

---

# Projektowanie Baz Danych

## Zależności funkcyjne, postaci normalne i normalizacja

---

Antoni Ligęza

ligeza@agh.edu.pl

<http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~ligeza>

---

## Przykład 1 – błędny projekt schematu tabeli

---

### Naruszenie 2 NF – Tabela DostawcyTowary

dostawca	adres	towar	cena
Budex	Kraków	cegła	1.20
Budex	Kraków	pustak	3.20
Murex	Tarnów	cegła	1.10
Murex	Tarnów	pustak	2.90
Budex	Kraków	papa	4.30

### Problemy

- Redundancja – niepotrzebnie powtarzany adres dostawcy,
- Anomalie przy modyfikacji – adres zmodyfikowany w jednym wierszu może pozostać niezmienny w innych,
- Anomalie przy wstawianiu – nie można wstawić dostawcy bez towaru,
- Anomalie przy usuwaniu – usuwając informację o towarach można usunąć dostawcę.

Zależności funkcyjne:

$$dostawca \longrightarrow adres$$
$$dostawca, towar \longrightarrow cena$$

Klucz:  $\{dostawca, towar\}$

---

## Przykład 2 – błędny projekt schematu tabeli

---

### Naruszenie 3NF – Tabela PracownicyFirmy

id_prac	nazwisko	firma	adres
MF101	Kowalski	Budex	Kraków
MF102	Kowalowski	Budex	Kraków
MF103	Maliniak	Murex	Tarnów
MF104	Malinowski	Murex	Tarnów
MF105	Mamoń	Budex	Kraków

### Problemy

- Redundancja – niepotrzebnie powtarzany adres firmy,
- Anomalie przy modyfikacji – adres zmodyfikowany w jednym wierszu może pozostać niezmienny w innych,
- Anomalie przy wstawianiu – nie można wstawić firmy bez pracownika,
- Anomalie przy usuwaniu – usuwając wszystkich pracowników usuwamy firmę.

Zależności funkcyjne:

$id\_prac \longrightarrow nazwisko$

$id\_prac \longrightarrow firma$

$firma \longrightarrow adres$

Klucz:  $\{id\_prac\}$

## Zależności funkcyjne

---

**Definicja 1** *Niech*

$$R(A_1, A_2, \dots, A_n)$$

*będzie schematem pewnej relacji, oraz niech*

$$X, Y \subseteq \{A_1, A_2, \dots, A_n\}.$$

*Istnieje zależność funkcyjna ( $X$  wyznacza funkcyjnie  $Y$ ):*

$$X \longrightarrow Y$$

*wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej relacji  $T$  o schemacie  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ , dla dowolnych krotek  $t_1, t_2 \in T$  jeżeli*

$$\pi_X(t_1) = \pi_X(t_2)$$

*to także*

$$\pi_Y(t_1) = \pi_Y(t_2)$$

Zależność funkcyjna pomiędzy zbiorami atrybutów  $X$  oraz  $Y$  oznacza, że każdemu zestawowi wartości atrybutów  $X$  odpowiada dokładnie jeden zestaw wartości atrybutów  $Y$ .

Zależność trywialna:

$$X \longrightarrow Y$$

gdy  $Y \subseteq X$ .

Zależność prosta (prawa strona jest pojedynczym atrybutem):

$$X \longrightarrow A_i$$

Zależność tranzytywna (przechodnia):

$$X \longrightarrow Y$$

$$Y \longrightarrow Z$$

gdy nie zachodzi  $Y \longrightarrow X$ .

---

## Przykłady zależności funkcyjnych

---

### Rozkład zajęć uczelni

Rozważmy relację  $R$  opisującą rozkład zajęć uczelni o schemacie:

$$R(D, H, S, G, P, C)$$

gdzie:

- $D$  – dzień,
- $H$  – godzina,
- $S$  – sala,
- $G$  – grupa studencka,
- $P$  – prowadzący zajęcia,
- $C$  – przedmiot/kurs.

W powyższym schemacie istnieją zależności funkcyjne, np.:

$$D, H, S \longrightarrow G, P, C$$

$$D, H, G \longrightarrow S, P, C$$

$$D, H, P \longrightarrow S, G, C$$

W konkretnym systemie mogą też istnieć inne zależności, np.

