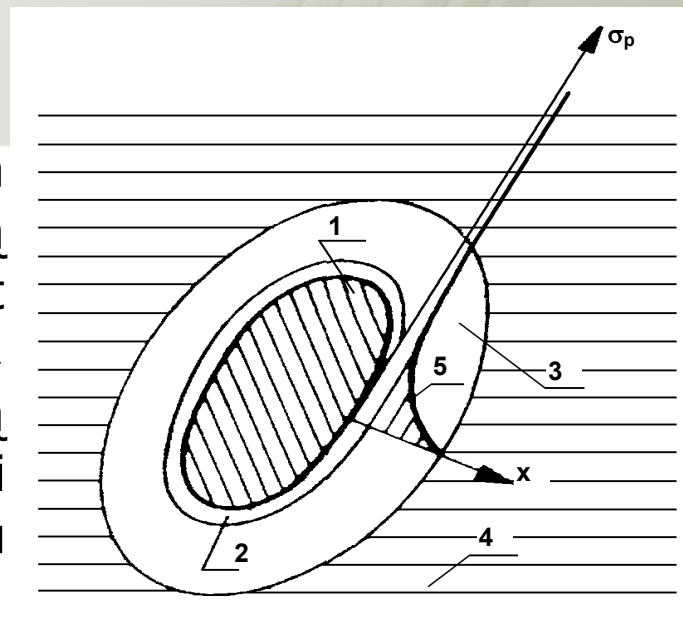
Rozkład sił jednostkowych przyciągających wodę związaną:

- 1 – cząstka stała,
- 2 – woda adsorpcyjna (higroskopijna),
- 3 – woda błonkowata, 4 – woda wolna,
- 5 – wykres sił przyciągania molekularnego



➤ **Woda silnie związana – higroskopowa (adhezyjna, adsorbowana)** jest silnie połączona z powierzchnią cząstek gruntowych. Tworzy powłokę – warstwę **kationów** trwale związanych z powierzchnią cząstki gruntu na skutek przyciągania molekuł wodnych. Nie może działać rozpuszczająco, przechodzić z jednej cząstki na drugą oraz przekazywać ciśnienia hydrostatycznego. Woda adhezyjna przyciągana jest z ciśnieniem dochodzącym do **2500 MPa**. Ma właściwości ciała stałego. Jej gęstość dochodzić może do 2400 kg/m^3 , a temperatura zamarzania do -78° C . Grubość warstwy wód adsorbowanych od 2 do 10 drobin wody. Do ich całkowitego usunięcia potrzebna jest temperatura **350° C**.

➤ **woda błonkowata** - woda słabo związana – błonkowata dzieli się na wodę błonkowatą utwardzoną i wodę błonkowatą luźną. Jest słabiej związana z powierzchnią cząstki, przesuwa się z jednej cząstki na drugą niezależnie od siły ciężkości do chwili wyrównania grubości wodnej na obu cząstkach.

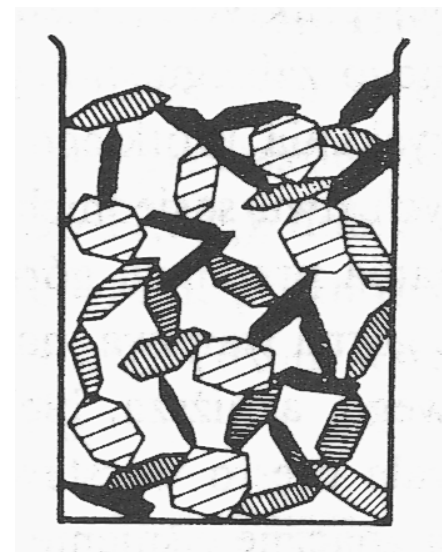


Woda błonkowa stanowi warstwę o grubości od 20 do 200 drobin wody. Grubość powłoki wody błonkowej wokół ziarn kwarcu o średnicy od 0.1 – 0.05 mm wynosi ok. $34 \cdot 10^{-6}$ mm, a dla cząstek 0.01 do 0.005 mm - $5 \cdot 10^{-5}$ mm. Zamarza w temperaturze nieco poniżej 0° C. Nie przenosi ciśnienia hydrostatycznego. Łączna grubość wód związanych na powierzchni cząstek ilowych może dochodzić do **0.001 mm**, a więc może przekraczać wymiar samej cząstki, a tym samym wszystkie wolne przestrzenie. Wpływ wody związanej na własności fizyczne i mechaniczne, a głównie na przepuszczalność, ściśliwość, kapilarność jest tym większy, im drobniejsze są cząstki gruntu.

ZJAWISKO TIKSOTROPII polega na przechodzenia żelu w zol i odwrotnie, wskutek mechanicznych oddziaływań (wibracji, wstrząsów, mieszania, działania ultradźwięków itp.) W tworzeniu się żelu udział biorą wszystkie cząstki zawiesiny, z których po pewnym czasie powstaje ciągła struktura komórkowa.

Właściwości tiksotropowe mają grunty zawierające cząstki iłowe o rozmiarach koloidów $< 0,0002$ mm.

Cząstki iłowe i koloidalne tworzą pomiędzy większymi ziarnami tiksotropowe spoiwo w postaci ciągłej siatki przestrzennej, nadają gruntowi spoistość i wytrzymałość. Naruszenie struktury tiksotropowej spoiwa gruntu wskutek drgań i wibracji powoduje uplastycznienie gruntu, a nawet jego upłynnienie.



Upłynnienie gruntów (Soil Liquefaction)

Jest to utrata nośności (wytrzymałości) gruntów piaszczystych lub pylastych pod wpływem obciążeń dynamicznych (drgań).

Czynniki sprzyjające upłynnianiu:

- drobnoziarnistość,
- równoziarnistość,
- stopień zagęszczenia (luźne lub średniozagęszczone),
- zawodnienie.

Osiadanie zapadowe

Osiadaniem zapadowym nazywamy zdolność gruntu, znajdującego się pod określonym obciążeniem, do szybkiej zmiany objętości pod wpływem nasycenia wodą.

Cechę tę wykazują niektóre lessy. Czynniki warunkujące osiadanie zapadowe:

- skład granulometryczny (przewagę frakcji pyłowej z małą ilością części koloidalnych),
- skład mineralny,
- wapnistość,
- zasolenie powyżej 0,3%,
- wilgotność naturalną niższą od granicy plastyczności,
- dobrze widoczną makroporowatość,
- porowatość powyżej 45%.

Lessy o niewielkiej wilgotności naturalnej charakteryzują się niewielką ściśliwością oraz zazwyczaj zdolnością do osiadania zapadowego.

Natomiast lessy o wysokiej wilgotności wykazują stosunkowo dużą ściśliwość i brak zdolności do osiadania zapadowego (E. Myślińska, 1984).

Osiadanie zapadowe

- Najprostsze wyjaśnienie mechanizmu zjawiska osiadania zapadowego sprowadza się do uznania, że w wyniku zetknięcia się z wodą zostają przerwane wiązania istniejące między elementami szkieletu (pierwotnymi cząstkami i ziarnami oraz agregatami), a wobec dużej porowatości następuje załamanie się całej struktury szkieletowej lessów.
- Według niektórych autorów (B. Grabowska-Olszewska, 1988) przyczyną załamania struktury „są tzw. mostki ilaste dające wiązania typu punktowo-koagulacyjnego między elementami strukturalnymi, które są uwarunkowane siłami o charakterze jonowo-elektrostatycznym”.
- Niewykluczone jest również, że istniejące mostki ilaste pod wpływem wody, powodującej zmniejszenie tarcia wewnętrznego ułatwiają przesuwanie się cząstek i zmianę trwałości struktury. Nie znaleziono jednak wyraźnej zależności między zawartością frakcji iłowej a osiadaniem zapadowym.

Występowanie lessów



Osiadanie zapadowe

Miarą intensywności zjawiska jest wskaźnik osiadania zapadowego i_{mp} (PN-88/B-04481) oznaczany w warunkach jednoosiowego (edometrycznego) odkształcenia i obliczany wg wzoru:

$$i_{mp} = \frac{h' - h''}{h_0}$$

gdzie:

h' – wysokość próbki nienaruszonej w mm po stabilizacji odkształceń przy naprężeniu całkowitym σ_{zt} , odpowiadającym **ciężarowi gruntu i budowli** przed nasyceniem wodą ,

h'' – wysokość tej próbki w mm przy tym samym naprężeniu, ale po **całkowitym nasyceniu wodą**,

h_0 – wysokość próbki w mm po stabilizacji odkształceń przy naprężeniu pierwotnym σ_z odpowiadającym **ciężarowi gruntu** na rozpatrywanej głębokości.

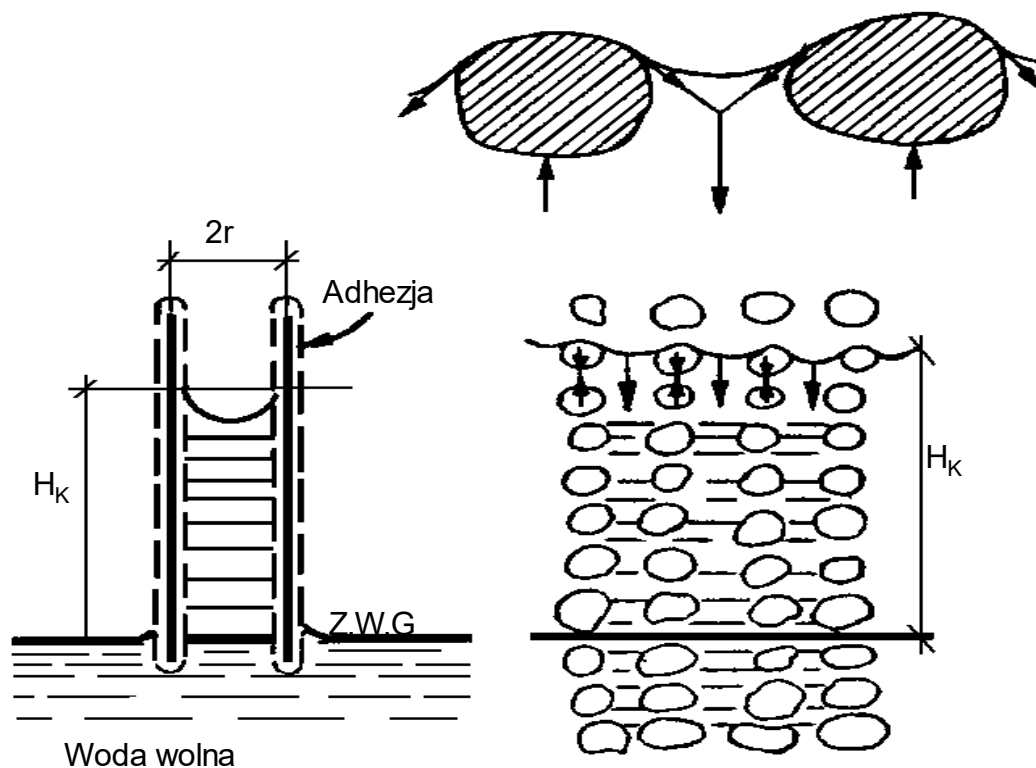
W zależności od wartości, jaką wykazują, lessy sklasyfikowano jako:

- **zapadowe**: o $i_{mp} > 0,02$ [-]; o strukturze nietrwałej, wrażliwej na działanie wody;
- **niezapadowe**: o $i_{mp} < 0,02$ [-]; o strukturze trwałej, niewrażliwej na działanie wody.

Kapilarność

Kapilarność jest wynikiem działania dwu zjawisk:

- przyczepności (adhezji) wody do ścianek rurki
- napięcia powierzchniowego wody



Kapilarność

Woda włoskowata – kapilarna przenosi ciśnienie hydrostatyczne, zamarza w temperaturze poniżej 0°C.

Wodę kapilarną dzieli się na trzy typy:

- 1. Woda naroży porów** tworzy się w miejscach styku cząstek w postaci oddzielnych kropli.
- 2. Woda zawieszona** nie ma bezpośredniej łączności z poziomem wód gruntowych, stąd nie może być przez nie zasilana.
- 3. Właściwa woda kapilarna** podnosi się w górę do poziomu wód gruntowych.

Kapilarność

Wysokość kapilarnego podciągania H_k wody ponad swobodne jej zwierciadło można wyznaczyć w sposób następujący:

Ciężar słupa wody w rurce wynosi:

$$G = H_k \pi r^2 \rho_w g$$

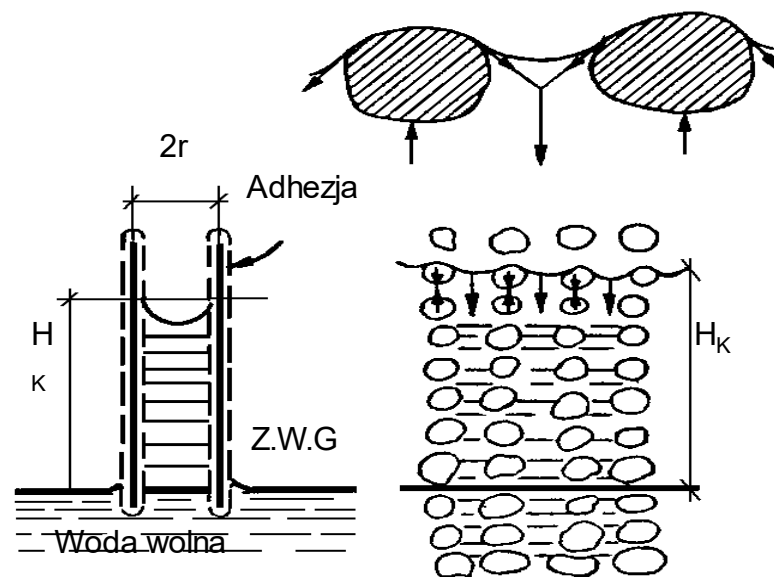
gdzie:

H_k - wysokość kapilarnego podciągania wody

r - promień kapilary

ρ_w - gęstość właściwa wody,

g - przyspieszenie ziemskie.



Kapilarność

Siła napięcia powierzchniowego przy kącie zwilżania $\alpha = 0$ (kąt styku menisku wody z powierzchnią ścianki kapilary szklanej, dla czystego szkła $\alpha = 0$) wynosi:

$$Q_p = 2\pi r \sigma_{np}$$

gdzie: σ_{np} .- napięcie powierzchniowe wody.

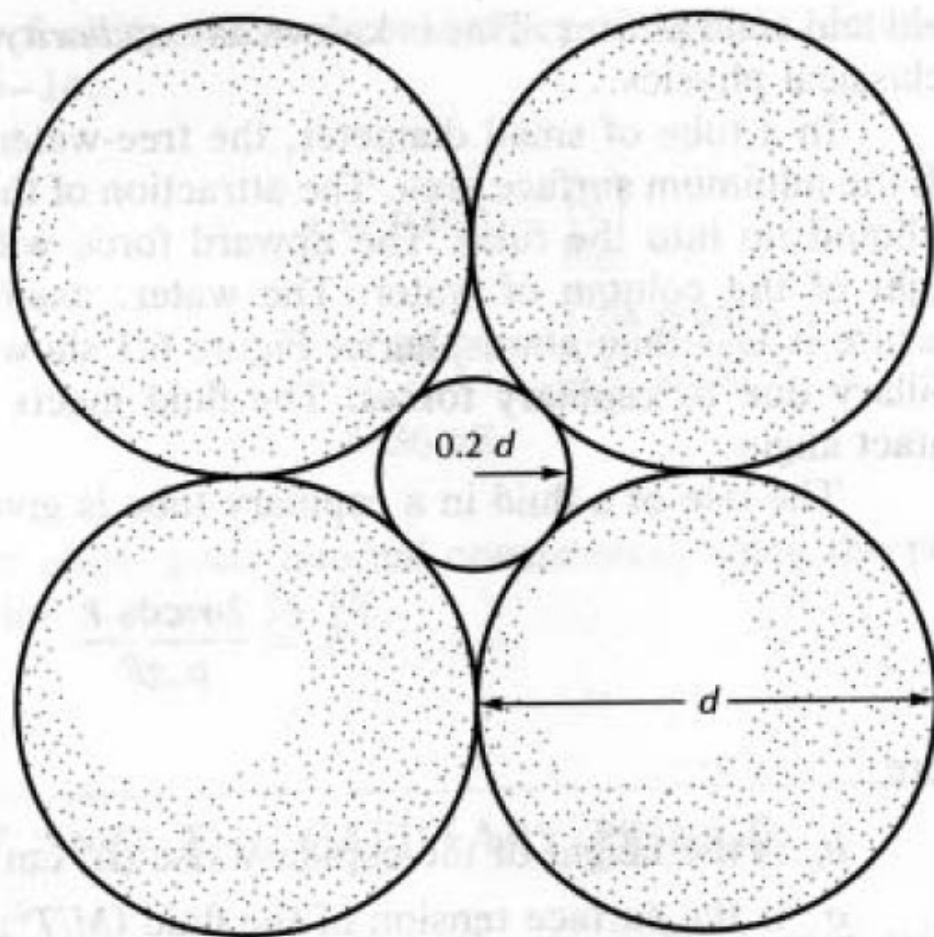
Porównując prawe strony obu równań otrzymujemy:

$$H_k = \frac{2\sigma_{np}}{r\rho_w g}$$

Przyjmując, że siła napięcia powierzchniowego wody w temperaturze 10^0 C wynosi 0.0727 N/m otrzymujemy przybliżony wzór na wysokość podnoszenia kapilarnego:

$$H_k = \frac{0.15}{r} [cm]$$

Jak określać średnicę porów w gruntach?



W gruntach drobnoziarnistych ekwiwalentny promień porów równy jest w przybliżeniu 0.2 średnicy ziarn. Do wstępnych obliczeń wysokości podnoszenia kapilarnego można więc przyjąć, że:

$$r = 0.2 d$$

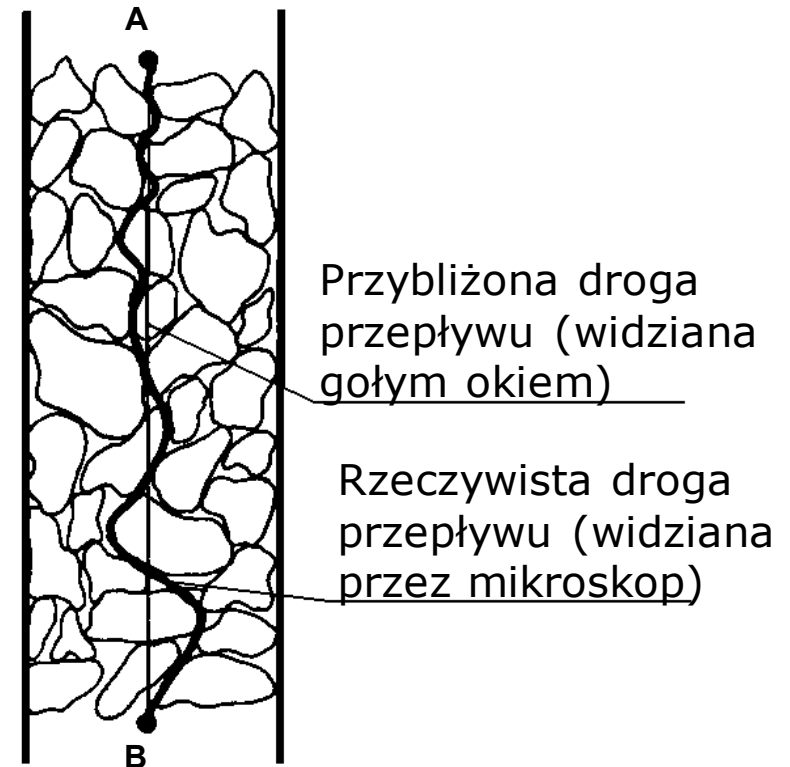
Przepływ Wody w Gruncie

- **Istota Przepływu Cieczy w Gruncie**
- **Filtracja**
- **Prawo Darcy'ego**
- **Ograniczenia Prawa Darcy'ego**
- **Podstawowe Równanie Przepływu w Gruncie**
- **Siatka Filtracyjna**

Istota Przepływu Cieczy w Gruncie

Pory w gruncie są połączone, więc przepływ wody możliwy jest nawet w najbardziej zagęszczonych gruntach naturalnych.

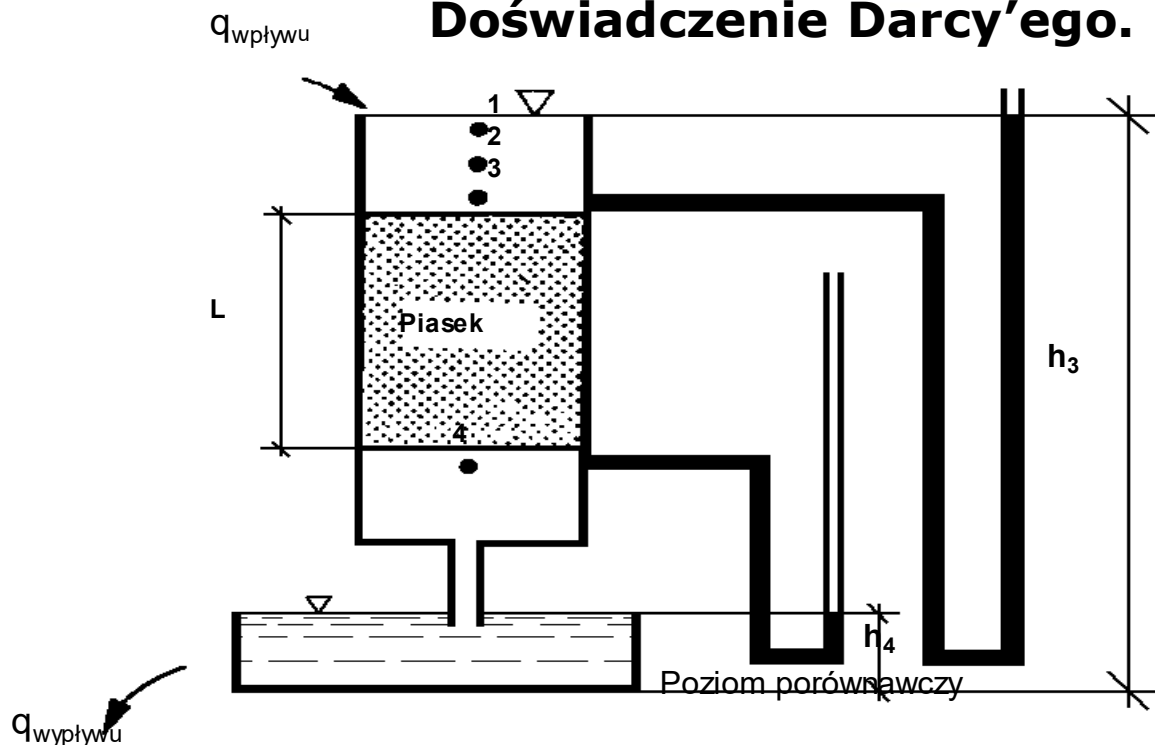
W próbce gruntu woda może przepływać z punktu A do punktu B, jednakże nie po linii prostej i ze stałą prędkością, lecz od poru do poru po krzywej.



Droga przepływu w gruncie.

Prawo Darcy'ego. Filtracja.

Doświadczenie Darcy'ego.



$$q = k \frac{h_3 - h_4}{L} A = kiA$$

$$i = \frac{h_3 - h_4}{L}$$

$$q = kiA$$

q - wydatek przepływu,

k - stała, współczynnik proporcjonalności, zwany **współczynnikiem filtracji**,

h_3 - wysokość ponad poziomem porównawczym, do której nastąpiło podniesienie wody w piezometrze umieszczonym powyżej próbki,

h_4 - wysokość jak h_3 lecz w piezometrze poniżej próbki,

L - długość próbki, A - pole całkowite poprzecznego przekroju.

Prawo Darcy'ego. Filtracja.

$$\frac{q}{A} = ki = v$$

Stosując zasadę ciągłości można powiązać prędkość dopływu $\mathbf{v}$ ze średnią rzeczywistą prędkością przepływu przez grunt v_s

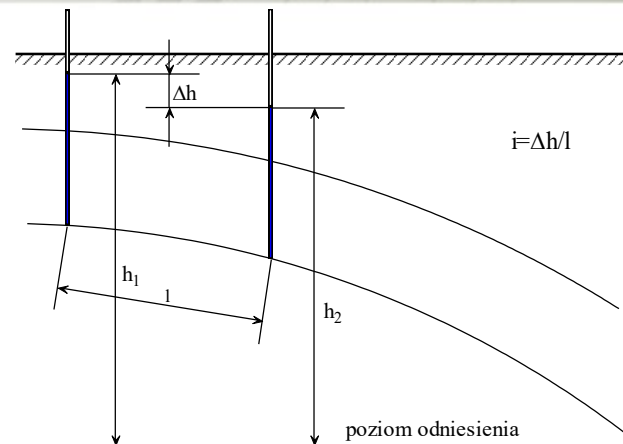
$$q = vA = v_s A_p, \quad v_s = v \frac{A}{A_p} = v \frac{AL}{A_p L} = v \frac{V}{V_p} = \frac{v}{n}$$

Prędkość filtracji to **średnia rzeczywista prędkość przepływu w gruncie** v_s jest ona równa prędkości dopływu podzielonej przez porowatość:

$$v_s = \frac{v}{n} = \frac{ki}{n}$$

Filtracja to ruch wody gruntowej, zależy od:

- **ośrodka gruntowego w którym przepływ się odbywa**
- **uziarnienia ośrodka gruntowego** (im drobniejsze jest uziarnienie gruntu tym większe są opory ruchu wody)
- **struktury i porowatości**



Orientacyjne wartości współczynnika filtracji

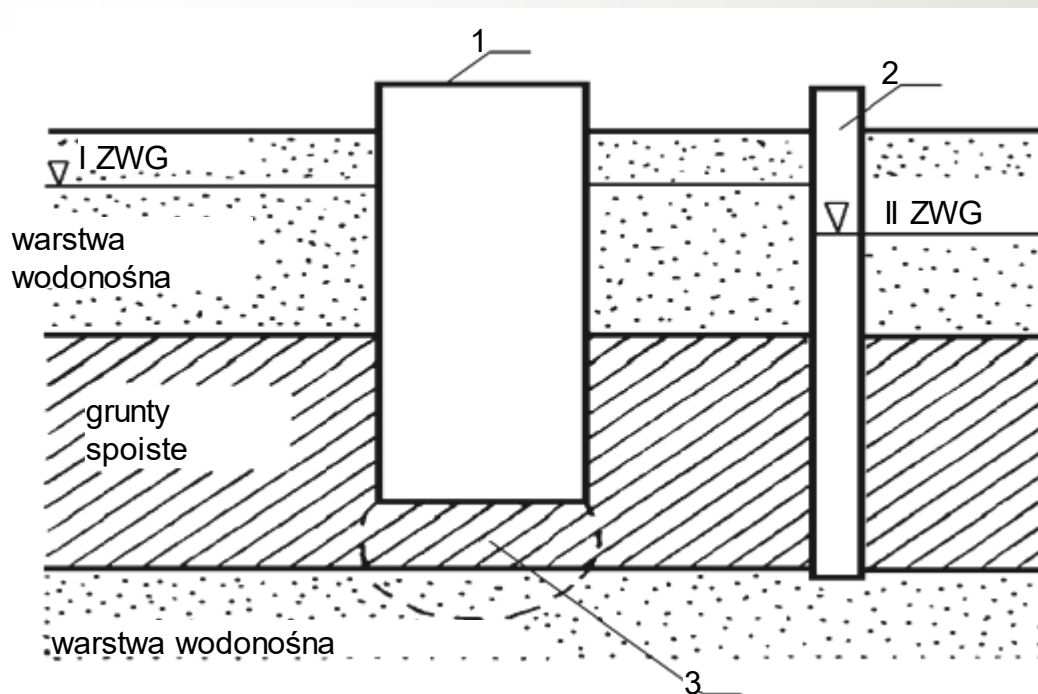
Nazwa gruntu	Współczynnik filtracji, k, m/s
Drobny żwir	10^{-2} - 10^{-3}
Piasek gruboziarnisty	10^{-3} - 10^{-4}
Piasek dronoziarnisty	10^{-4} - 10^{-5}
Piasek pylasty	10^{-5} - 10^{-6}
Less o strukturze nienaruszonej	10^{-5} - 10^{-6}
Less o strukturze przerobionej	10^{-7} - 10^{-9}
Pył	10^{-6} - 10^{-8}
Gliny	10^{-8} - 10^{-10}
Gliny zwarte	10^{-9} - 10^{-11}
Iły	10^{-10} - 10^{-12}

Zmiany w Gruncie Wywołane Filtracją

- **Kurzawka**
- **Wyparcie gruntu**
- **Przebiecie hydrauliczne**
- **Sufozja**
- **Kolmatacja**

Kurzawka najczęściej występuje w piaskach drobnych. W gruntach o grubym uziarnieniu, np. w żwirach, zjawisko to występuje niezmiernie rzadko. Jest to spowodowane niewielkimi gradientami $i \ll 1$, jakie na ogół występują w gruntach o dużej przepuszczalności (gruboziarnistych).

Zmiany w Gruncie Wywołane Filtracją



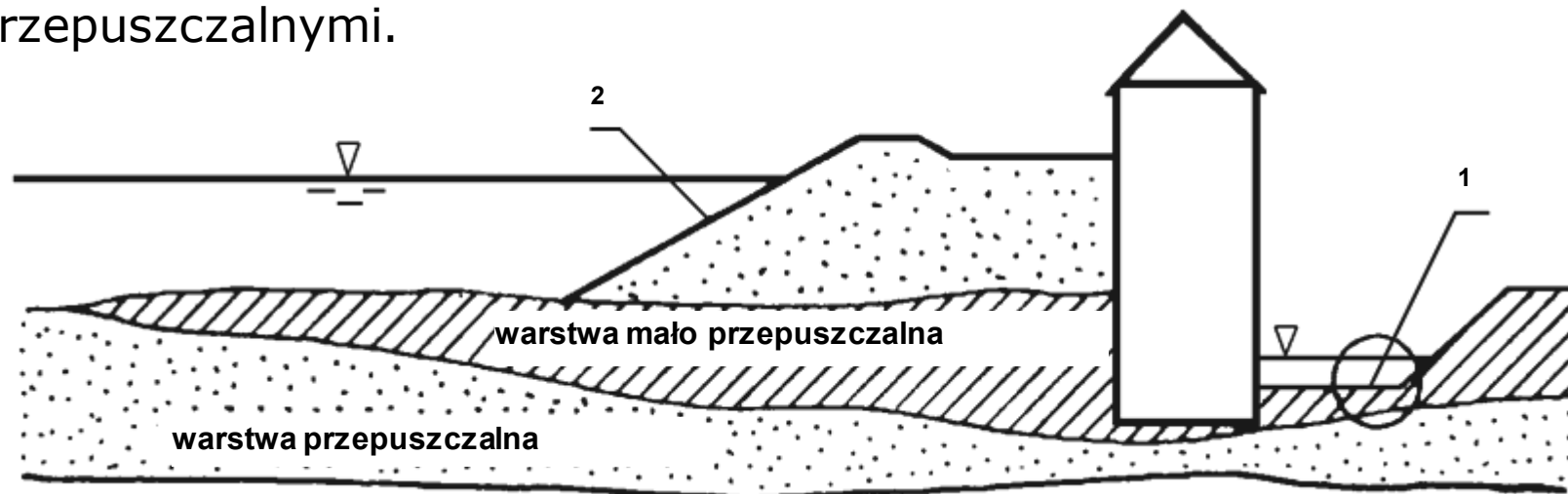
Przykład warunków gruntowo – wodnych, w których może nastąpić przebicie:

- 1 – studnia opuszczona,
- 2 – piezometr,
- 3 – strefa zagrożenia wyparciem.

Wyparciem gruntu nazywa się zjawisko polegające na przesunięciu pewnej objętości gruntu (często wraz z obciążającymi ją elementami ubezpieczeń). Wyparta masa powiększa swoją objętość i porowatość. Zjawisko wyparcia może występować nie tylko w kierunku pionowym do góry, lecz również poziomo w podłożu budowli piętrzących wodę, a niekiedy również w kierunku do dołu.

Zmiany w Gruncie Wywołane Filtracją

Przebicciem hydraulicznym nazywa się zjawisko tworzenia się kanału (przewodu) w masie gruntowej, wypełnionego gruntem o naruszonej strukturze (w końcowej fazie zjawiska – zawiesiną), łączącego miejsca o wyższym i niższym ciśnieniu wody w porach. Na powierzchni terenu przebicie hydrauliczne jest widoczne w postaci źródła. Zjawisko przebicia występuje przeważnie w gruntach mało spoistych podścielonych gruntami przepuszczalnymi.



Przykład warunków geologicznych, w których może nastąpić przebicie:
 1 – miejsce zagrożenia przebicciem.

Zmiany w Gruncie Wywołane Filtracją

Sufozja to zjawisko polegające na wynoszeniu przez filtrującą wodę drobnych cząstek gruntu (przesunięcie ich na inne miejsce lub wyniesione poza obręb gruntu). W rezultacie sufozji powiększają się pory, wzrasta współczynnik filtracji i prędkość wody. Woda o większej prędkości może poruszać coraz większe ziarna gruntu i powodować dalszy rozwój procesu sufozji aż do utworzenia się kawern lub kanałów w gruncie. Zjawisko przybiera wtedy cechy przebicia hydraulicznego.

Sufozja występuje wtedy, gdy zostanie przekroczony i_{kr} lub prędkość krytyczna v_{kr} .

$$v_{kr} = \frac{\sqrt{k}}{15}$$

gdzie: k - współczynnik filtracji [m/s].

Zmiany w Gruncie Wywołane Filtracją

Sufozja występuje w gruntach sypkich, (przede wszystkim różnoziarnistych). W zależności od miejsca występowania sufozji w zaporze rozróżnia się:

- **sufozję wewnętrzną** (występuje wewnątrz danego rodzaju gruntu)
- **zewnątrzną i kontaktową** (w strefie przypowierzchniowej zapory lub podłoża a także na styku różnych warstw gruntu, gdy kierunek ruchu wody jest prostopadły do styku).
- **Sufozja mechaniczna**
- **Sufozja chemiczna**

Zasady Zabezpieczania Gruntów Przed Szkodliwym Działaniem Filtracji

Środki, którymi zabezpiecza się grunty przed szkodliwym działaniem filtracji można podzielić na trzy grupy.

- 1. Sposoby zabezpieczeń zmniejszających spadek hydrauliczny** (wydłużenie drogi filtracji – np. ścianki szczelne, przesłony etc.).
- 2. Konstrukcje gruntowe zwane filtrami odwrotnymi.**
- 3. Odwodnienie.**

Zasady Zabezpieczania Gruntów Przed Szkodliwym Działaniem Filtracji

Działanie filtrów odwrotnych polega na następującej zasadzie: jeśli woda przepływa kolejno przez np. trzy warstwy gruntu o coraz większym współczynniku filtracji, to przy założeniu ciągłości przepływu można napisać zależność:

$$v = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3$$

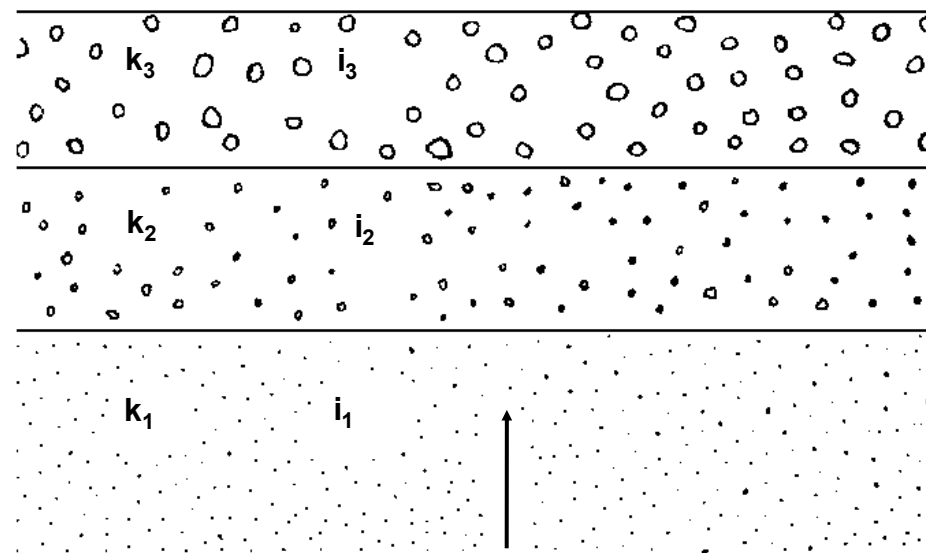
gdzie:

v - prędkość [m/s],

k_1, k_2, k_3 - współczynnik filtracji w poszczególnych warstwach [m/s],

i_1, i_2, i_3 - spadki hydrauliczne w poszczególnych warstwach

Schemat filtru odwrotnego.



Zasady Zabezpieczania Gruntów Przed Szkodliwym Działaniem Filtracji

Ponieważ

$$k_1 < k_2 < k_3$$

uwzględniając równanie będzie

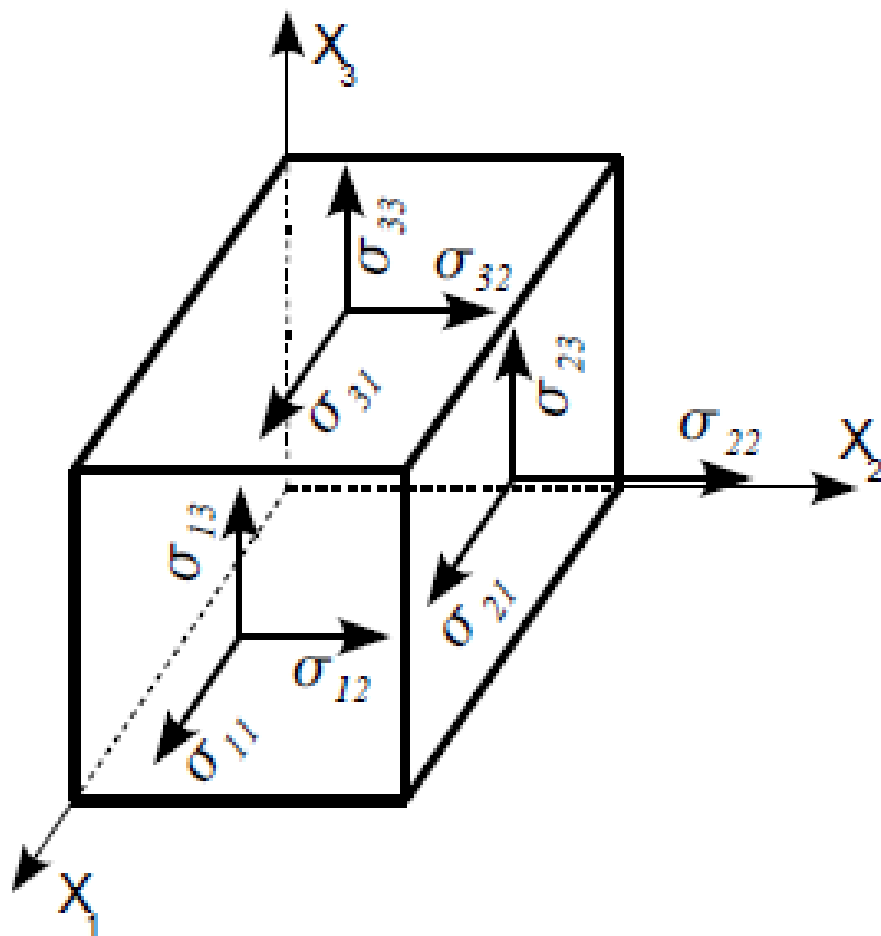
$i_1 > i_2 > i_3$ z otrzymanej zależności wynika, że jeśli na warstwie 1 gruntu drobniejszego, zagrożonego działaniem filtracji, ułożona zostanie warstwa 2 gruntu grubszego, to będzie w niej mniejszy spadek hydrauliczny, a zatem mniejsze ciśnienie sphywowe. Na skutek obciążenia warstwami wyżej leżącymi poprawią się warunki warstwy dolnej.

Podczas ruchu wody możliwe jest wypłukiwanie ziaren drobnych, co prowadzi do „zamulenia filtrów” i utraty ich funkcji (kolmatacja). Aby temu zapobiec wymiary ziaren materiału filtracyjnego muszą spełniać określone kryteria. W praktyce najczęściej stosuje się następujące kryteria doboru uziarnienia materiału filtra.

Naprężenie w Gruncie

- **Stan naprężenia w gruncie**
- **Naprężenie geostatyczne (pierwotne)**
- **Naprężenia efektywne**
- **Naprężenie powstałe wskutek działania obciążeń zewnętrznych**
- **Graficzna interpretacja naprężenia**

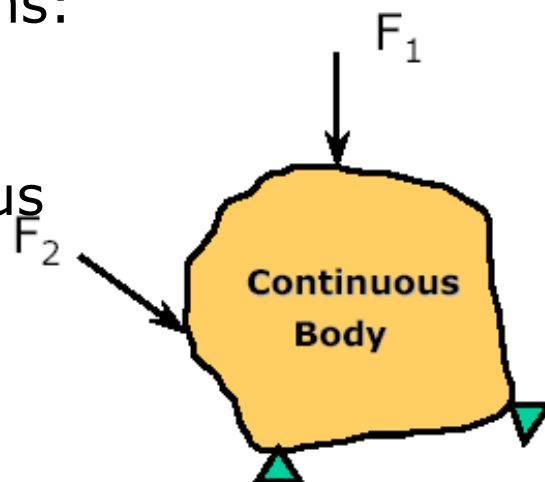
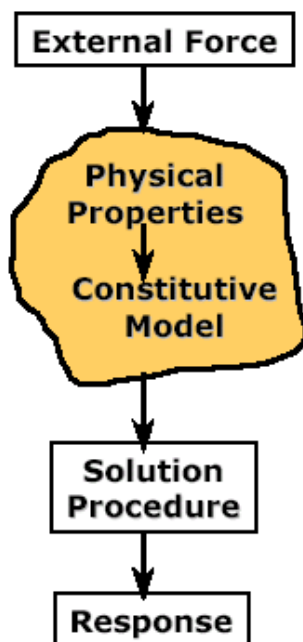
Stan Naprężenia w Gruncie



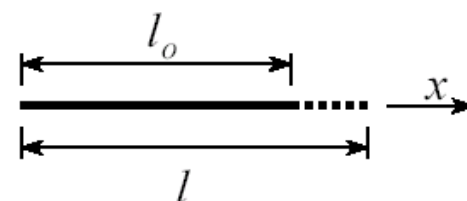
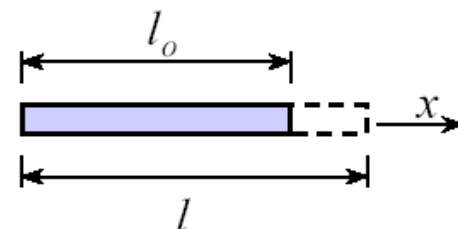
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Simplifying assumptions:

1. Soil is continuous
2. Soil is homogeneous
3. Soil is isotropic

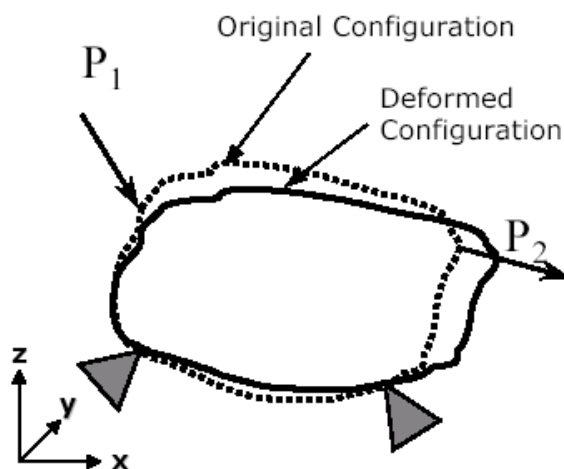


A continuous body subjected to a system of external forces



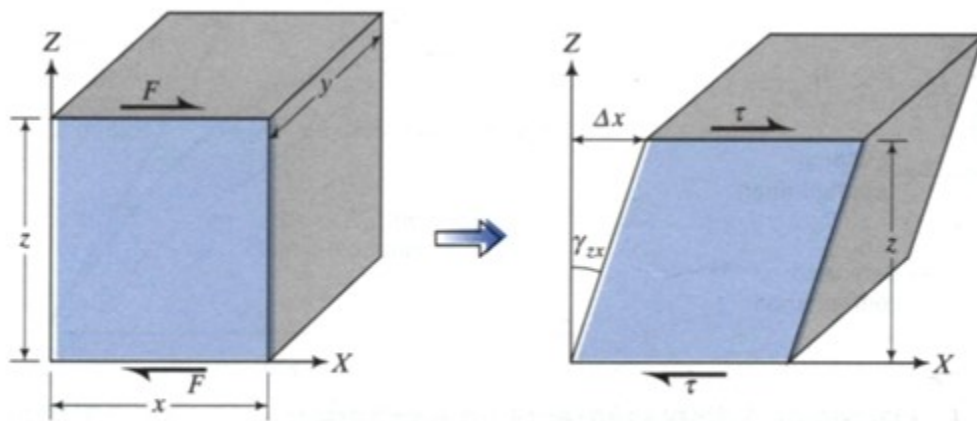
Normal strain definition

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$



Poisson's ratio definition

Shear strain definition



Shear stresses and shear strains.

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}$$

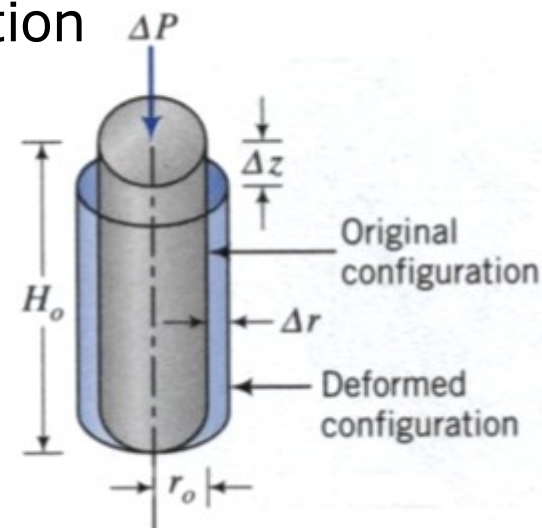
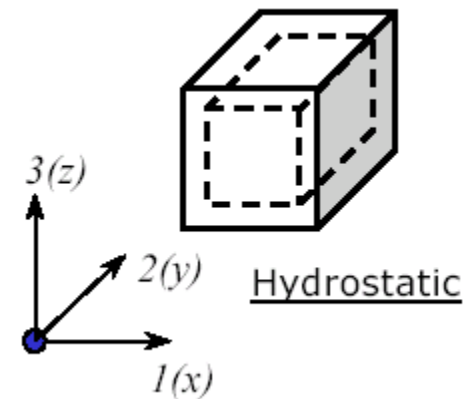
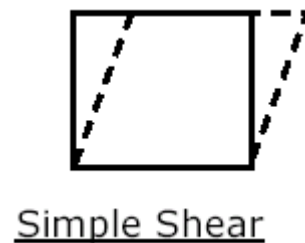
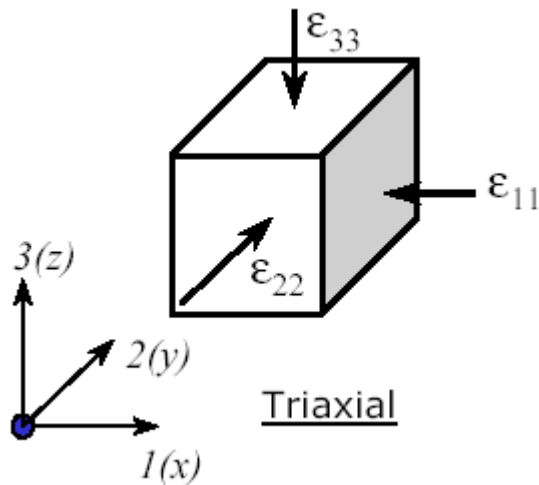
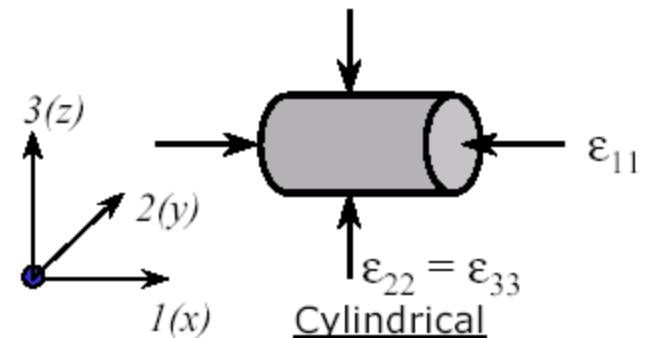
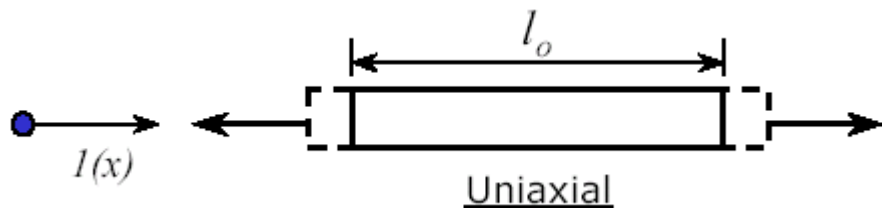


TABLE 3.1 Typical Values of Poisson's Ratio

Soil type	Description	ν^a
Clay	Soft	0.35–0.40
	Medium	0.30–0.35
	Stiff	0.20–0.30
Sand	Loose	0.15–0.25
	Medium	0.25–0.30
	Dense	0.25–0.35

States of strains

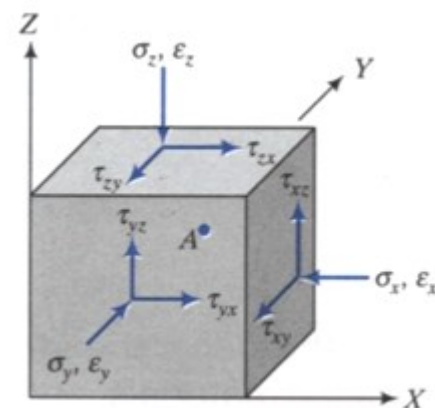
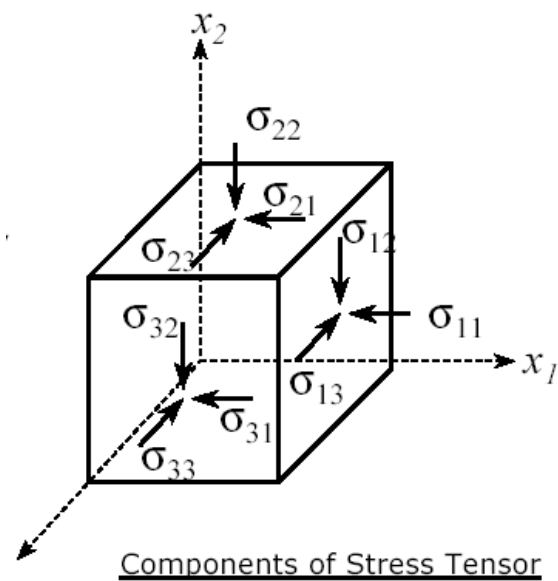
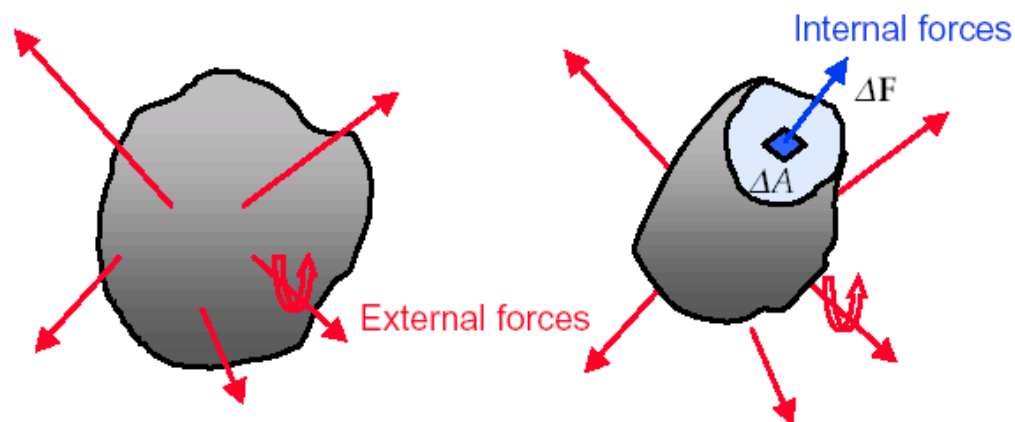


Stress definition

$$\sigma_{ij} = \lim_{A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_j}{\Delta A_i}$$

Stress tensor

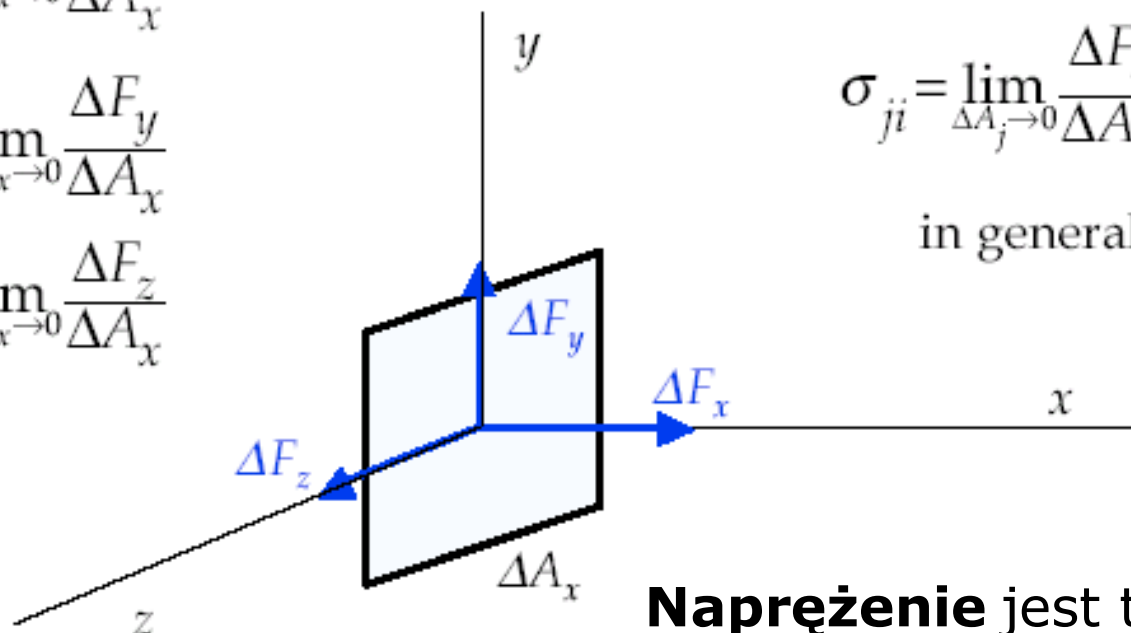
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



$$\sigma_{xx} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A_x}$$

$$\sigma_{xy} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A_x}$$

$$\sigma_{xz} = \lim_{\Delta A_x \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A_x}$$



$$\sigma_{ji} = \lim_{\Delta A_j \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A_j}$$

in general

$$\sigma_{ij} = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_j}{\Delta A_i}$$

Naprężenie jest to graniczna wartość stosunku siły działającej na nieskończenie mały element pola przekroju ciała do wymiaru tego pola.

The state of stress at a point according to a "reference coordinate" is (9 components)

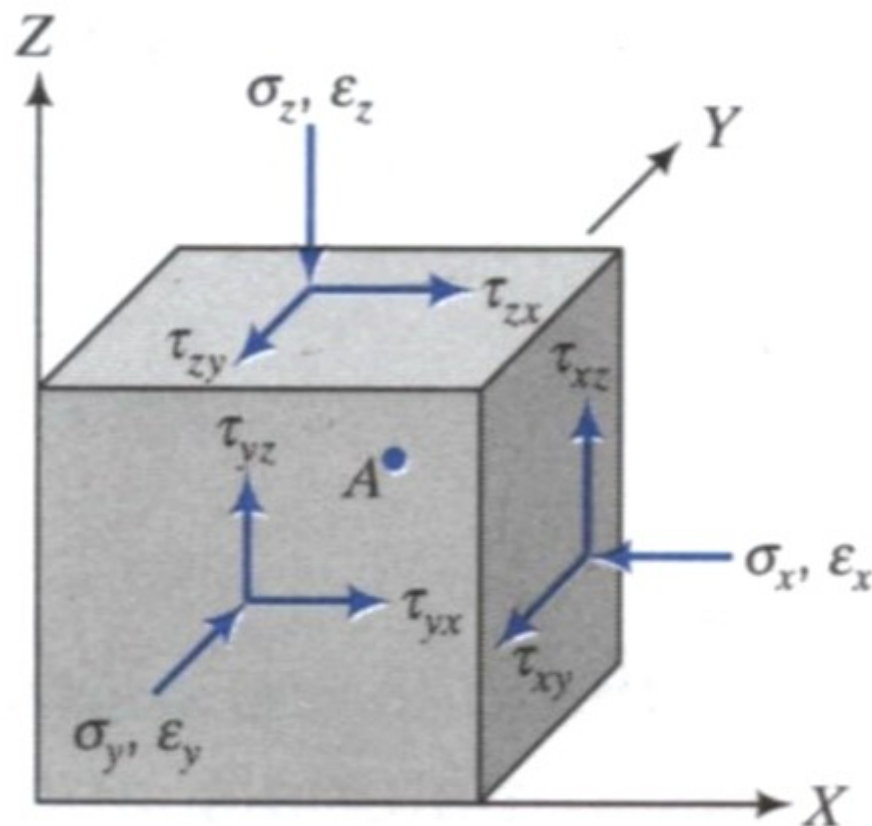
$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} = \sigma_x$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{yy} = \sigma_y$$

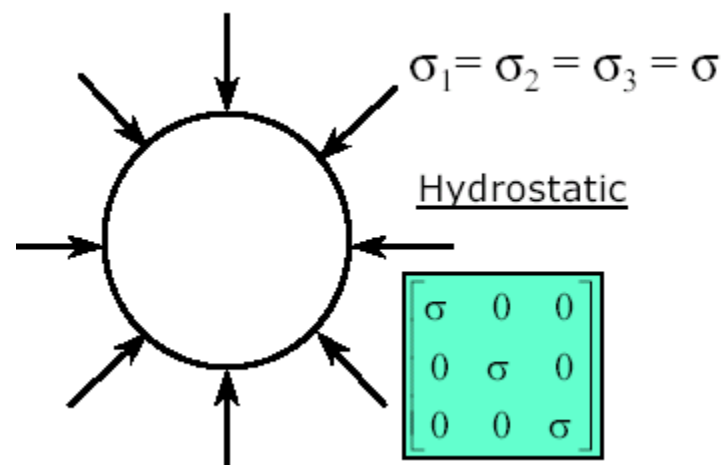
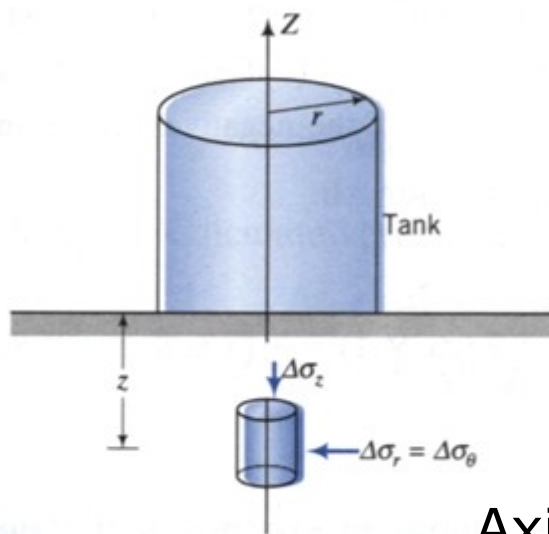
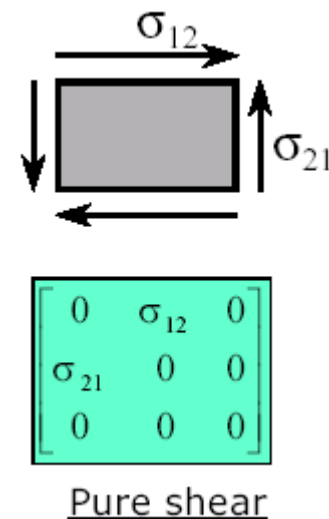
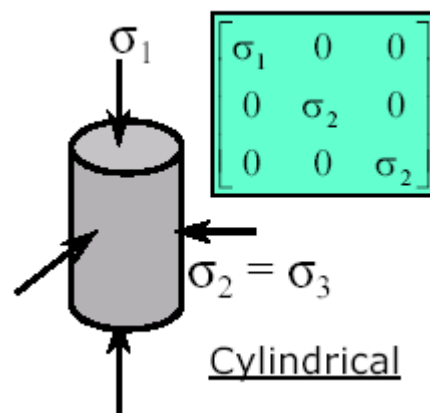
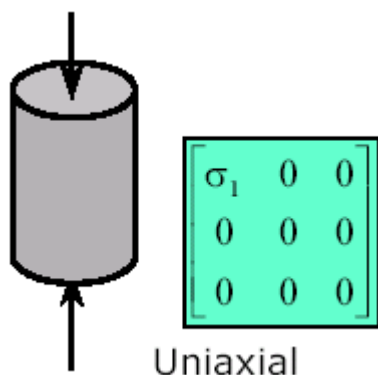
$$\sigma_{12} = \sigma_{xy} = \tau_{xy} = -\tau_{yx}$$

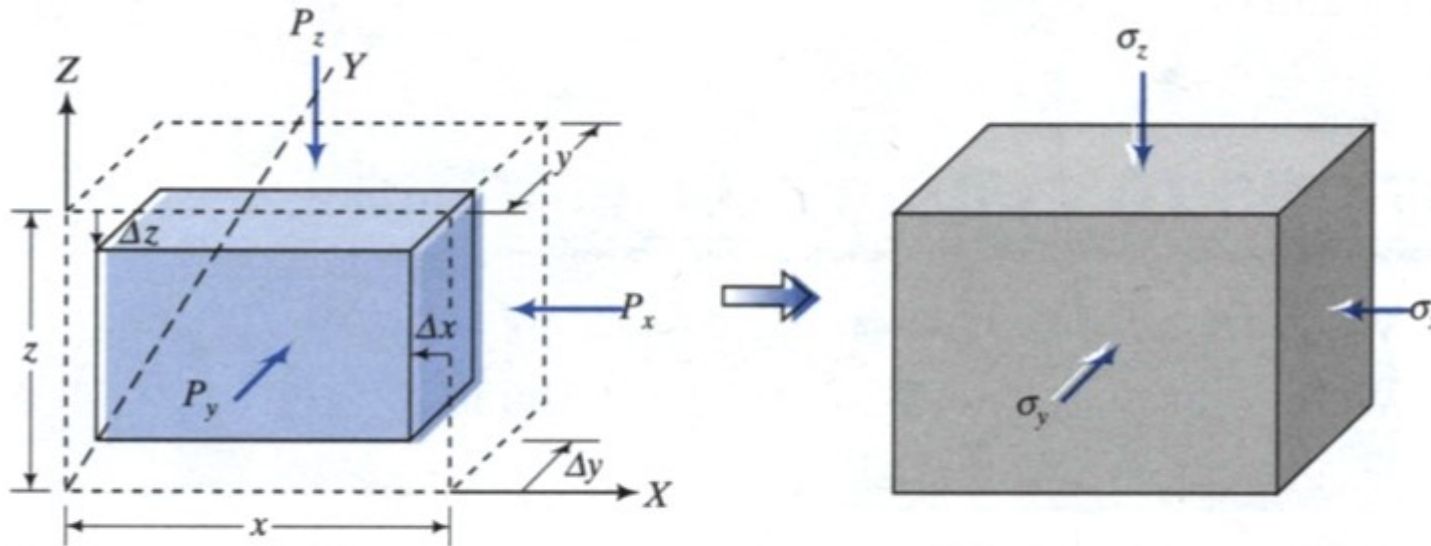
$$\sigma_{13} = \sigma_{xz} = \tau_{xz} = -\tau_{zx}$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{yz} = \tau_{yz} = -\tau_{zy}$$



States of stress





Stresses and displacements due to applied loads.

Normal stresses and strains

$$\sigma_z = \frac{P_z}{xy}, \quad \sigma_x = \frac{P_x}{yz}, \quad \sigma_y = \frac{P_y}{xz}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\Delta z}{z}, \quad \varepsilon_x = -\frac{\Delta x}{x}, \quad \varepsilon_y = -\frac{\Delta y}{y}$$

Volumetric strain

Assume the initial volume is $V_0 = 1$, so the final volume is:

$$V_f = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$$

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_f - V_0}{V_0} = \frac{V_f}{V_0} - 1$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_p &= (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1 \\ &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \\ &\approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \text{ (small strains)}\end{aligned}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Hooke's law

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Shear modulus

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Bulk modulus

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2G + 6K}$$

Typical Values of E and G

Soil type	Description	E^a (MPa)	G^a (MPa)
Clay	Soft	1–15	0.5–5
	Medium	15–30	5–15
	Stiff	30–100	15–40
Sand	Loose	10–20	5–10
	Medium	20–40	10–15
	Dense	40–80	15–35

Hooke's law in 3D

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z))$$

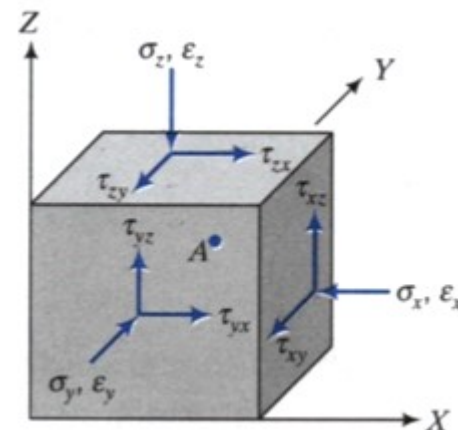
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z))$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

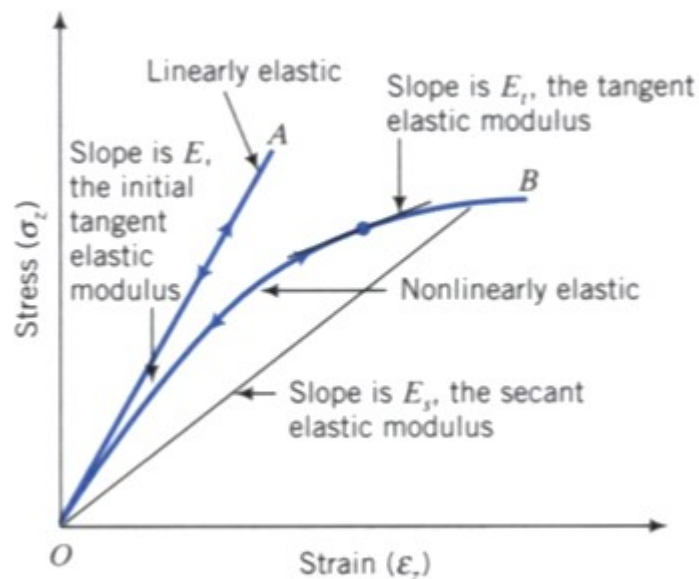
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x))$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

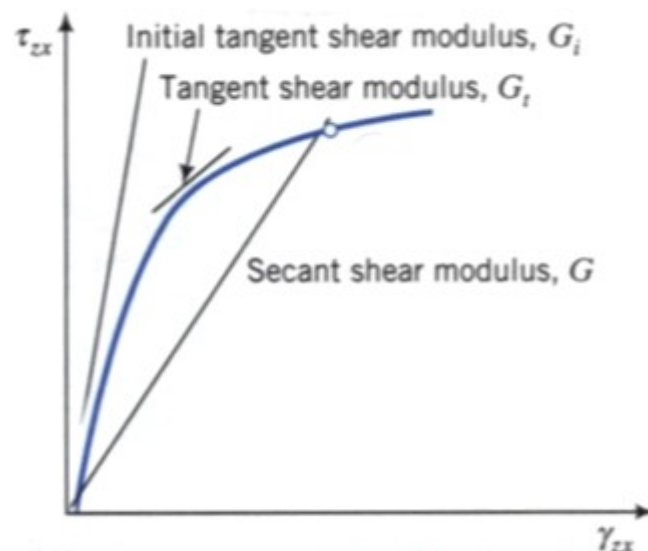


Elastic materials obey the principle of superposition.

The applied loading order is not important and the equilibrium strain is the same.

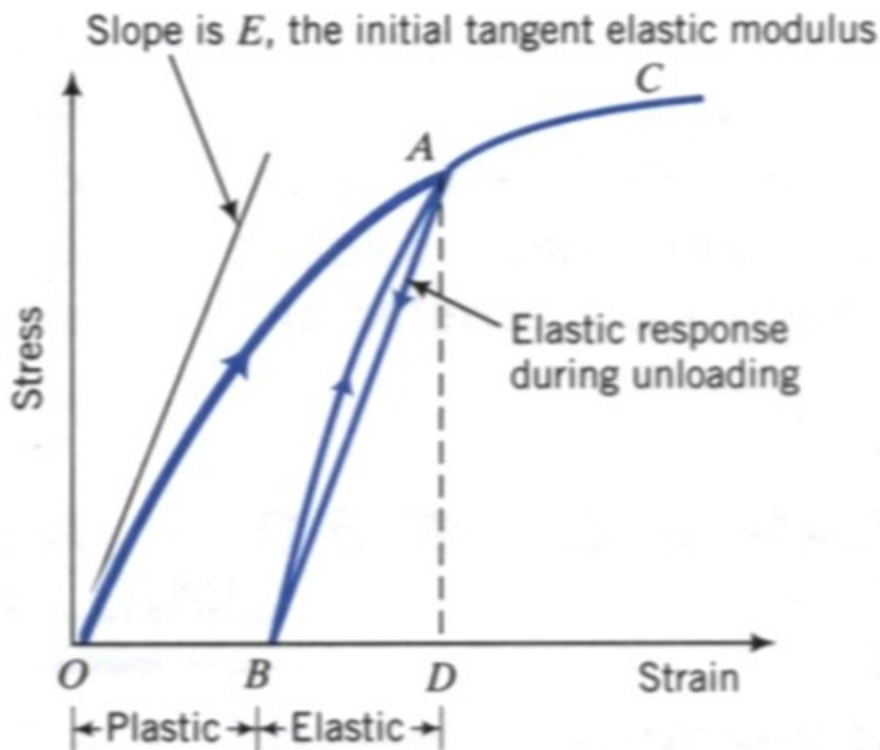


$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Soils are elasto-plastic materials actually,
(elastic deformation + plastic deformation)



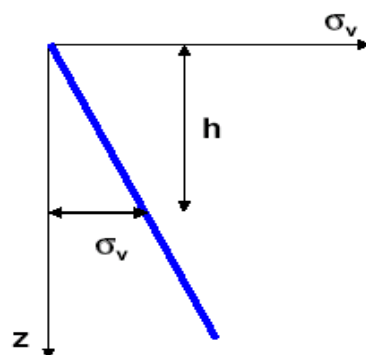
Vertical stress

Vertical stress in soil

- Vertical stress, σ_v in assembly of particles

$$\sigma_v = \rho_{soil} gh = \gamma_{soil} h$$

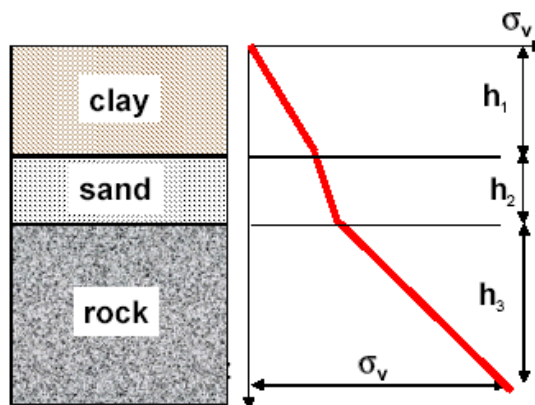
$$\sigma_v = \gamma_i h_i$$



Vertical stress in layered system

- Vertical overburden stress, σ_v

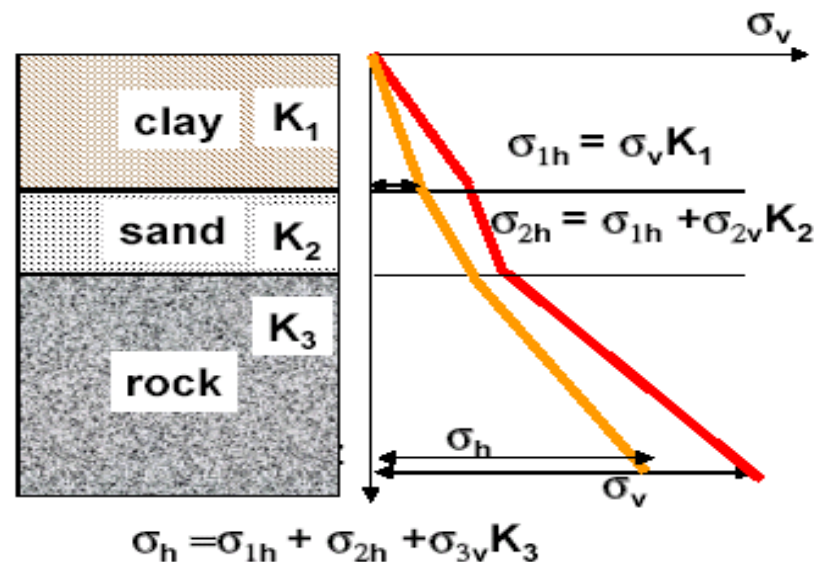
$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \rho_i gh_i$$



Horizontal stress

$$\sigma_h = \sigma_v \cdot K$$

K – lateral earth pressure coefficient



Parciem spoczynkowym nazywamy ciśnienie, które ośrodek gruntowy będący w stanie równowagi wywiera na ścianę oporową, przy jej zerowym przemieszczeniu. (Parcie to określa się wzorami definiującymi poziomą składową naprężenia mnożąc współczynnik parcia spoczynkowego K_0 przez pionową składową naprężenia *in situ* σ_{vo}' .)

Wyznaczenia współczynnika parcia spoczynkowego K_0 dla gruntów normalnie skonsolidowanych

wzór Jaky'ego (1944): $K_0 = 1 - \sin \phi'$

gdzie: ϕ – kąt tarcia wewnętrznego gruntu

wzory Brookera i Ireland's'a: $K_0 = 0.95 - \sin \phi$ lub

$$K_0 = 0.4 + 0.007 I_p \quad \text{dla } I_p \text{ od } 0 \text{ do } 40,$$

$$K_0 = 0.64 + 0.001 I_p \quad \text{dla } I_p \text{ od } 40 \text{ do } 40,$$

Naprężenia i odkształcenia

Boussinesq solution

$$\sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\nu) \left(\frac{x^2 - y^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{y^2 z}{R^3 r^2} \right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3y^2 z}{R^5} - (1-2\nu) \left(\frac{y^2 - x^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{x^2 z}{R^3 r^2} \right) \right]$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

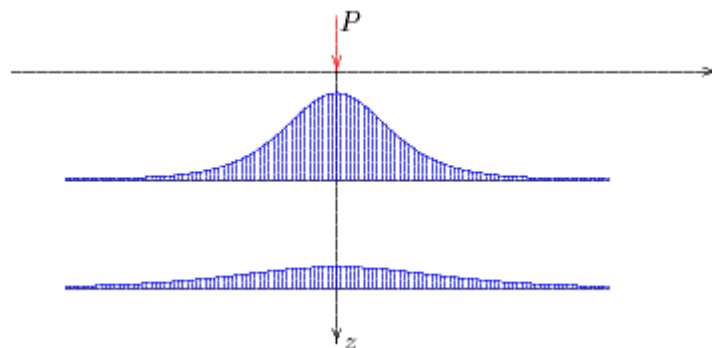
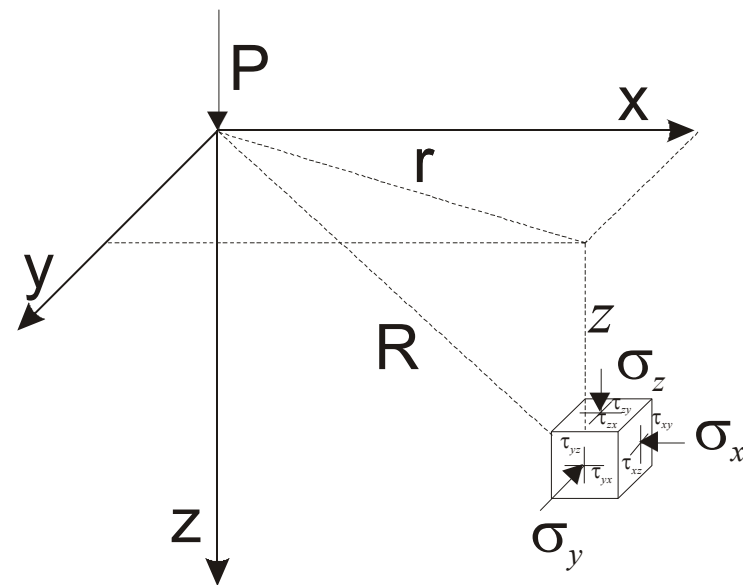
$$\tau_{zx} = -\tau_{xz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 x}{R^5}$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3xyz}{R^5} - (1-2\nu) \left(\frac{(2R+2)xy}{(R+z^2)R^3} \right) \right]$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tau_{zy} = -\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 y}{R^5}$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



Naprężenia i odkształcenia

Przykład: Znaleźć naprężenia w gruncie wywołane przyłożeniem siły skupionej równej $P = 50 \text{ kN}$ w punkcie o współrzędnych $x = 3\text{m}$, $y = 0\text{m}$, $z = 4\text{m}$; $\nu = 0.3$.

$$\sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{x^2 - y^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{y^2 z}{R^3 r^2} \right) \right] = 0.266 \text{ kPa}$$

$$\sigma_y = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3y^2 z}{R^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{y^2 - x^2}{Rr^2(R+z)} + \frac{x^2 z}{R^3 r^2} \right) \right] = -0.031 \text{ kPa}$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = 0.49 \text{ kPa}$$

$$\tau_{zx} = -\tau_{xz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 x}{R^5} = 0.367 \text{ kPa}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 3$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3xyz}{R^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{(2R + 2)xy}{(R + z^2)R^3} \right) \right] = 0$$

$$\tau_{zy} = -\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2 y}{R^5} = 0$$

Naprężenia i odkształcenia

Flamant's solution

extension to line loads

$$\sigma_z = \frac{2Pz^3}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \frac{2Px^2z}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_y = \frac{2P\nu}{\pi(x^2 + z^2)}$$

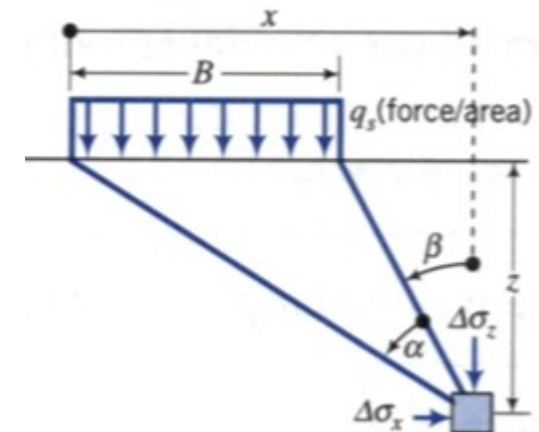
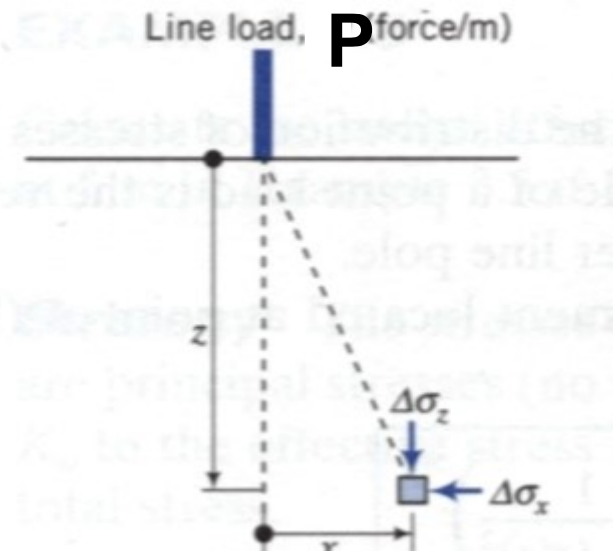
$$\tau_{xz} = \frac{2P}{\pi} \cdot \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2}$$

A **strip load** is the load transmitted by a structure of finite width and infinite length on a soil surface. The increase in stresses due to a surface stress q_s (force/area) is as follows:

$$\sigma_z = \frac{q_s}{\pi} [\alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + 2\beta)]$$

$$\sigma_x = \frac{q_s}{\pi} [\alpha - \sin \alpha \cos(\alpha + 2\beta)]$$

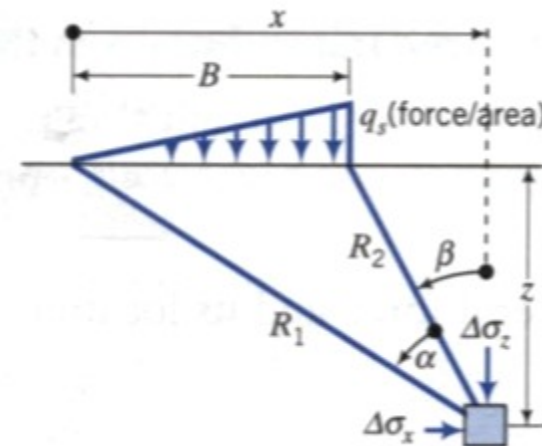
$$\tau_{zx} = \frac{q_s}{\pi} [\sin \alpha \cdot \sin(\alpha + 2\beta)]$$



$$\sigma_z = \frac{q_s}{\pi} \left[\frac{x}{B} \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right]$$

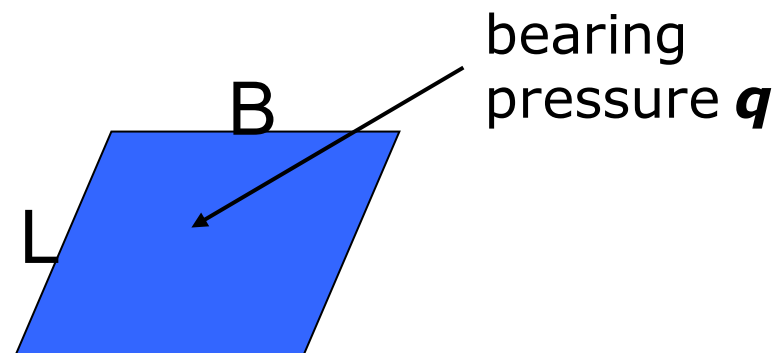
$$\sigma_x = \frac{q_s}{\pi} \left[\frac{x}{B} \alpha - \frac{z}{B} \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2} \sin 2\beta \right]$$

$$\tau_{zx} = \frac{q_s}{2\pi} \left[1 + \cos 2\beta - 2 \frac{z}{B} \alpha \right]$$



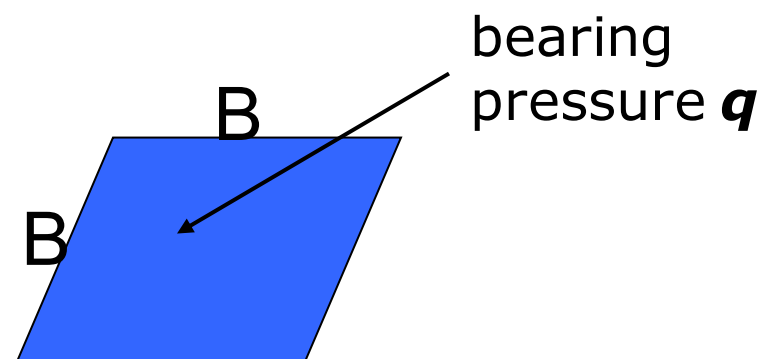
Simplified solution for rectangular loaded areas beneath the centre of the loaded area

$$\sigma_z = q \left(1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{B}{2z} \right)^{1.38 + 0.62 \frac{B}{L}}} \right)^{2.6 - 0.84 \frac{B}{L}}$$



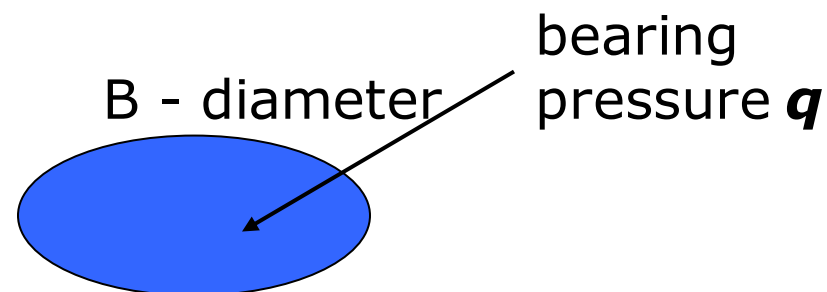
Simplified solution for square loaded areas beneath the centre of the loaded area

$$\sigma_z = q \left(1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{B}{2z} \right)^2} \right)^{1.76} \right)$$



Simplified solution for circular loaded areas beneath the centre of the loaded area

$$\sigma_z = q \left(1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{B}{2z} \right)^2} \right)^{1.50} \right)$$

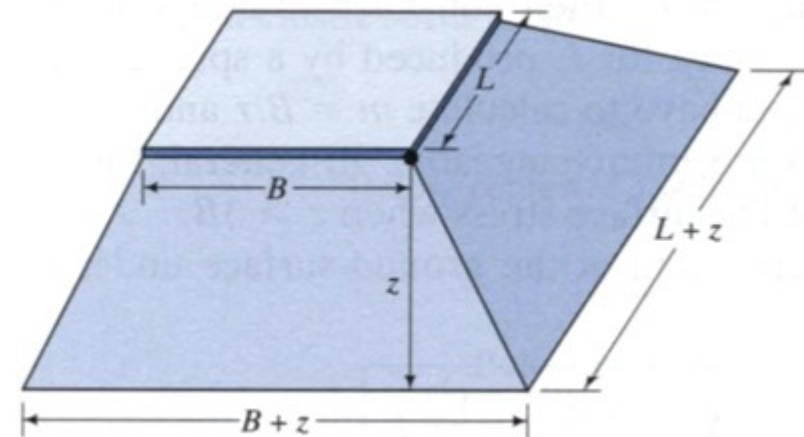


Simplified solution for continuous loaded areas (strip loads) of width B and infinite length beneath the centre of the loaded area

$$\sigma_z = q \left(1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{B}{2z} \right)^{1.38}} \right)^{2.6} \right)$$

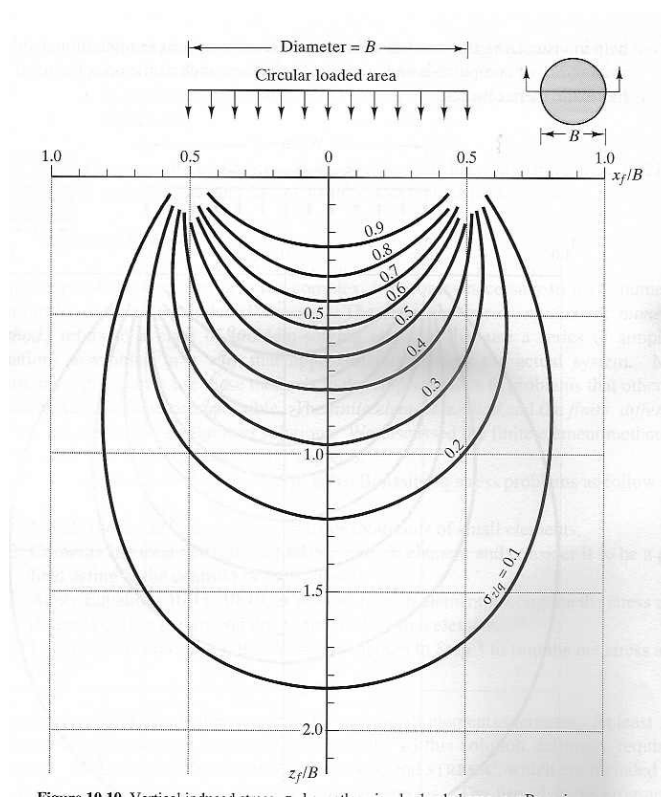
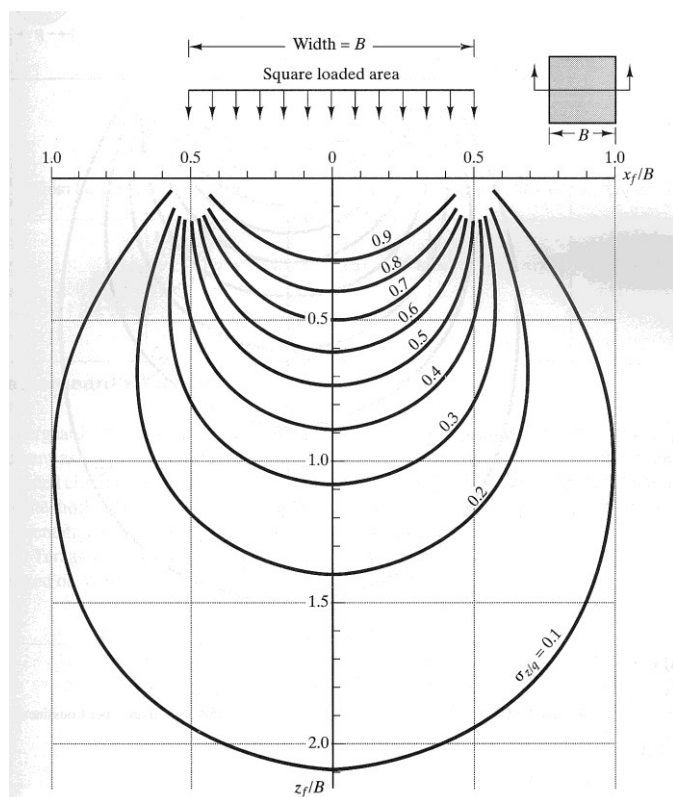
In preliminary analyses of vertical stress increase under the center of rectangular loads, geotechnical engineers often use an approximate method (sometimes called the 2:1 method). The vertical stress increase under the center of the load is:

$$\sigma_z = \frac{q_s BL}{(B + z)(L + z)}$$



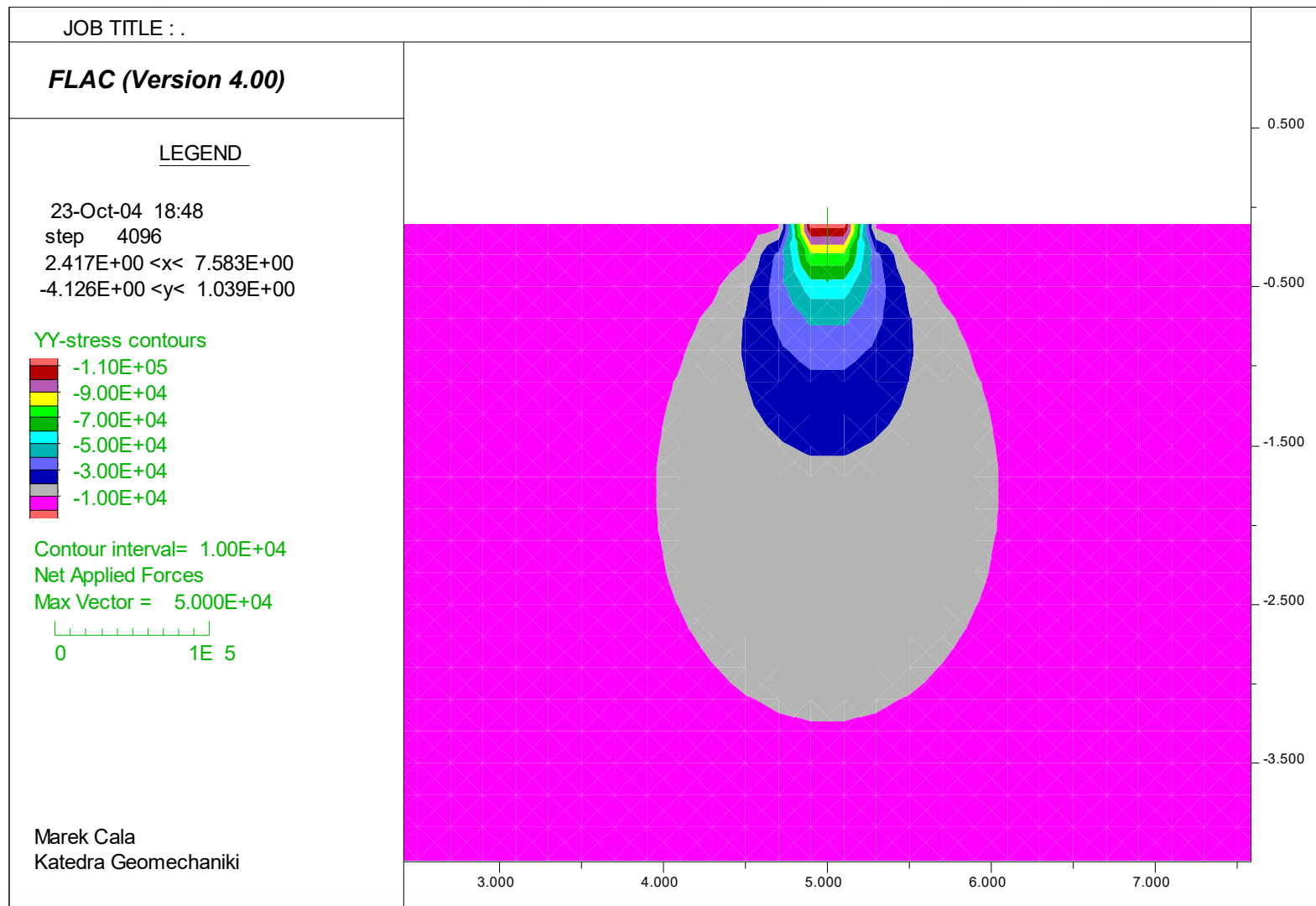
The approximate method is reasonably accurate (compared with Boussinesq's elastic solution) when $z > B$

Chart solutions for rectangular and circular loaded area - pressure bulbs (stress bulbs).



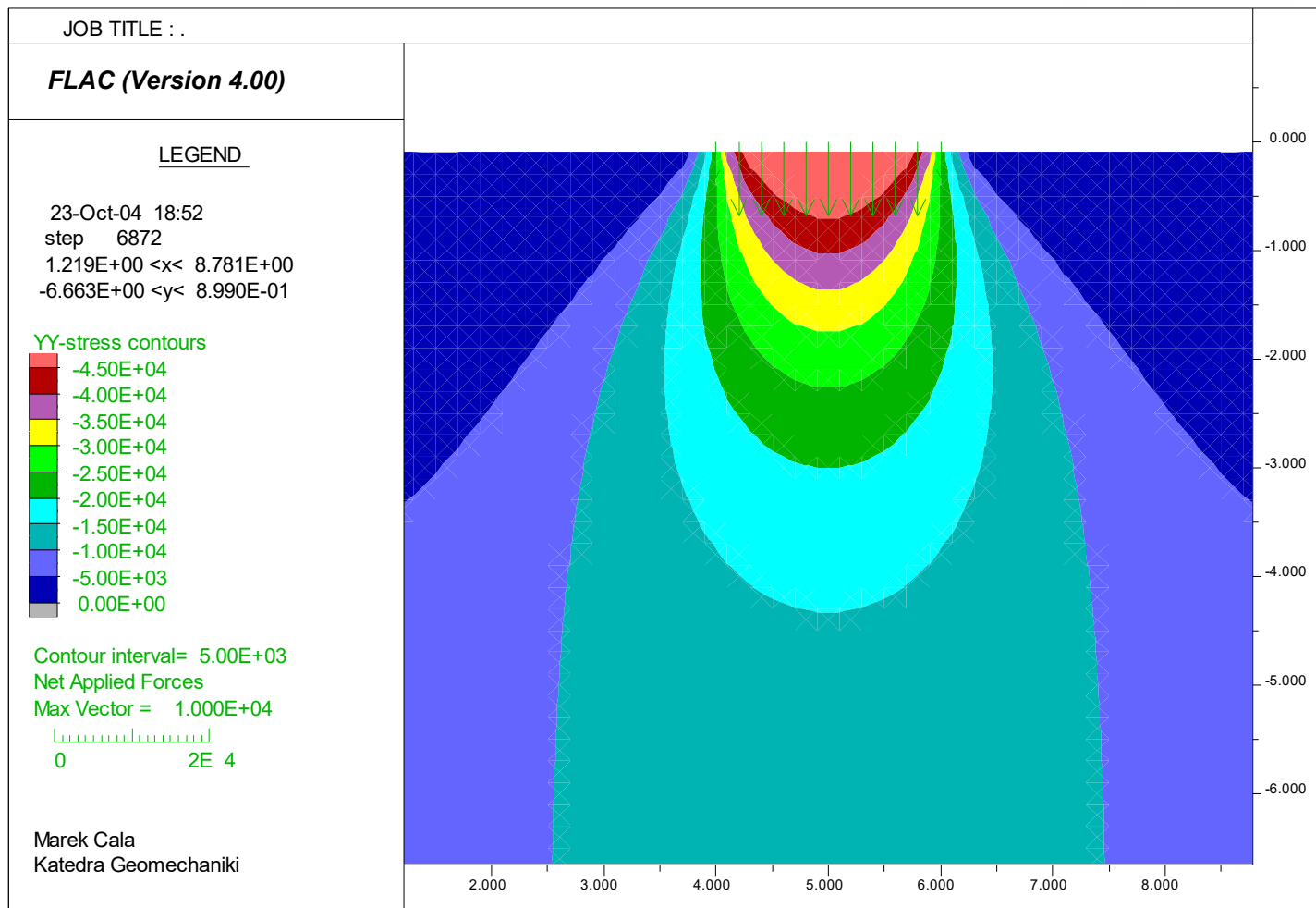
Naprężenia i odkształcenia

Naprężenia pionowe wywołane siłą $P = 50 \text{ kN}$.



Naprężenia i odkształcenia

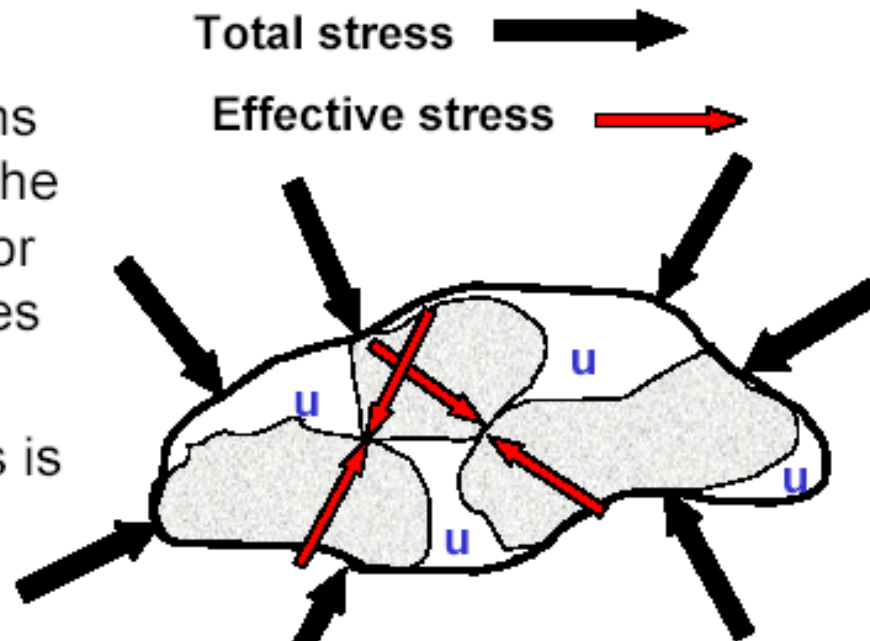
Naprężenia pionowe wywołane obciążeniem ciągłym
 $q = 50 \text{ kN/mb}$ o szerokości 2 m



Naprężenia efektywne

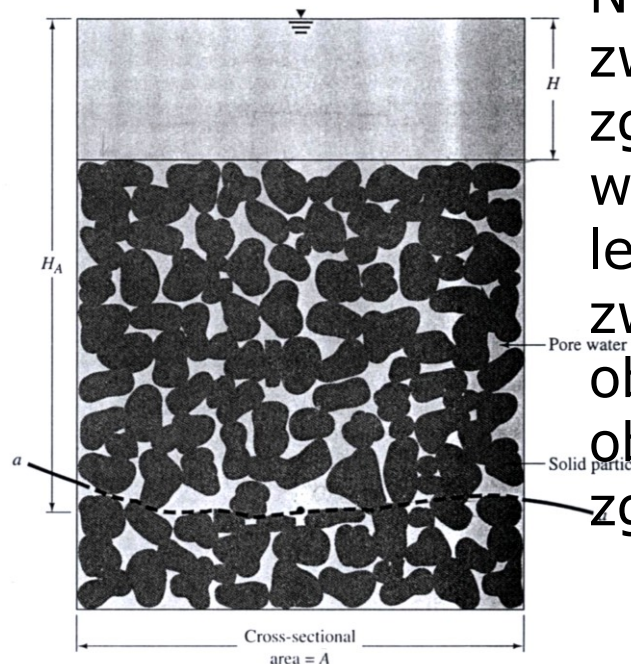
Concept of effective stress

- Behavior of particle systems is affected by the inter-granular or contact stresses
- The inter-granular stress is the “Effective stress”



To satisfy equilibrium, the sum of the internal stresses (effective stress and pore pressures) acting on some plane, must equal the external stresses

Naprężenia efektywne



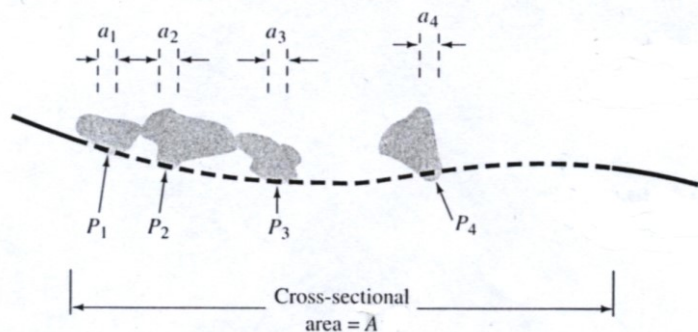
Na szkielet gruntowy znajdujący się poniżej zwierciadła wody działa **wypór wody** zgodnie z prawem Archimiedesa, powodując wywieranie mniejszego nacisku na warstwę leżącą niżej niż na warstwę powyżej zwierciadła wody gruntowej. Pozorny ciężar objętościowy szkieletu gruntowego o objętości $(1 - n)$ pod wodą gruntową, zgodnie z prawem Archimiedesa wyniesie:

$$\gamma' = (1 - n)\rho_s g - (1 - n)\rho_w g =$$

$$= (1 - n) \cdot (\rho_s - \rho_w) g =$$

$$= (1 - n)(\gamma_s - \gamma_w) = \gamma_{sr} - \gamma_w$$

$$\gamma' = \gamma_{sr} - \gamma_w$$



Naprężenia efektywne

gdzie: $\gamma_{sr} = (1-n)\gamma_s + n\gamma_w$

γ_{sr} - ciężar objętościowy gruntu, przy $S_r=1$

n - porowatość gruntu

ρ_s - gęstość właściwa szkieletu gruntowego

ρ_w - gęstość właściwa wody

g - przyspieszenie ziemskie, 9.81 m/s^2

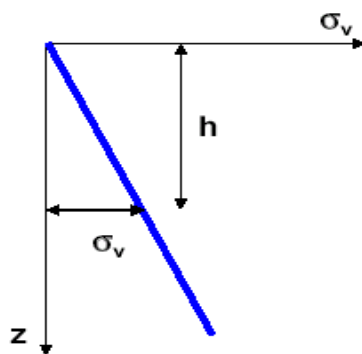
γ_w - ciężar właściwy wody

γ_s - ciężar właściwy szkieletu gruntowego, kN/m^3

Vertical stress in soil

- Vertical stress, σ_v in assembly of particles

$$\sigma_v = \rho_{soil} gh = \gamma_{soil} h$$



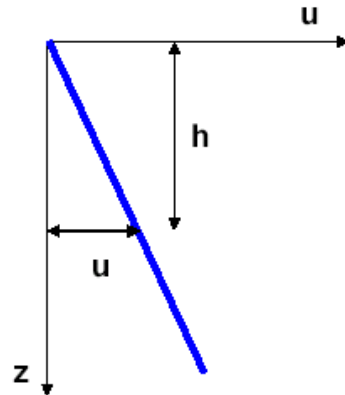
Effective stresses must be calculated as the difference between total stress and pore pressure

Naprężenia efektywne

- Water pressure

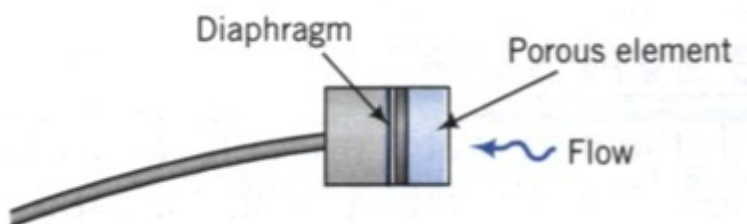
$$u = \rho_w g h = \gamma_w h$$

– Pressure, u , is equal in all directions



Measurement of pore water pressure

Pore water pressure transducer

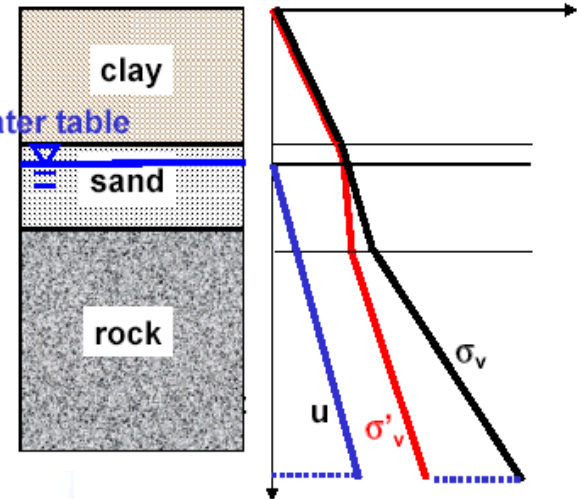


$$\sigma' = \sigma - u$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u$$

Vertical Effective stress

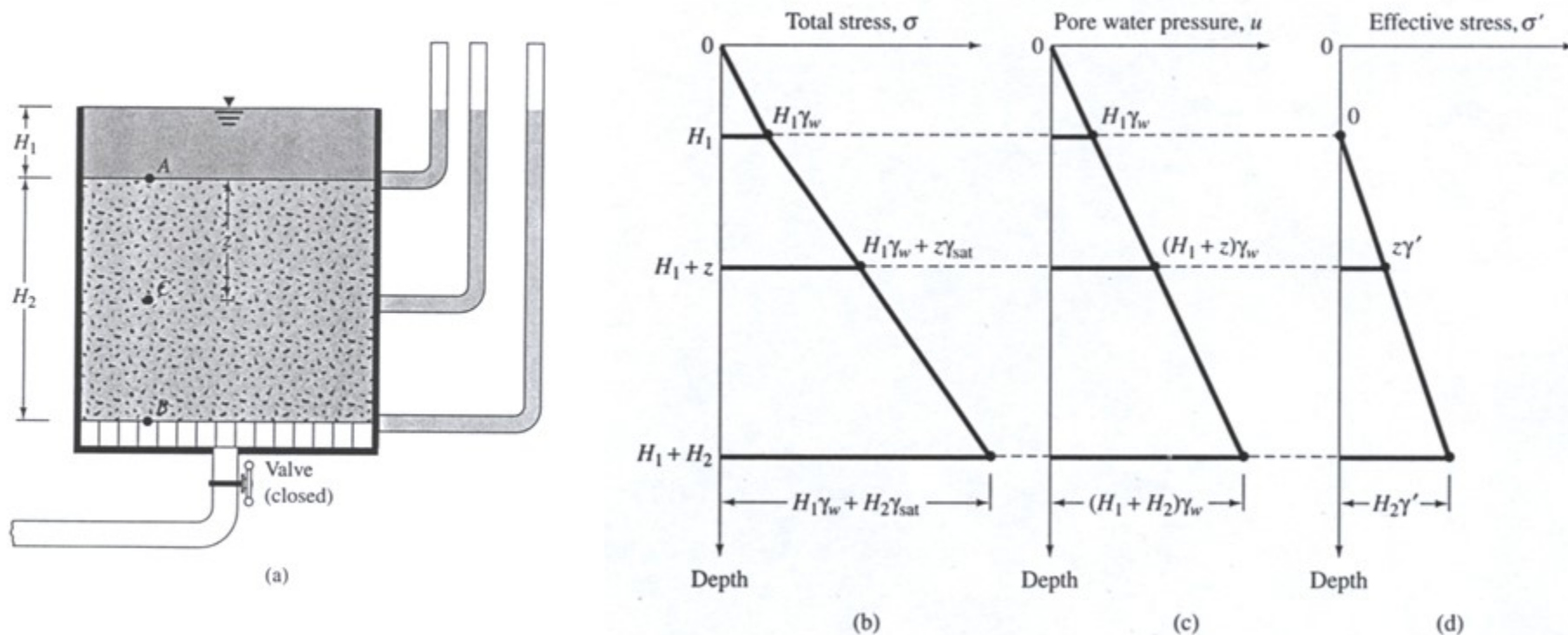
Distribution of vertical effective stress with depth



Piezometers

Naprężenia efektywne

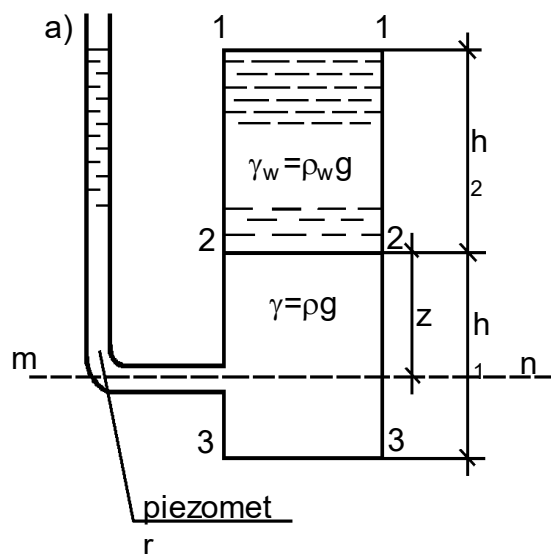
Layer of soil in a tank where there is no seepage (a); variation of total stress (b), pore water pressure (c) and effective stress (d) with depth in a submerged soil layer without seepage



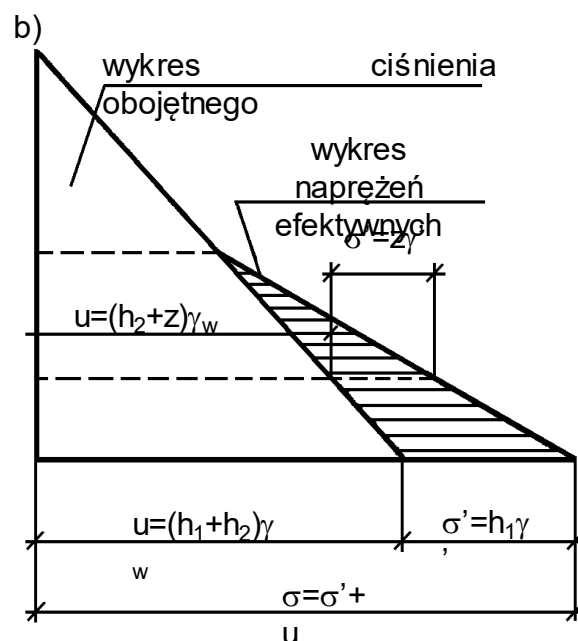
Naprężenia efektywne

Rozkład ciśnień wody w porach gruntu i naprężeń w szkielecie gruntowym oraz naprężenia całkowite wywołane siłami zewnętrznymi, działającymi na grunt, są ściśle ze sobą związane.

Rozkład naprężeń w gruncie



*cylinder z gruntem
obciążonym wodą*



wykres naprężeń

Okształcalność ośrodków ciągłych i rozdrobnionych

W ośrodkach gruntowych między odkształceniami i naprężeniami nie ma zależności liniowej. Dla odróżnienia parametrów odkształcalności gruntów od ciał sprężystych wprowadzony został:

- **moduł odkształcenia E** – w warunkach jednoosiowego ściskania i swobodnej bocznej rozszerzalności gruntu
- **moduł ściśliwości M** – w warunkach jednoosiowego ściskania, lecz przy niemożliwej bocznej rozszerzalności próbki gruntu

Przy powtórnych obciążeniach i odciążeniach krzywe odkształcalności gruntu są powtarzalne i równoległe do siebie – można więc mówić o pewnej sprężystości gruntu.

Wyznaczone z tych krzywych moduły odkształceń nazywa się modułami odkształcenia wtórnego E , a uzyskane moduły odkształcenia przy pierwszym obciążeniu nazywa się modułami odkształcenia pierwotnego E_0 .

Ścisłość to cecha gruntu polegająca na zmniejszaniu się jego objętości pod wpływem przyłożonego obciążenia.

Odprężenie to zwiększenie objętości gruntu wskutek zmniejszenia obciążenia (wynik odkształceń sprężystych)

Konsolidacja to proces równoczesnego zmniejszania się zawartości wody i objętości porów w gruntach pod wpływem przyrostu naprężeń. (Jeżeli pory są całkowicie wypełnione wodą, lecz jej odpływ jest niemożliwy, to przyłożone obciążenie powoduje zwiększenie ciśnienia wody w porach, nie powodując wzrostu naprężenia efektywnego σ' . Cząstki gruntu nie ulegają przesunięciu i konsolidacja nie występuje).

Ścisłość gruntów

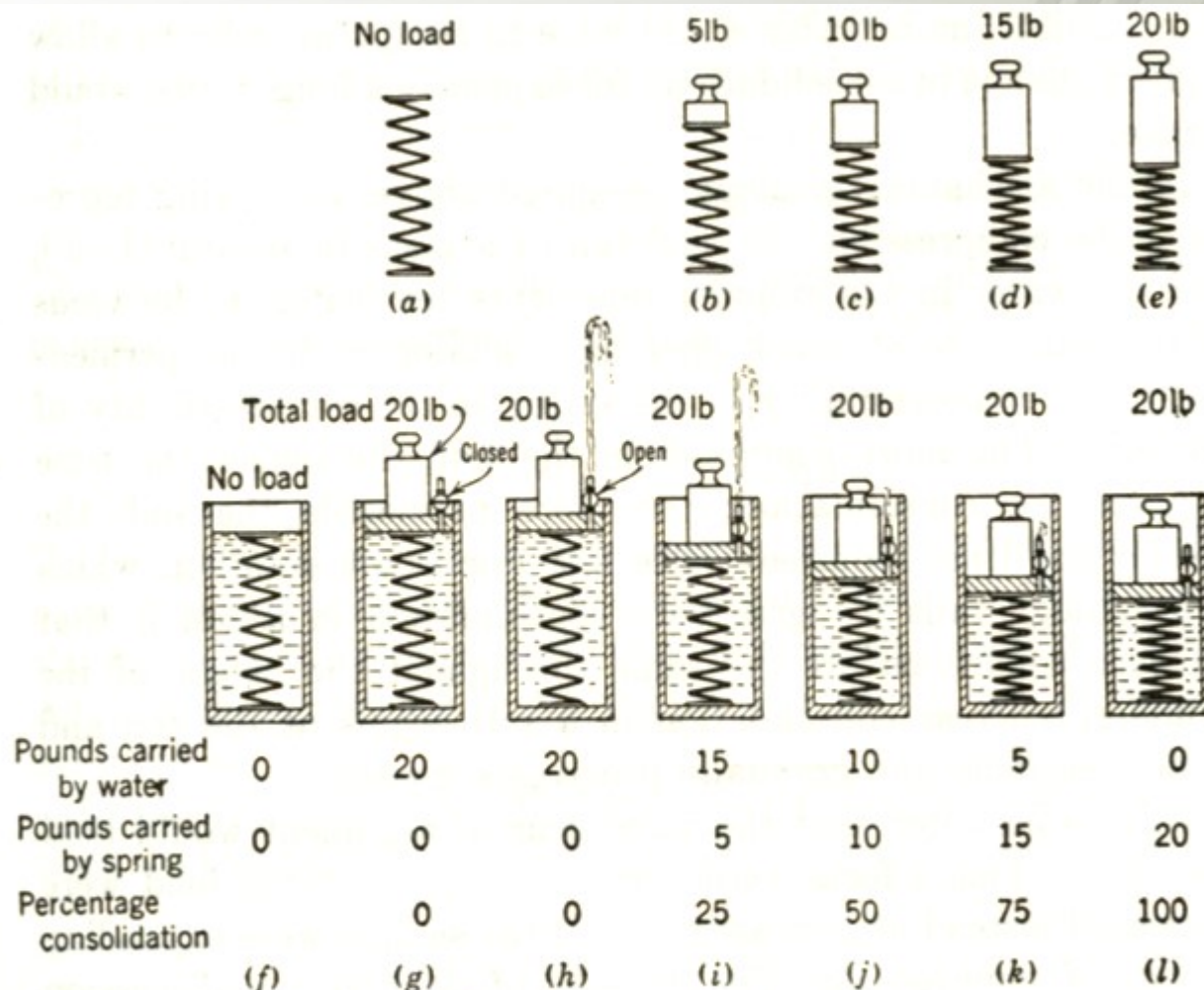


FIG. 10-8 The piston and spring analogy.

Ścisłość gruntów

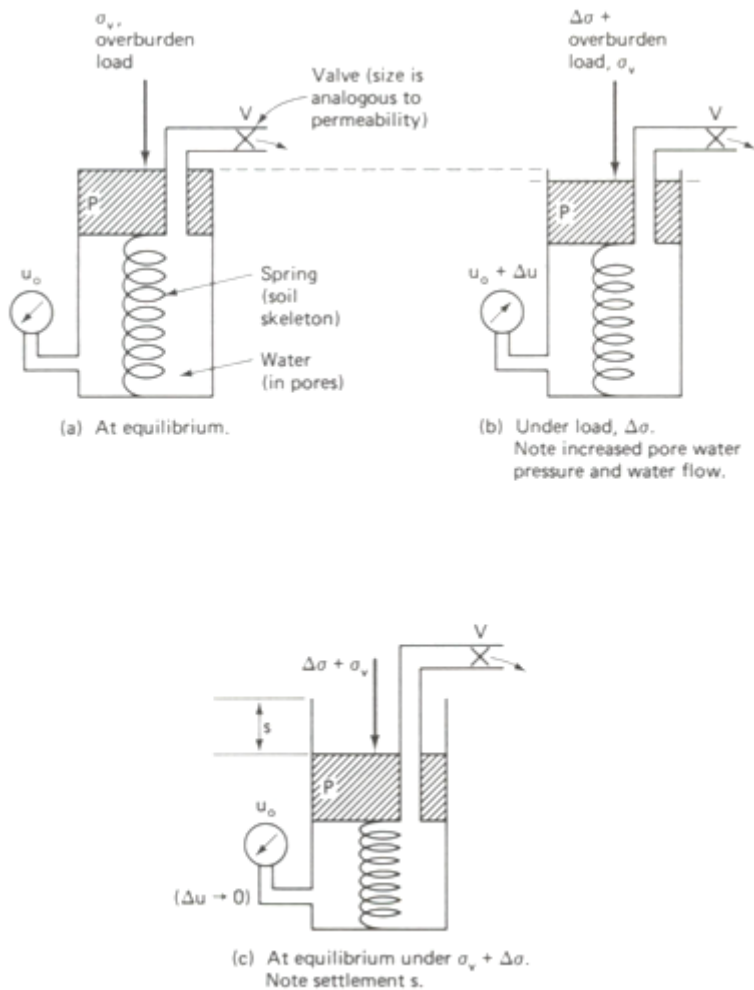
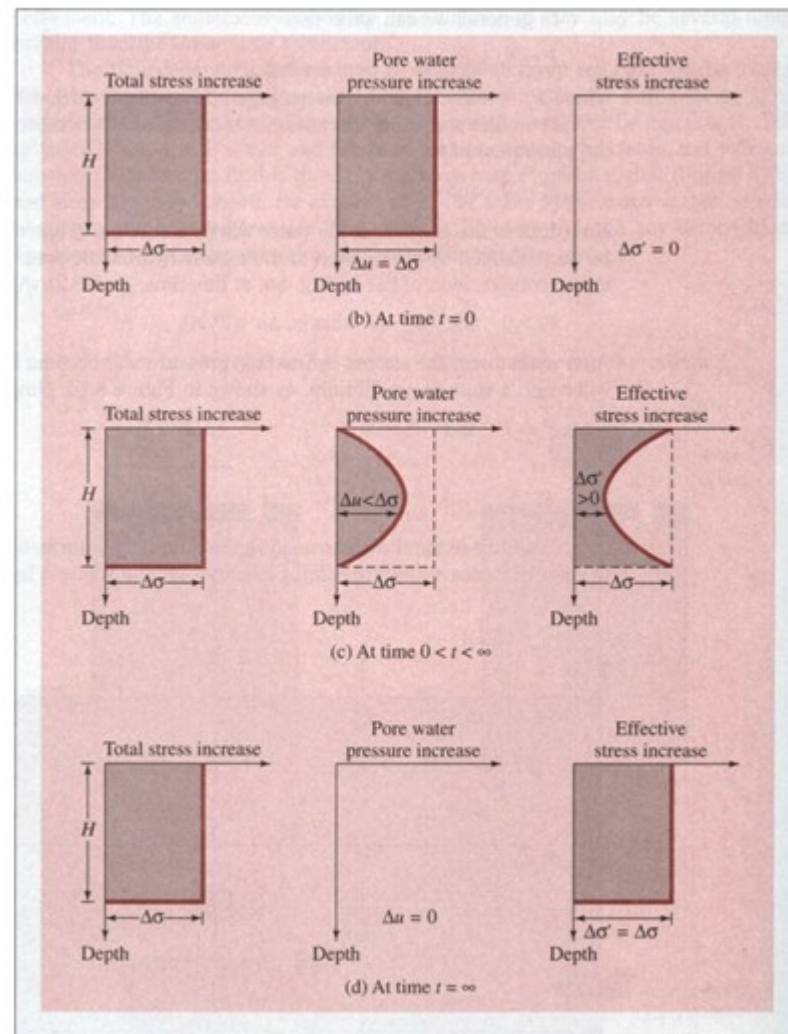
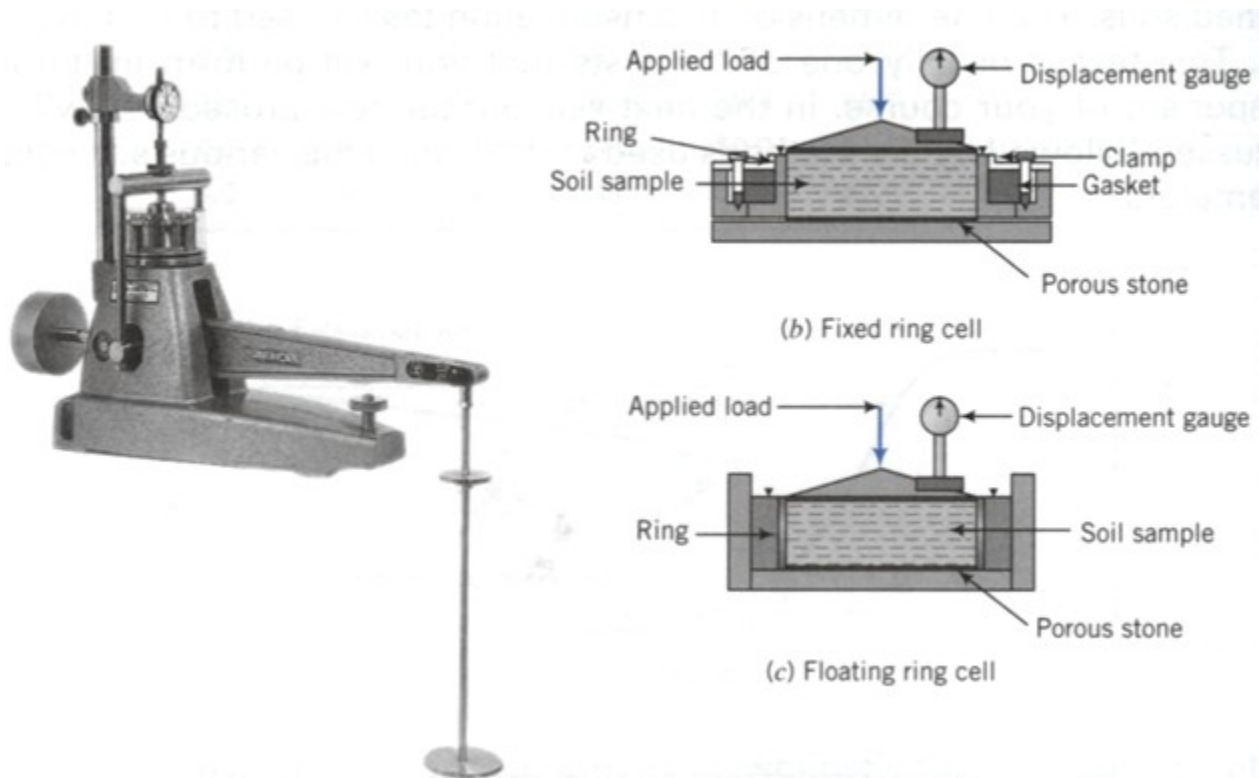


Fig. 8.2 Spring analogy as applied to consolidation.



Ścisłość gruntów



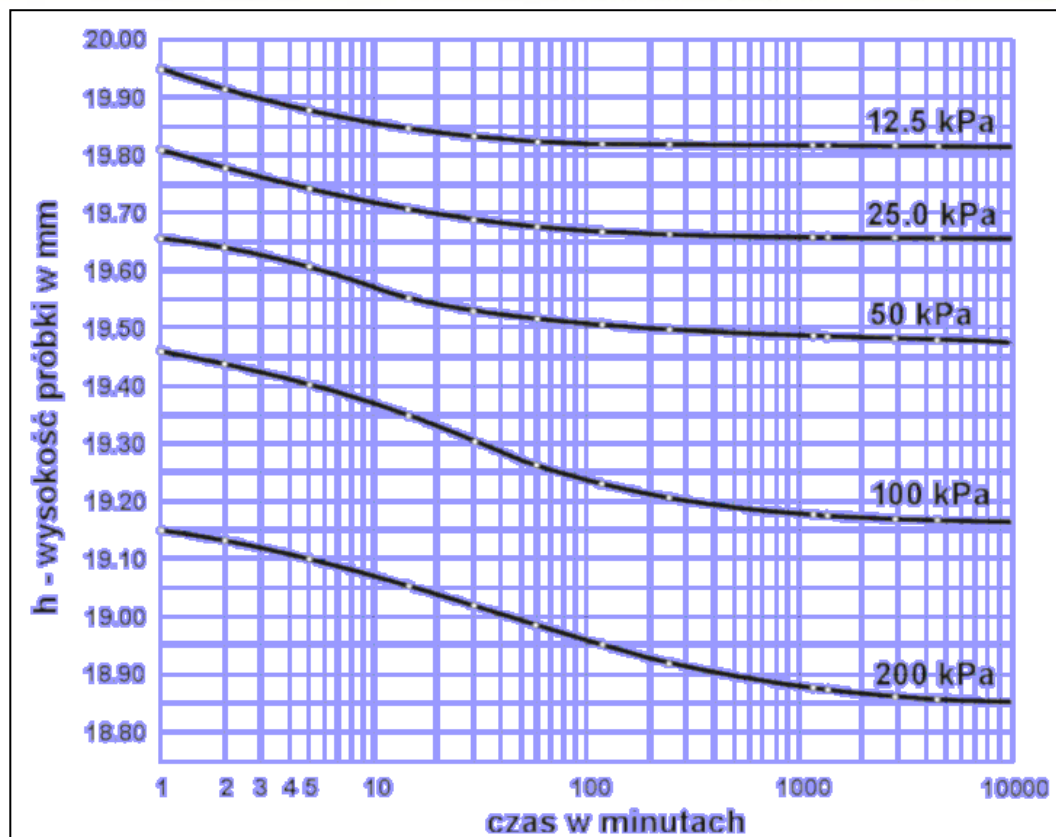
Warunki badania gruntu w edometrze w dość dużym stopniu odpowiadają warunkom pracy elementu gruntu w naturze pod dużym fundamentem, gdzie boczna rozszerzalność każdego elementu jest również częściowo ograniczona sąsiednimi elementami gruntu.

Ścisłość gruntów

Badania ścisłości gruntów w edometrach przeprowadza się obciążając próbkę stopniowo, tj. zwiększając obciążenie za każdym razem dwukrotnie w stosunku do poprzedniego (np. 12.5 kPa, 25 kPa, 50 kPa, 100 kPa). Odczyty osiadania notuje się po upływie czasów: 30", 1', 2', 4', 6', 8', 30' oraz po 1, 2, 4, 19 i ewentualnie po 24 h.

Bardzo duży wpływ na przebieg ścisłości ma wartość stopni

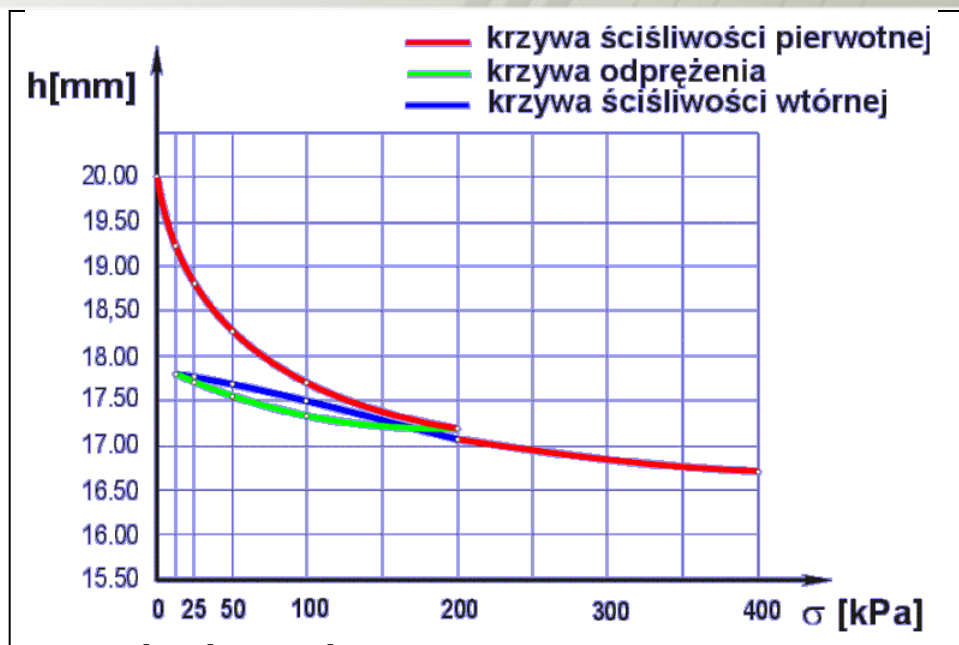
obciążeń. Im większy stosuje się skok obciążeń, tym większą otrzymuje się ścisłość. Prawdopodobnie jest to wywołane powstaniem zbyt dużych naporów w wodzie porowej, co powoduje duże spadki hydrauliczne i może niszczyć układ naturalny szkieletu gruntowego i zwiększać osiadania.



Ścisłość gruntów

Mając wartości osiadań przy każdym stopniu obciążenia sporządza się wykres ścisłości (lub odprężenia) gruntu.

Badając w edometrze ścisłość pasty gruntowej uzyskujemy krzywą ścisłości pierwotnej. Przerywając przy pewnym nacisku dalsze obciążenie uzyskujemy krzywą odprężenia.



Przechodzi ona znacznie poniżej krzywej ścisłości pierwotnej. Po powtórnym obciążeniu krzywa ścisłości wtórnej początkowo przebiega ponad krzywą odprężenia, potem przecina ją tworząc pętlę histerezy i następnie wpisuje się w kierunek pierwotnej krzywej ścisłości.

Nachylenie krzywej ścisłości wtórnej jest znacznie mniejsze niż nachylenie krzywej ścisłości pierwotnej, co oznacza, że grunt po obciążeniu wtórnym jest mniej ścisły niż po obciążeniu po raz pierwszy.

Wytrzymałość różnych materiałów

Metal



R_r

Beton



R_c

Grunt



Opór ścinania



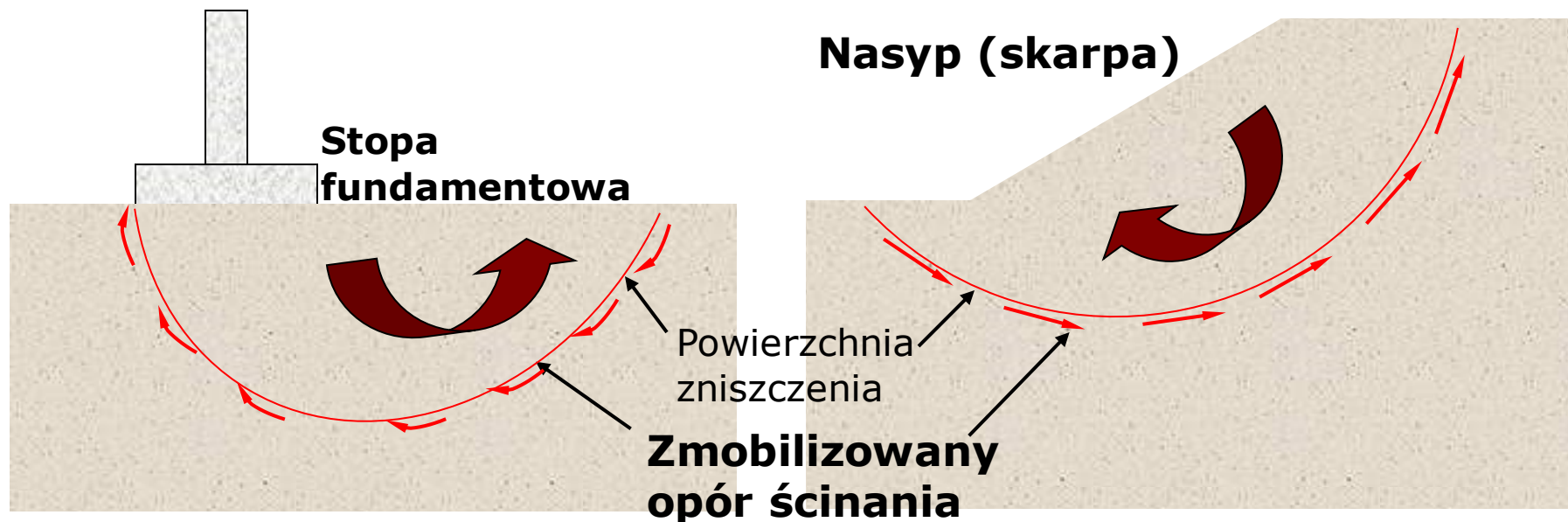
**Różne
właściwości**

Obecność wody w porach



Opór ścinania gruntów

Grunty w zasadzie niszczone są przez ścinanie



Zniszczenie wzdłuż powierzchni poślizgu zachodzi, gdy naprężenia styczne osiągną wartość oporu ścinania

Opór ścinania gruntów

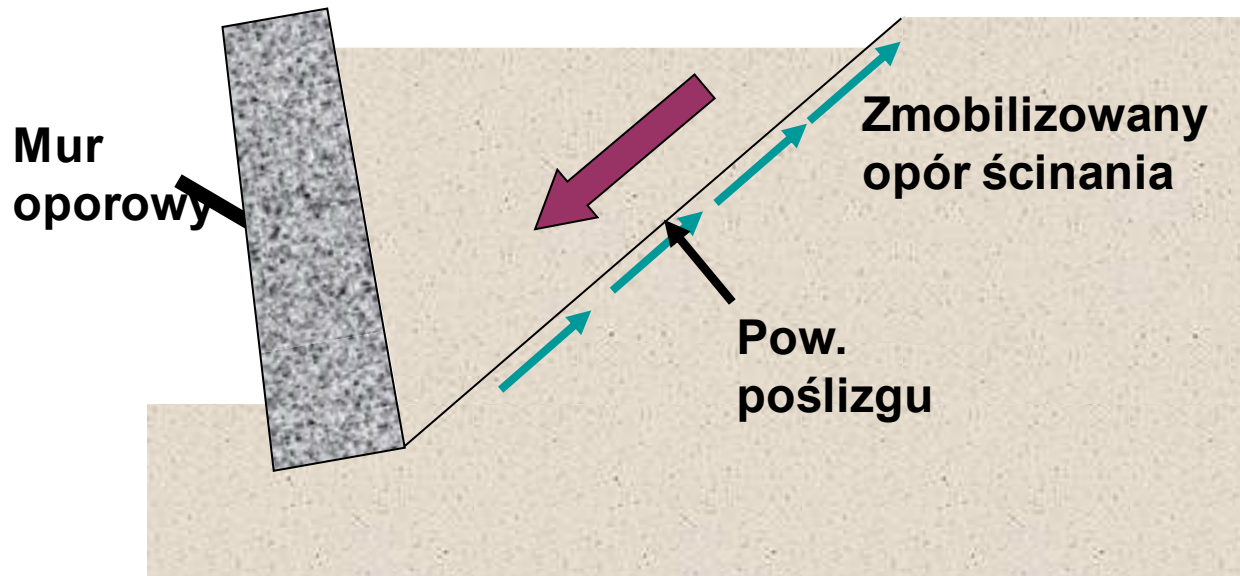
Grunty w zasadzie niszczone są przez ścinanie

**Mur
oporowy**



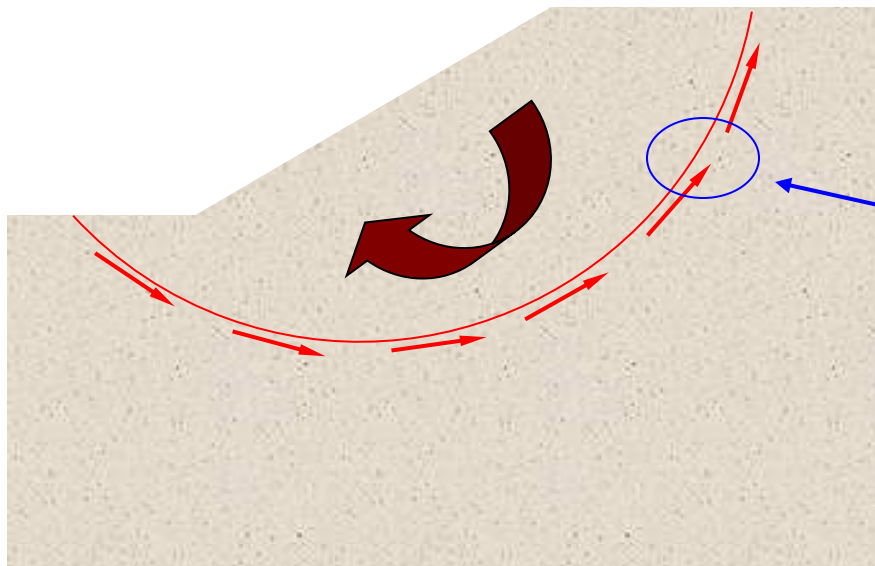
Opór ścinania gruntów

Grunty w zasadzie niszczone są przez ścinanie



Zniszczenie wzdłuż powierzchni poślizgu zachodzi, gdy naprężenia styczne osiągną wartość oporu ścinania

Opór ścinania gruntów



failure surface

The soil grains slide over each other along the failure surface.

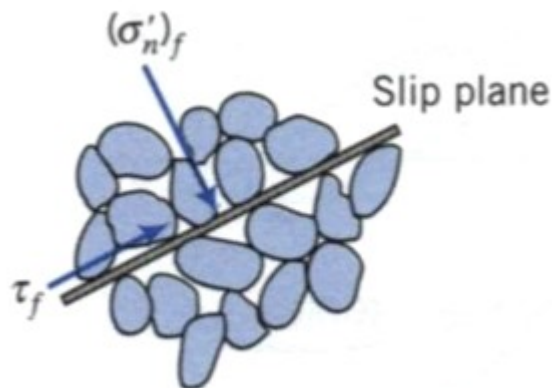
No crushing of individual grains.

Shear strength of soils

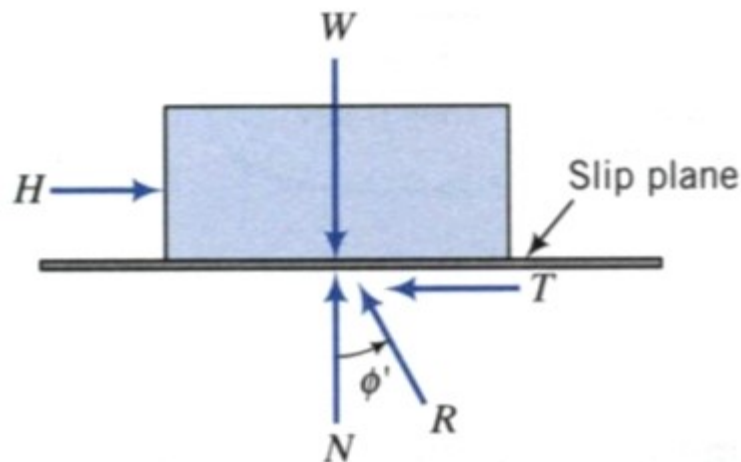
Frictional strength is similar to classic sliding friction from basic physics. Instead using coefficient of friction m , geotechnical engineers prefer to describe frictional strength using the *effective friction angle* (or *effective angle of internal friction*):

$$\varphi' = \arctan \mu$$

$$\tau = \sigma'_n \tan \varphi'$$



Coulomb's law requires the existence or the development of a critical sliding plane, also called slip plane or failure plane (e.g. the interface between the block and the table). However, we do not know where the sliding plane is located for soils.



The maximum frictional resistance is T (maximum static friction).
As $H > T$, the slip is initiated.

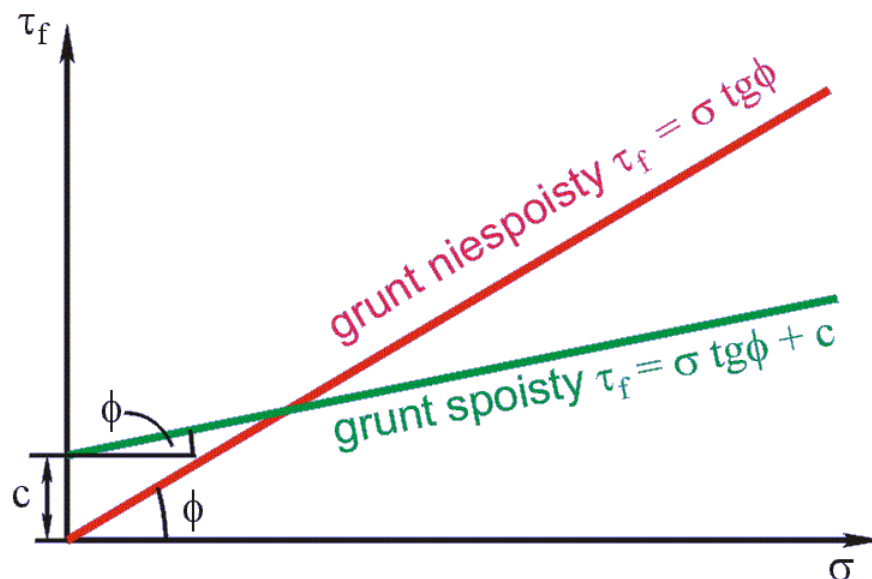
$$H = \mu W \quad T = \mu N$$

Shear strength of soils

W przypadku ścinania gruntów o strukturze ziarnistej mamy do czynienia z oporem tarcia suwnego i obrotowego. Opór ten nazywamy oporem **tarcia wewnętrznego**. Wielkość ta zależy od rodzaju gruntu (wymiaru i kształtu ziaren, pochodzenia gruntu). Dla danego gruntu wartość tarcia wewnętrznego zależy od: porowatości, wilgotności, ciśnienia wody w porach.

Spójność gruntu (**kohezja**) jest to opór gruntu stawiany siłom zewnętrznym wywołany wzajemnym przyciąganiem się cząstek składowych gruntu. Występuje w gruntach spoistych. Zależy od średnicy ziaren, wilgotności, genezy i składu mineralnego.

W sensie matematycznym równanie Coulomba jest równaniem prostej nachylonej pod kątem tarcia wewnętrznego **F** do osi odciętych i wyznaczającej na osi rzędnych wartość oporu spójności **c**.



Shear strength of soils

Kohezja i kąt tarcia wewnętrznego wybranych gruntów sypkich

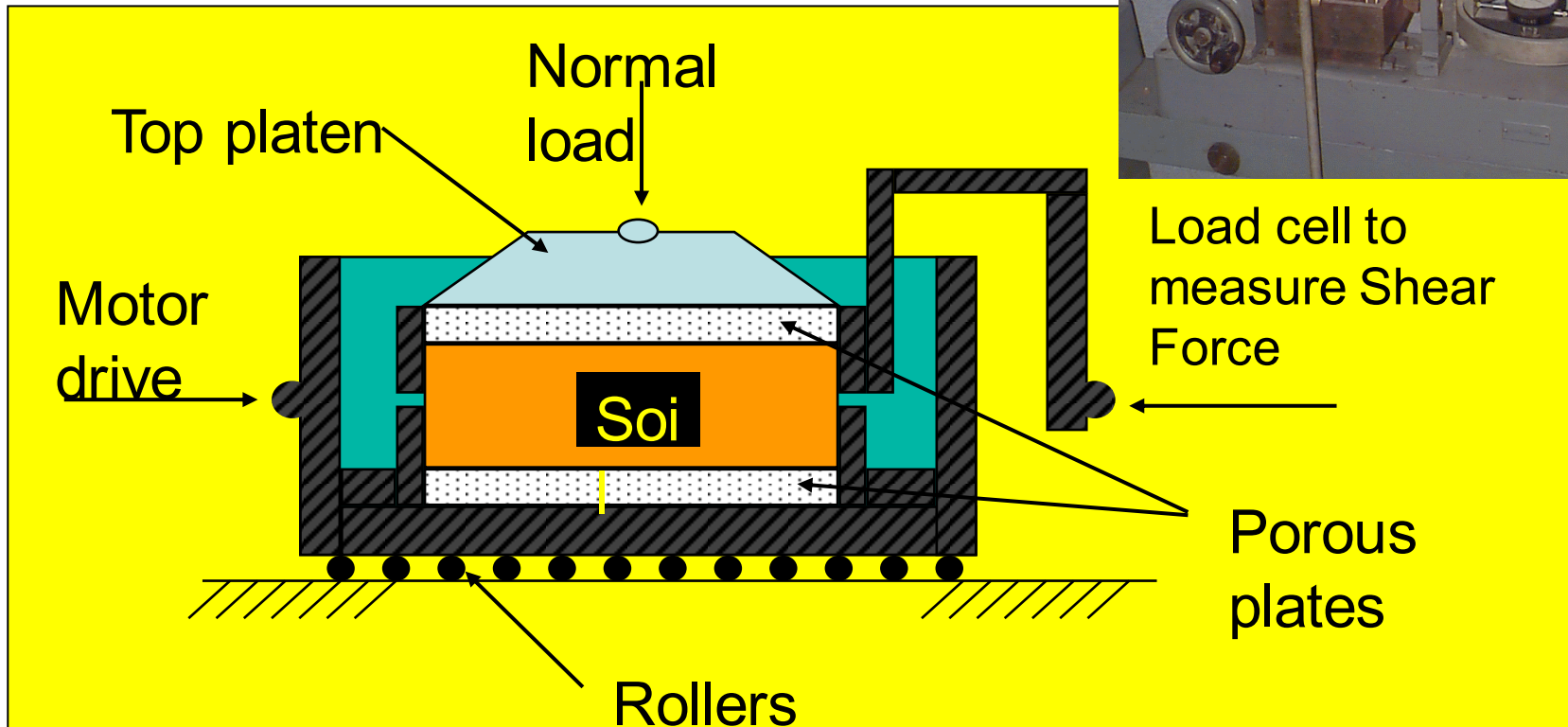
Grunt	Cecha	Stan gruntu		
		zagęszczony	Średnio zagęszczony	luźny
Żwiry i pospółki	c'	0-1	0	0
	ϕ'	42-40	37-40	36-37
Piaski grube i średnie	c'	1-2	0-1	0
	ϕ'	37-39	34-37	34-35
Piaski drobne i pylaste	c'	2-3	2-1	1-0
	ϕ'	33-36	31-33	30-31
Piaski próchniczne	c'	3-4	3-2	2-1
	ϕ'	32-39	27-29	26-27

Shear strength of soils

Kohezja i kąt tarcia wewnętrznego wybranych gruntów spoistych

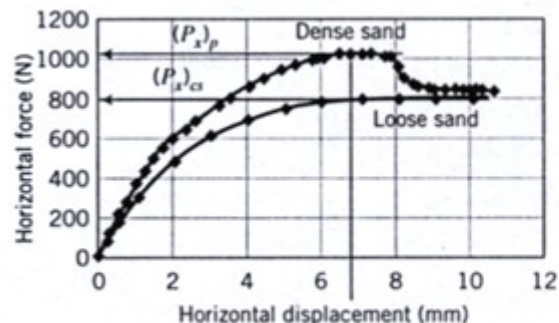
Grunt	Cecha	Stan gruntu		
		Twardo-plastyczny	plastyczny	Mięko-plastyczny
P_g, π_p, π	c'	20-28	12-20	6-12
	ϕ'	20-25	16-20	11-16
G_p, G, G_π	c'	26-37	18-26	11-18
	ϕ'	16-21	12-16	7-12
$G_{pz}, G_z, G_{\pi z}$	c'	35-47	26-35	17-26
	ϕ'	13-17	9-13	5-9
I_p, I, I_π	c'	45-60	35-45	26-35
	ϕ'	10-13	6-10	3-6

Shear strength of soils

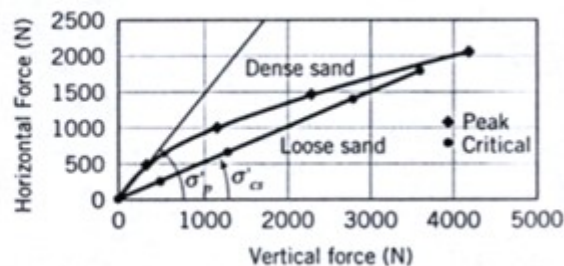


Measure: relative horizontal displacement, dx
vertical displacement of top platen, dy

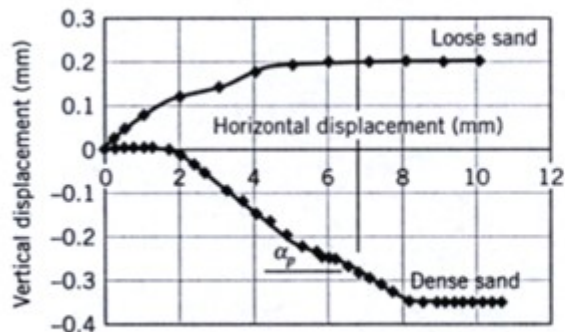
Shear strength of soils



(a)

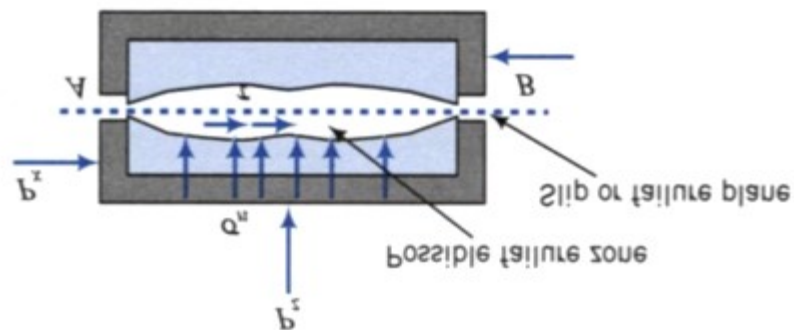


(c)



(b)

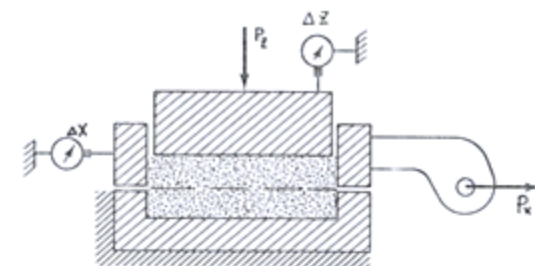
Wyniki próby
ścinnania gruntu



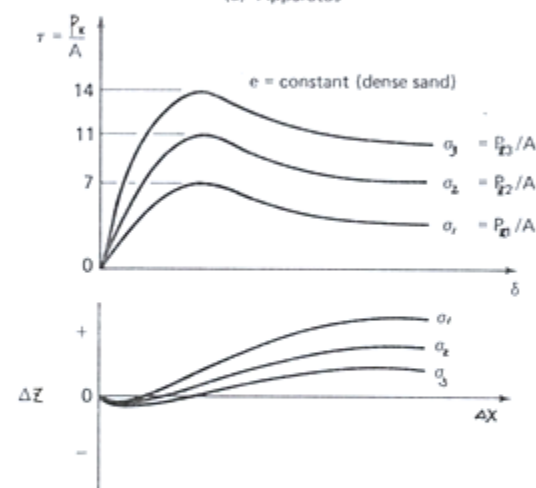
Shear strength of soils

Wady próby bezpośredniego ścinania:

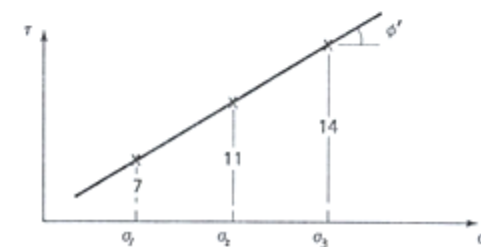
- Wymuszona powierzchnia poślizgu, która nie musi się pokrywać z najsłabszą powierzchnią
- Nie ma możliwości pomiaru ciśnienia porowego, czyli nie jesteśmy w stanie określić efektywnych parametrów gruntu
- Niejednorodny stan naprężenia i odkształcenia w próbce
- W praktyce test bezpośredniego ścinania jest używany dla szybkiego i zgrubnego oszacowania parametrów gruntu
- Aparat nie może zapobiegać odsączeniu – czyli test nadaje się tylko do oceny własności gruntu w warunkach pełnego odsączenia



(a) Apparatus



(b) Test results



(c) Mohr diagram

Shear strength of soils

Przykład liczbowy 1

Wykonano próbę bezpośredniego ścinania pewnego gruntu sypkiego. Z wcześniejszych badań wiadomo, że kąt tarcia wewnętrznego dla tego gruntu jest równy 25 stopni. Naprężenia pionowe przyłożone do próbki gruntu są równe 31.8 kPa. Ile będzie wynosiła maksymalna wartość naprężeń ścinających?

$$\tau_{\max} = c \cdot A + N \cdot \tan \varphi = 0 + 31.8 \cdot \tan 25^\circ = 14.829 \text{ kPa}$$

Przykład liczbowy 2

W aparacie skrzynkowym o przekroju 0.1 m x 0.1 m, ścięto trzy próbki tego samego gruntu przy obciążeniu pionowym 0.5 kN, 1.5 kN i 2.5 kN. Zmierzono siły ścinające o wartościach 0.48 kN, 0.95 kN i 1.18 kN. Wyznaczyć kohezję i kąt tarcia wewnętrznego.

Numer próbki	Obciążenie pionowe, kN	σ , kPa	Siła ścinająca, kN	τ , kPa
1	0.5	50	0.48	48
2	1.5	150	0.96	96
3	2.5	250	1.18	118

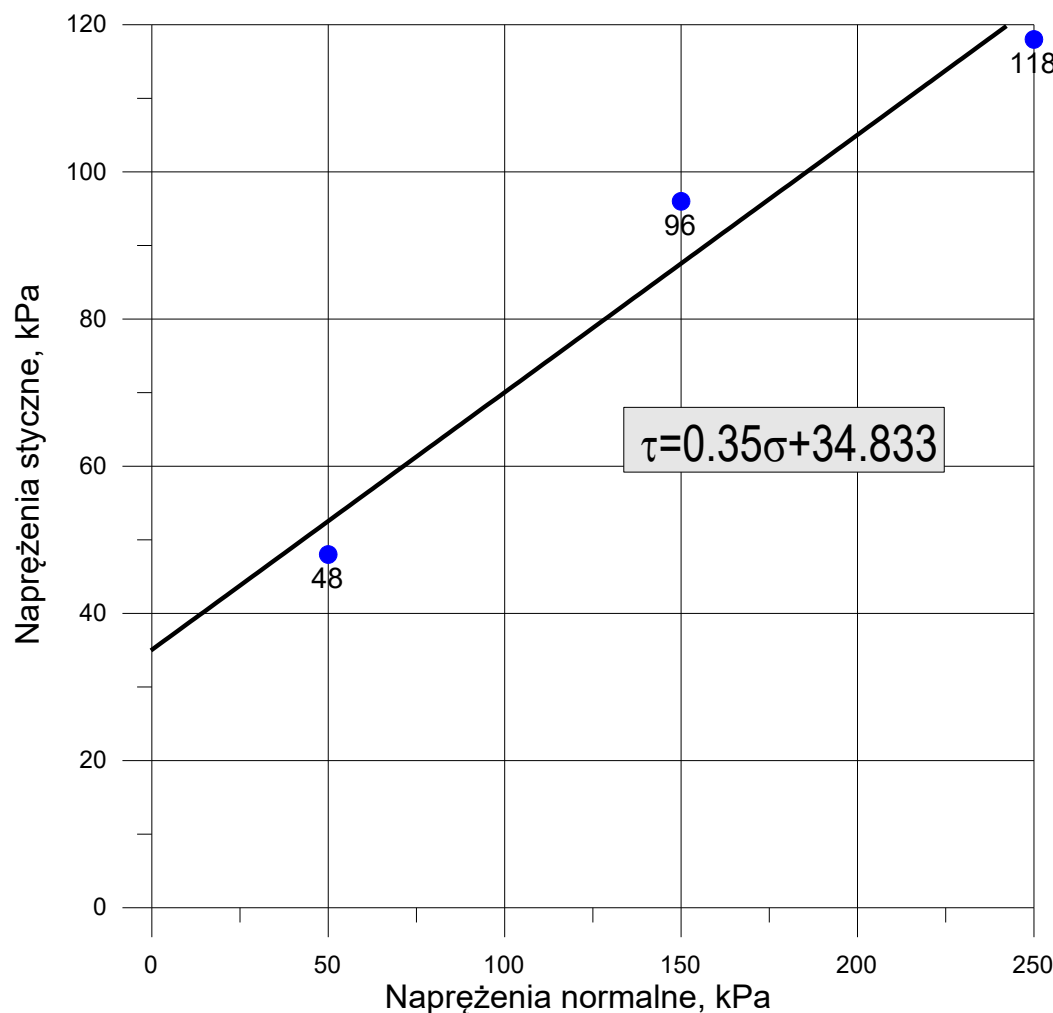
Shear strength of soils

Obliczone wartości naprężeń stycznych i normalnych naniesiono na wykres uzyskując trzy punkty. Następnie dobrano dla nich prostą regresji metodą najmniejszych kwadratów. Uzyskano równanie prostej w postaci:

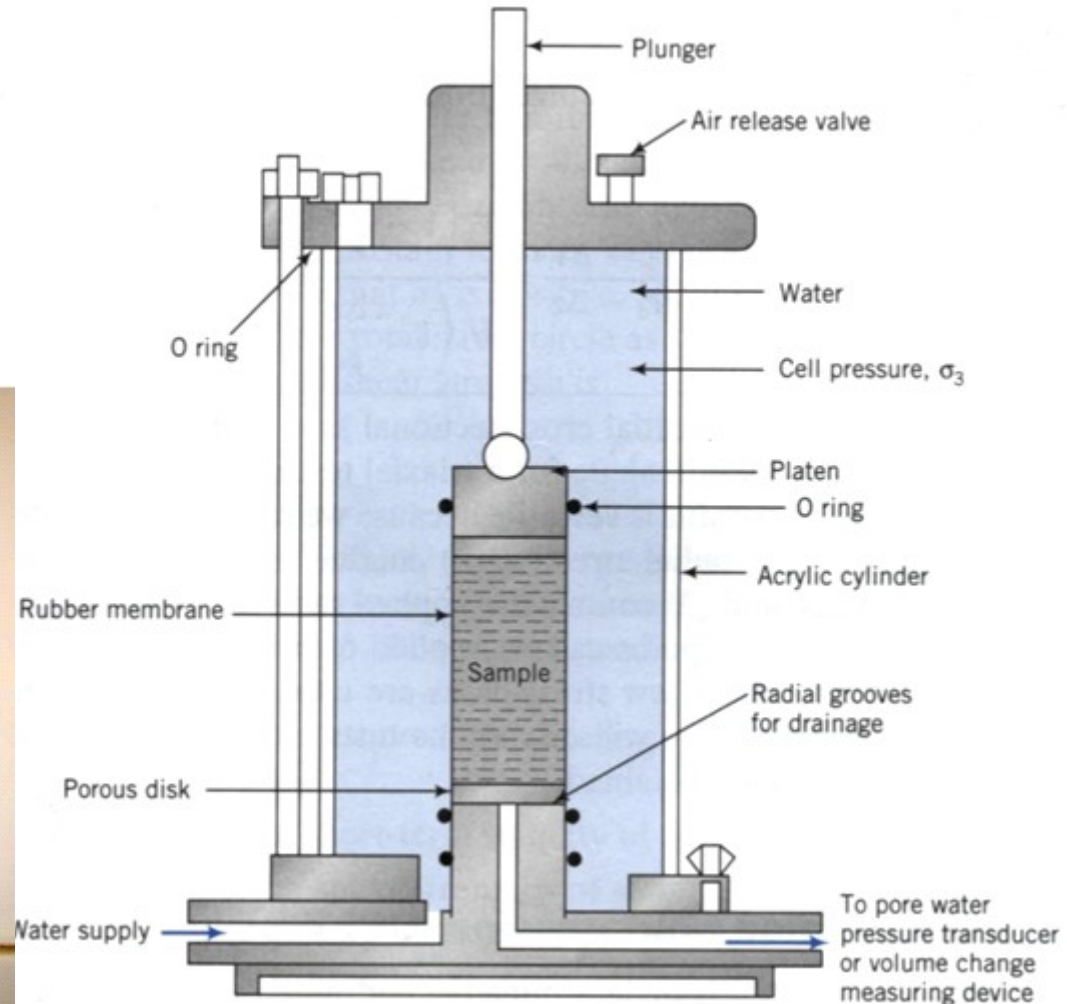
$$\tau_{\max} = 0.35\sigma + 34.833$$

Kohezja gruntu jest więc równa 34.83 kPa, zaś kąt tarcia wewnętrznego:

$$\varphi = \arctan 0.35 = 19.29^\circ$$

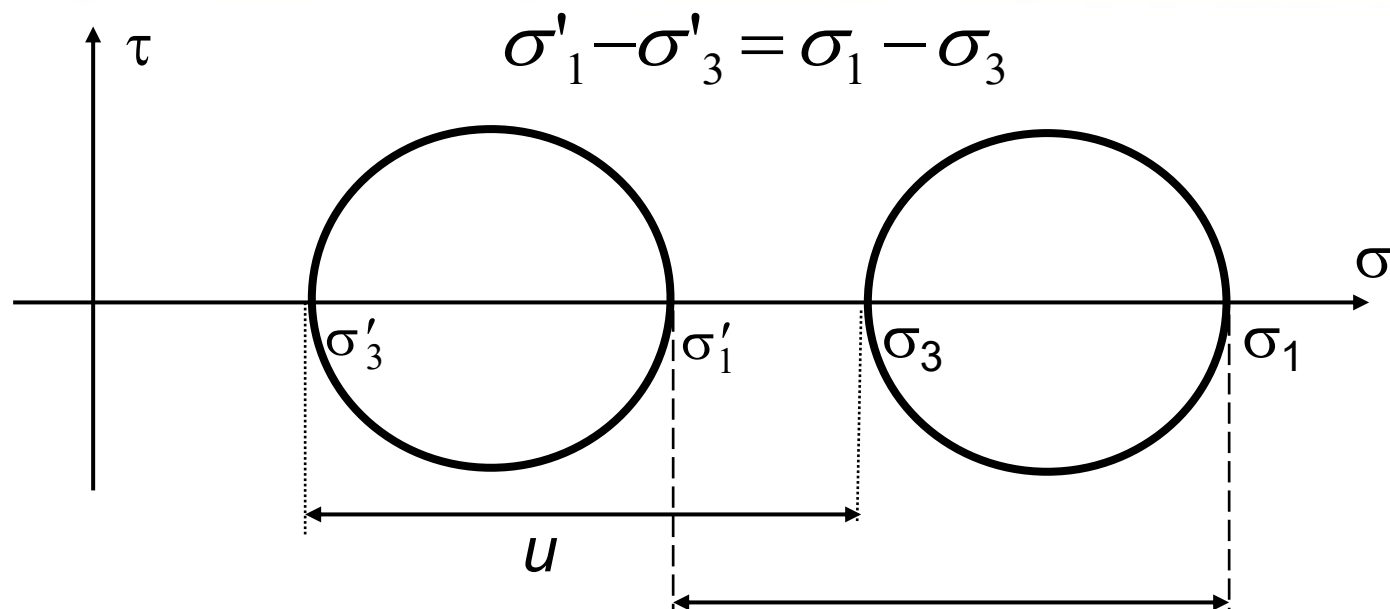


Shear strength of soils



**Próba
trójosiowego
ściskania**

Shear strength of soils



Soil behaviour is controlled by **effective stresses**, and the **effective strength parameters are the fundamental strength parameters**. But they are not necessarily soil constants.

Dla każdego stanu naprężenia w elemencie gruntu można narysować koło Mohra zarówno dla naprężeń całkowitych jak i naprężeń efektywnych. Oba koła są przesunięte poziomo o wartość ciśnienia wody w porach u .

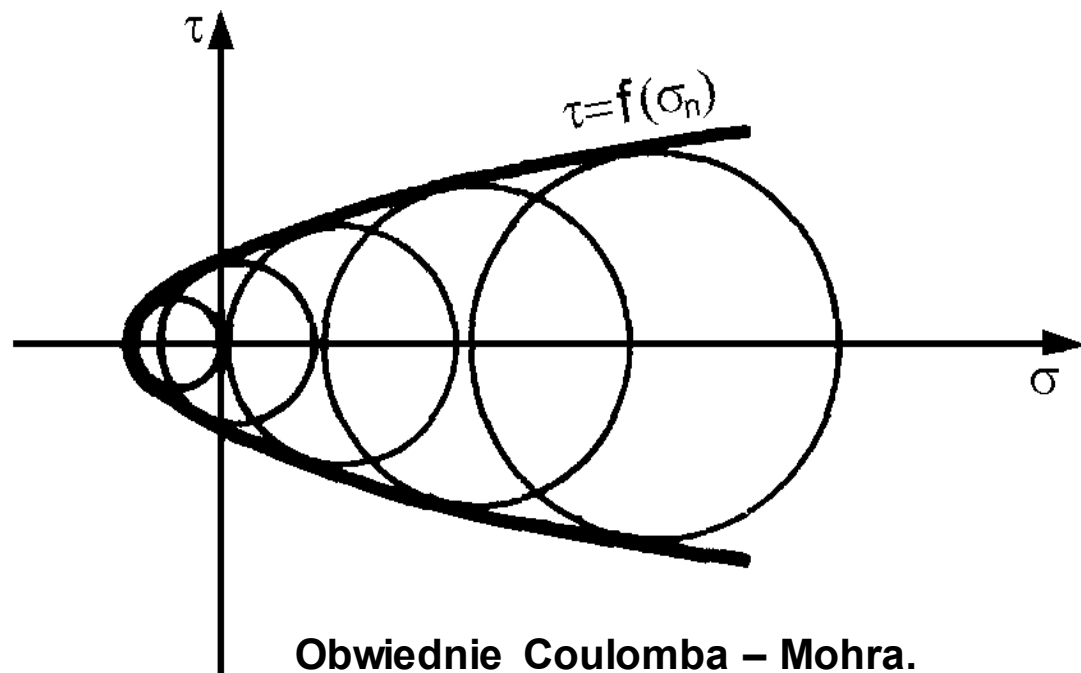
Shear strength of soils

Wytrzymałością gruntu na ścinanie nazywany jest odniesiony do jednostki powierzchni graniczny opór opisywany **naprężeniem stycznym** jaki ośrodek gruntowy stawia siłom przesuającym. Warunek granicznej wartości największego naprężenia stycznego można przedstawić wykreślnie jako obwiednię do kół *Mohra* podających stan naprężenia dla różnych wartości naprężeń głównych σ_1, σ_3

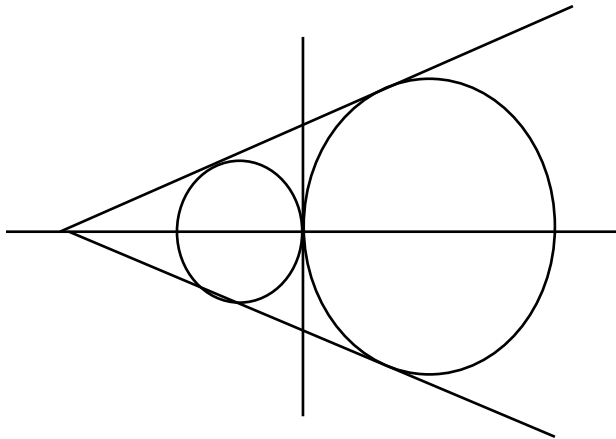
$$|\tau| - f(\sigma_n) = 0$$

Najczęściej przyjmuje się zależność liniową między naprężeniem normalnym i stycznym zgodnie z warunkiem **Coulomba** (1772):

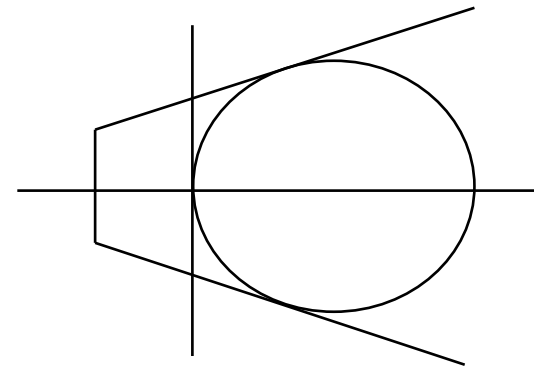
$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \varphi'$$



Shear strength of soils

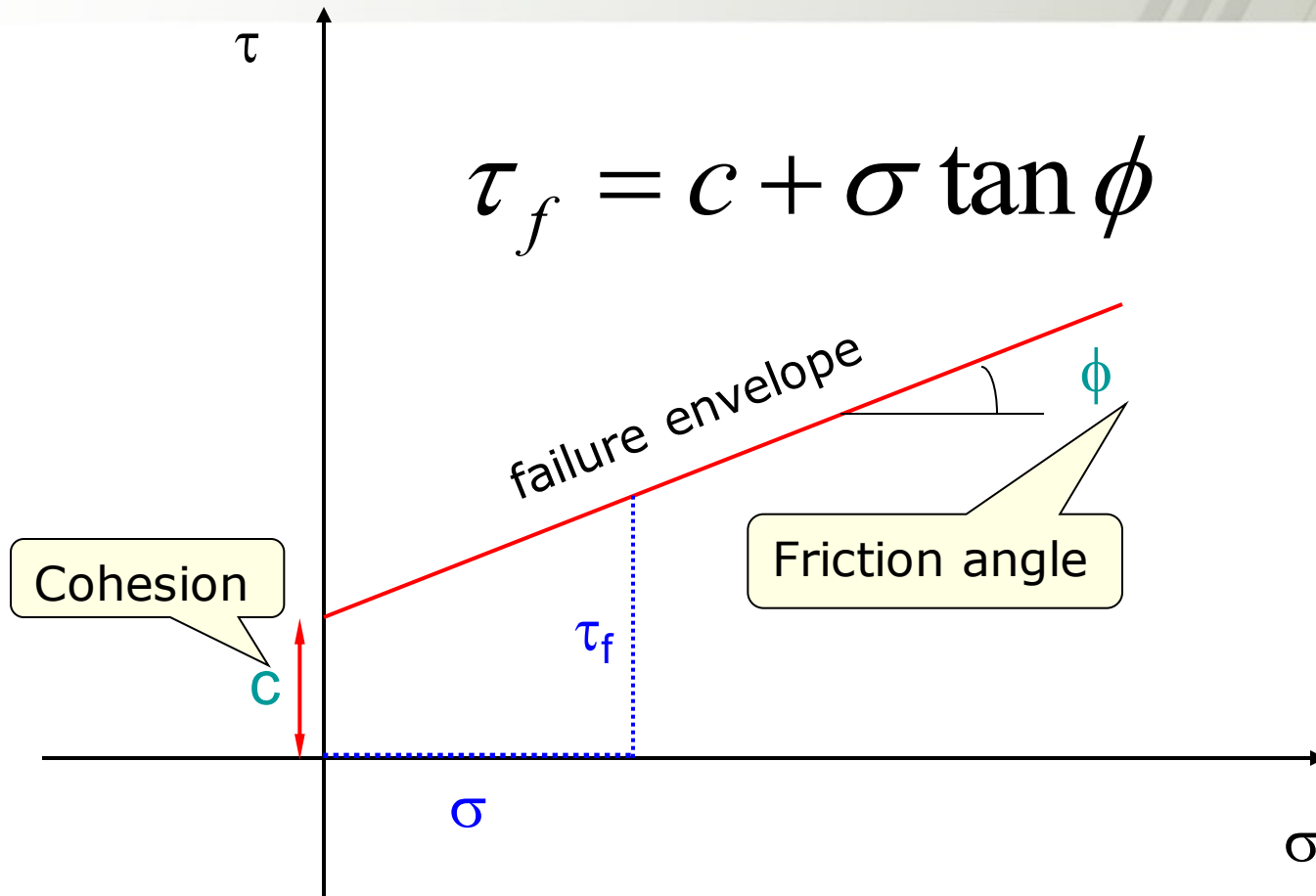


Unrealistic assumption - for low friction angle values - tensile strength is several times higher than cohesion



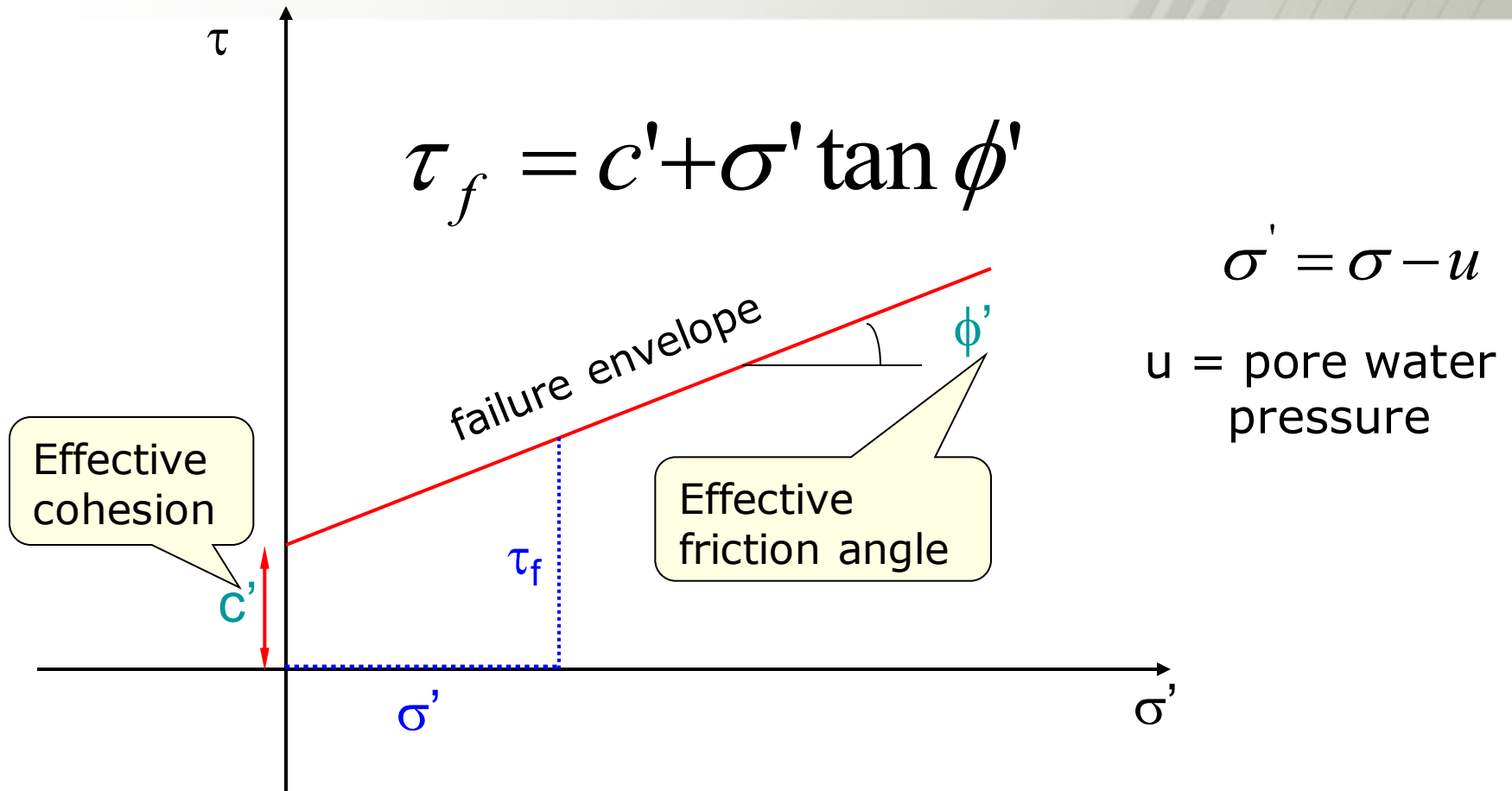
Proposition – tension cut-off or zero tension strength assumption.

Mohr-Coulomb Failure Criterion (in terms of total stresses)



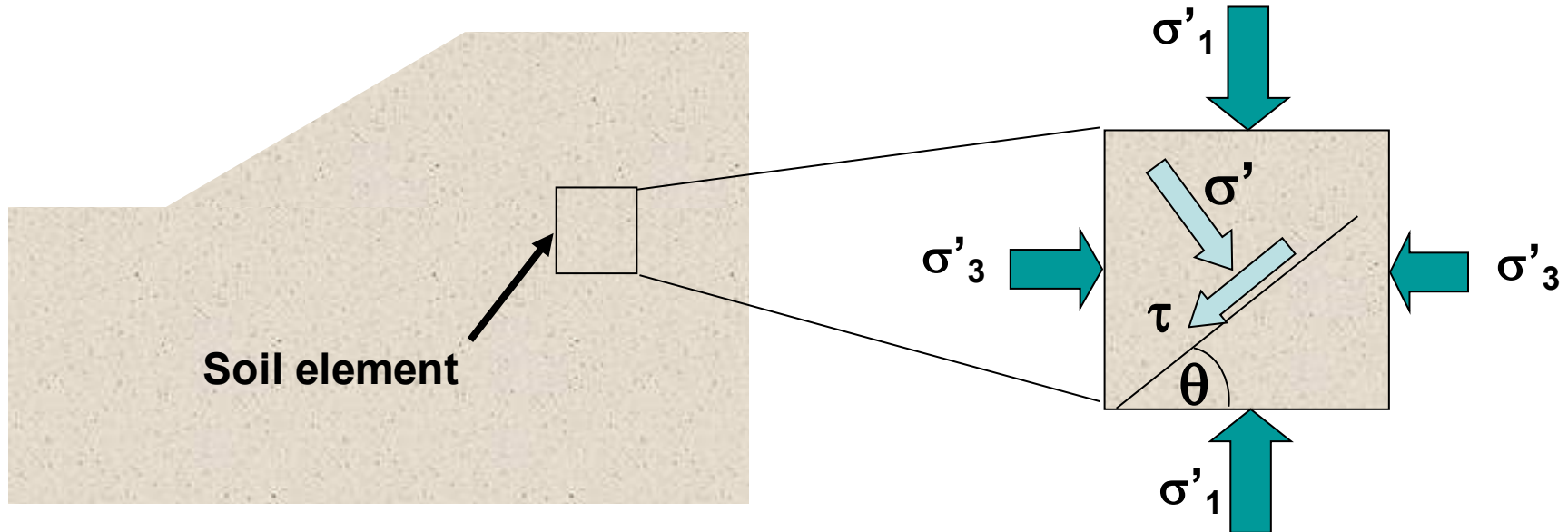
τ_f is the maximum shear stress the soil can take without failure, under normal stress of σ .

Mohr-Coulomb Failure Criterion (in terms of effective stresses)



τ_f is the maximum shear stress the soil can take without failure, under normal effective stress of σ' .

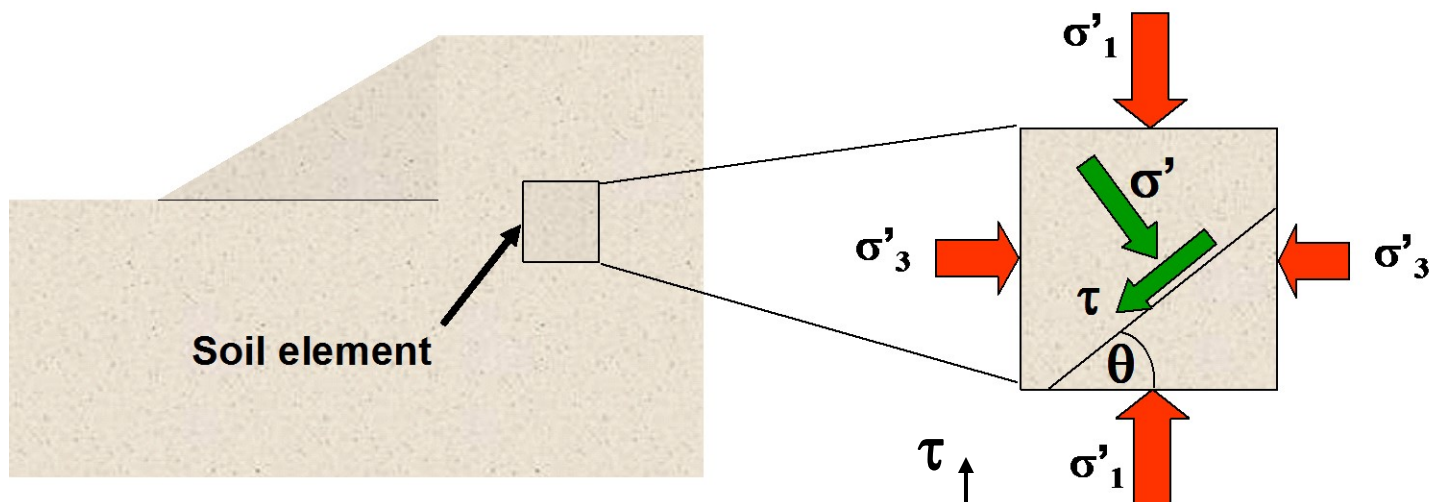
Mohr Circle of stress



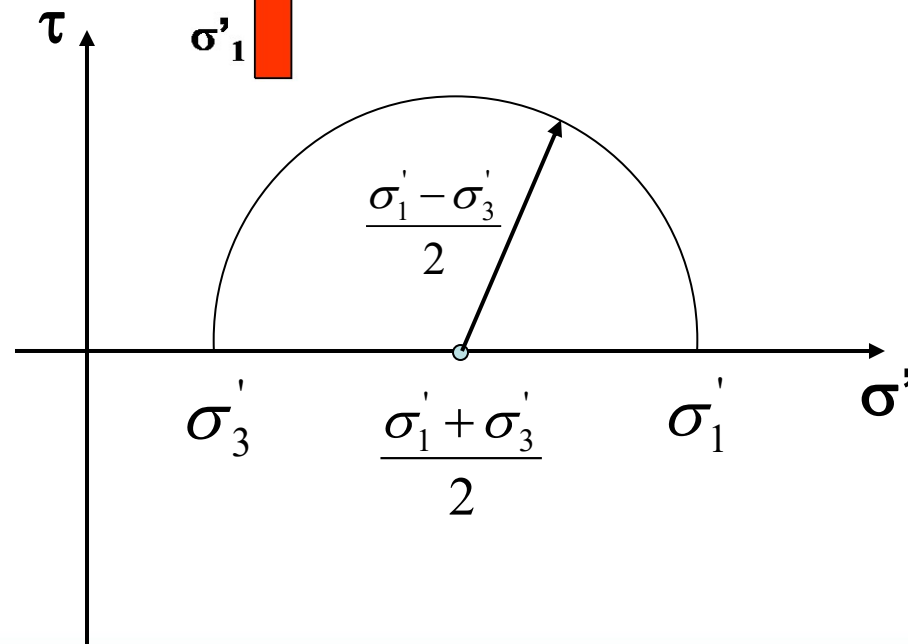
$$\tau = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \sin 2\theta$$

$$\sigma' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cos 2\theta$$

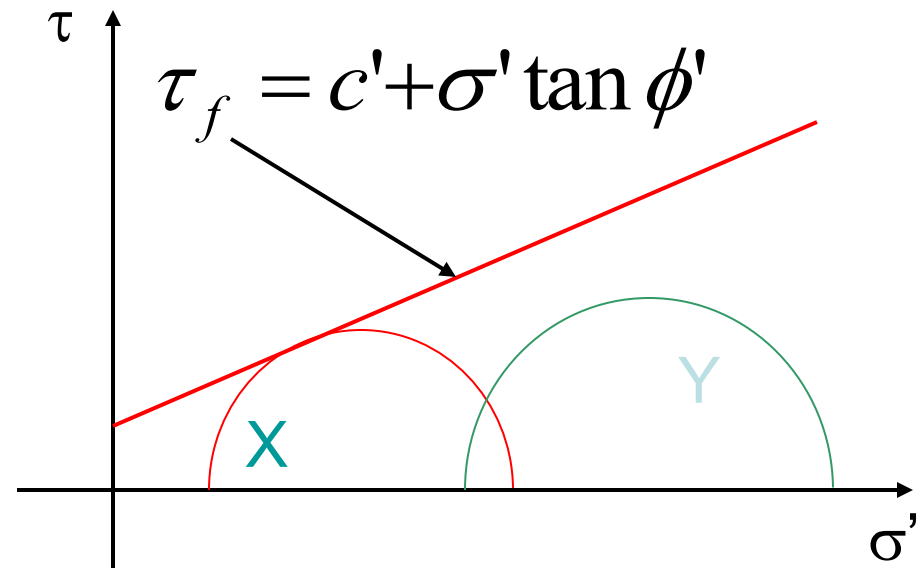
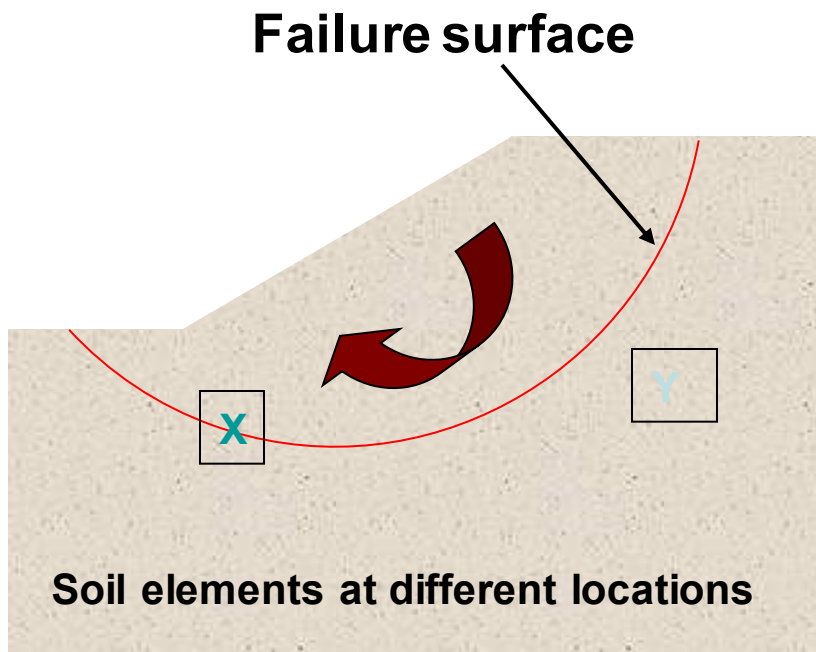
Mohr Circle of stress



$$\tau^2 + \left(\sigma' - \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \right)^2$$

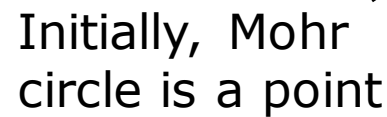


Mohr Circles & Failure Envelope

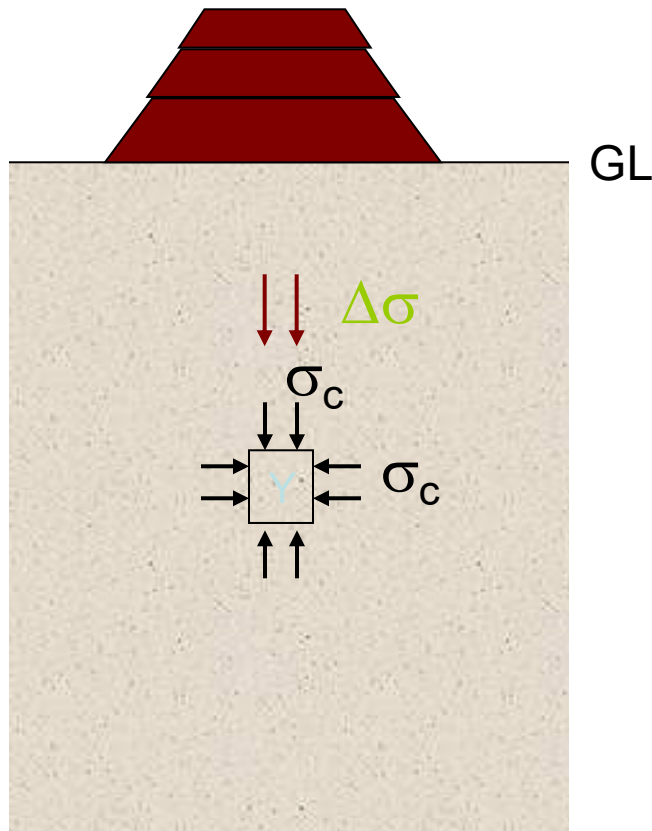


Y ~ stable

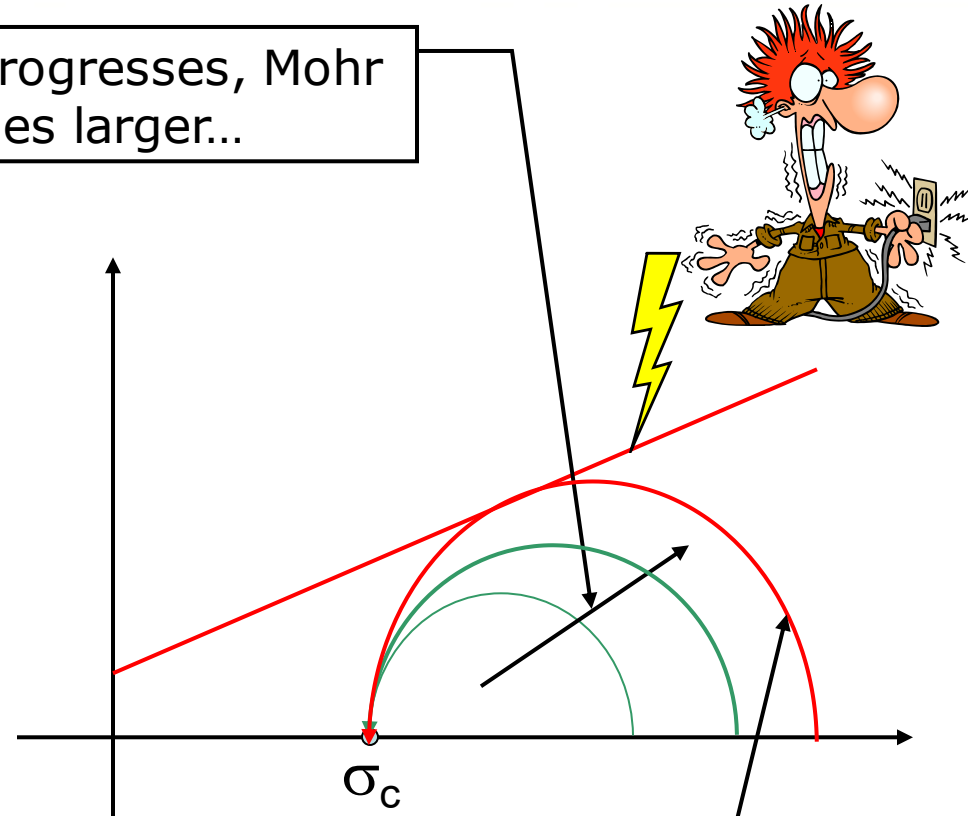
X ~ failure



Mohr Circles & Failure Envelope

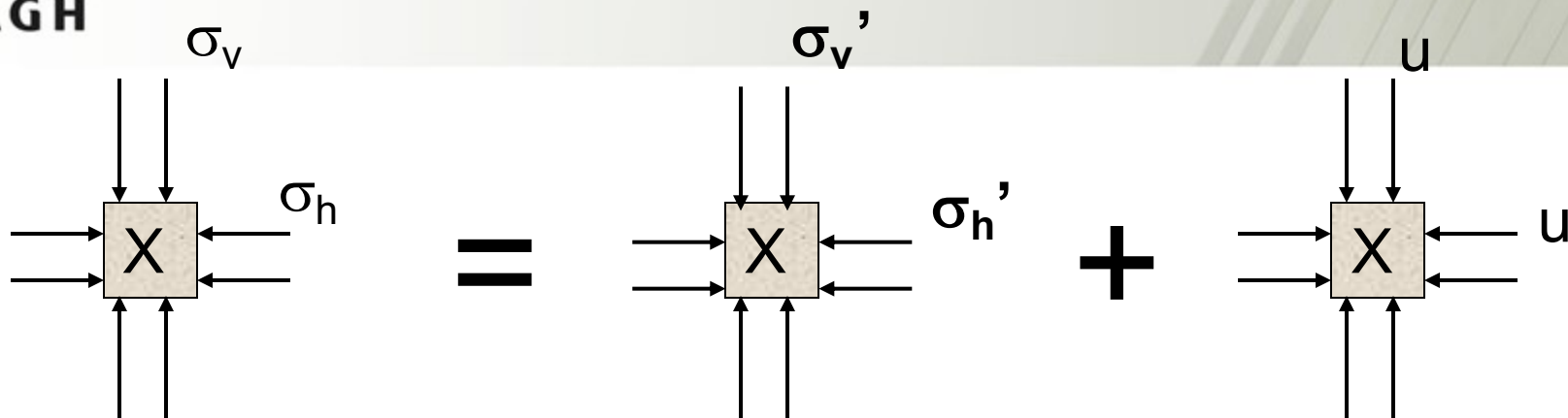


As loading progresses, Mohr circle becomes larger...

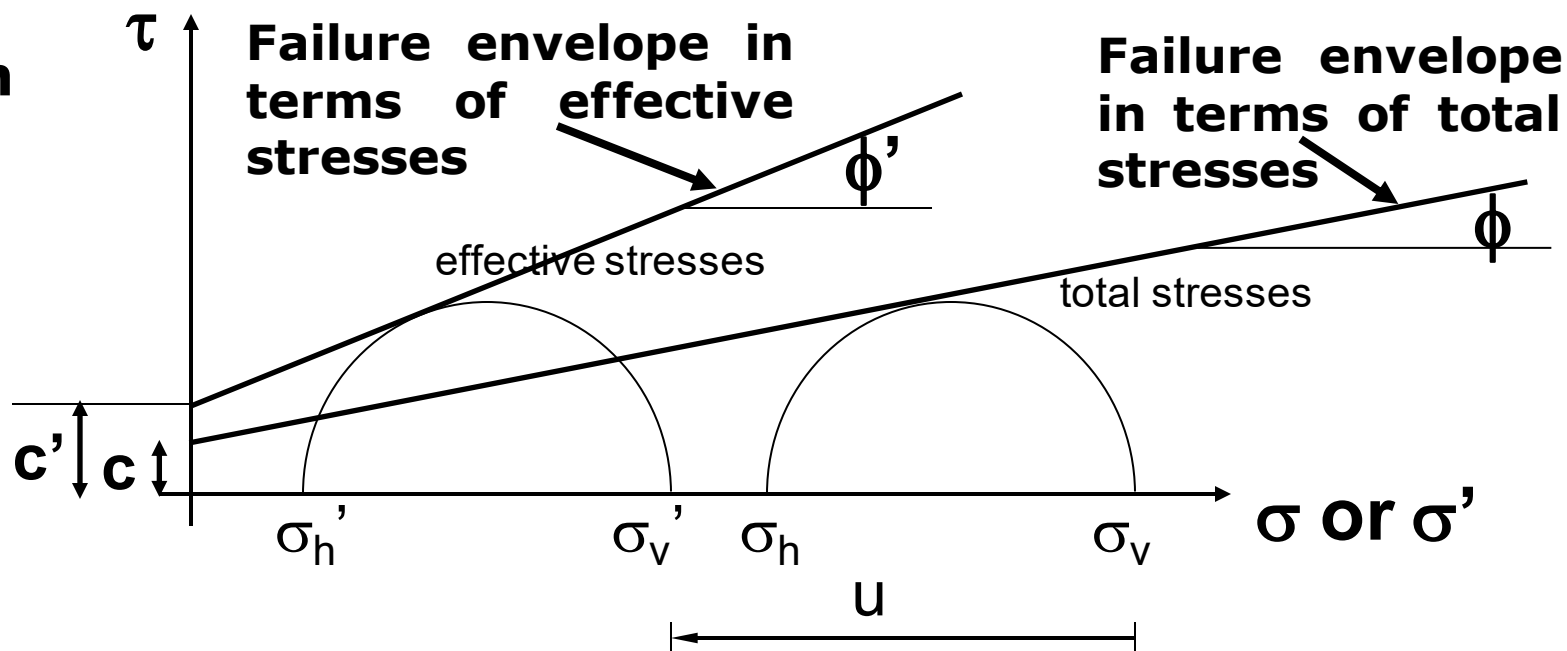


.. and finally failure occurs when Mohr circle touches the envelope

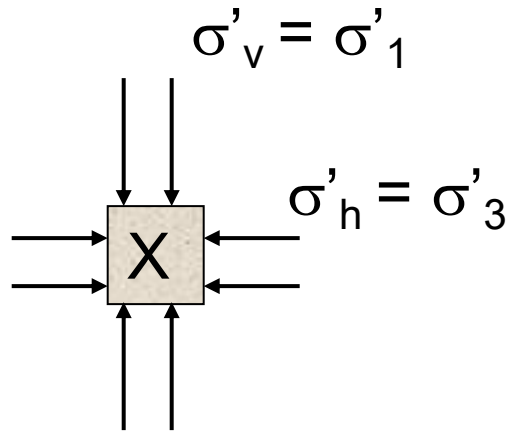
Failure envelopes in terms of total & effective stresses



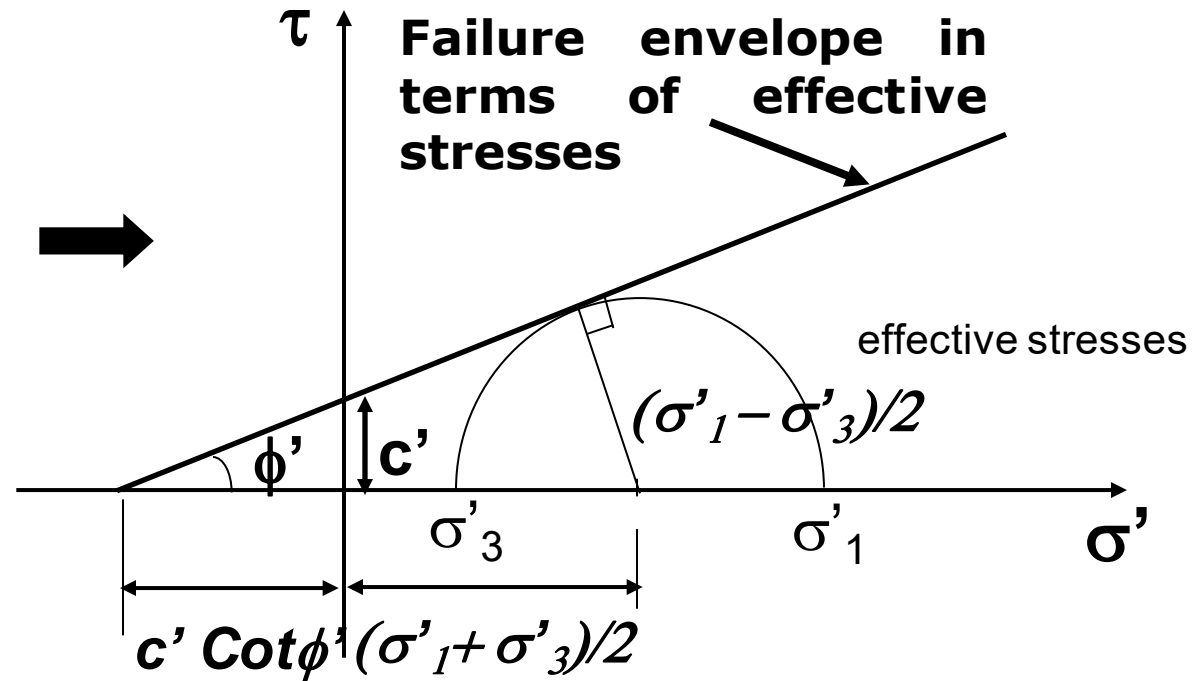
If X is on failure



Mohr Coulomb failure criterion with Mohr circle of stress



X is on failure



$$\left[c' \cot \phi' + \left(\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \right) \right] \sin \phi' = \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \right)$$