$$D, H, C \longrightarrow S, G, P$$

$$P \longrightarrow C.$$

## Własności zależności funkcyjnych

---

- zależności funkcyjne są własnością **schematu relacji** a nie relacji jako takiej (danych),
  - zależności funkcyjne mogą być obiektywne (wynikać z własności systemu) lub subiektywne (z założeń, wymagań, przepisów),
  - istnienia zależności funkcyjnych nie dowodzi się; można je zaobserwować lub założyć,
  - wybór zależności może być arbitralny; należy do eksperta,
  - wybór zależności ma wpływ na projekt bazy danych,
  - nie uwzględnienie zależności funkcyjnych może prowadzić do problemów (redundancji, anomalii),
  - zależności funkcyjne mogą implikować inne zależności funkcyjne,
  - wskazane jest ograniczenie zbioru zależności poprzez eliminację zależności nadmiarowych do ograniczonego zbioru  $F$ .
1. Rozważamy tylko zależności gdzie prawa strona jest pojedynczym atrybutem postaci  $X \longrightarrow A$ ,
  2. Ze zbioru zależności  $F$  nie można usunąć żadnej zależności –  $F \setminus \{X \longrightarrow A\}$  nie jest równoważne  $F$ ,
  3. Każda zależność zbioru  $F$  jest *pełna*, tzn. dla każdego  $Z \subset X$ ,  $F \setminus \{X \longrightarrow A\} \cup \{Z \longrightarrow A\}$  nie jest równoważne  $F$

## Domknięcie tranzytywne zbioru atrybutów

---

**Definicja 2** Domknięciem tranzytywnym zbioru atrybutów  $U$  względem zbioru (przy danych) zależności funkcyjnych  $F$  nazywamy zbiór  $U^+$ :

$$U^+ = \{A \in U : U \longrightarrow A\}$$

### Algorytm generacji domknięcia tranzytywnego

1. Dane:  $U, F$ .
2.  $U_0 = U$ .
3.  $U_{i+1} = U_i \cup \{A : X \longrightarrow Y \in F, X \subseteq U_i, A \in Y\}$ .
4. Jeżeli  $U_{i+1} = U_i$  to stop;  $U^+ = U_i$ .

Powyższy algorytm umożliwia generację zbioru  $U^+$  – wszystkich atrybutów zależnych funkcyjnie od  $U$ .

Zastosowania:

1. Umożliwia znalezienie wszystkich atrybutów zależnych funkcjonalnie od  $U$ .
2. Umożliwia generację wszystkich zależności prostych postaci  $U \longrightarrow A$ .
3. Umożliwia sprawdzenie czy danych zbiór  $U$  jest kluczem (nadkluczem).
4. Umożliwia generację wszystkich kluczy (podział na atrybuty kluczowe i niekluczowe).
5. Umożliwia sprawdzenie, czy dana zależność funkcyjna jest pełna (od całej lewej strony).

## Logiczne implikacje zależności funkcyjnych i Aksjomaty Armstronga

---

**Definicja 3** Zależność funkcyjna  $X \longrightarrow Y$  jest logiczną konsekwencją zbioru zależności  $F$ , co notujemy

$$F \models X \longrightarrow Y,$$

wtedy i tylko wtedy, gdy każdy schemat relacji  $R$  w którym zachodzą zależności  $F$  spełnia również  $X \longrightarrow Y$ .

### Aksjomaty Armstronga

**A1 – Zwrotność:** Jeżeli  $Y \subseteq X \subseteq U$  to  $X \longrightarrow Y$  jest logiczną konsekwencją  $F$ .

**A2 – Rozszerzanie:** Jeżeli  $X \longrightarrow Y$  oraz  $Z \subseteq U$  to zachodzi  $X, Z \longrightarrow Y, Z$ .

**A3 – Przechodniość:** Jeżeli  $X \longrightarrow Y$  oraz  $Y \longrightarrow Z$  to zachodzi  $X \longrightarrow Z$ .

Aksjomaty Armstronga stanowią **pełny** zbiór reguł i pozwalają wygenerować wszystkie logiczne konsekwencje zależności funkcyjnych  $F^+$ , tzn. domknięcie przechodnie zbioru  $F$ . Twierdzenia wynikające z powyższych aksjomatów:

- Reguła sumowania:  $\{X \longrightarrow Y, X \longrightarrow Z\} \models X \longrightarrow Y, Z$ ;
- Reguła pseudoprzechodniości:  $\{X \longrightarrow Y; W, Y \longrightarrow Z\} \models X, W \longrightarrow Z$ ;
- Reguła rozkładania: Jeżeli  $\{X \longrightarrow Y\}$  oraz  $Z \subseteq Y$  to  $X \longrightarrow Z$ ;

### Twierdzenie 1

$$(F \models X \longrightarrow Y) \equiv (Y \subseteq X^+)$$



## Rozkład relacji

---

**Definicja 4** *Niech*

$$U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

$$A, B, C \subseteq U.$$

*Rozkładem relacji  $R$  o schemacie  $R(A)$  na dwie relacje  $R_1(B)$  oraz  $R_2(C)$  nazywamy zastąpienie relacji  $R$  relacjami  $R_1$  oraz  $R_2$  takimi, że*

$$R_1 = \pi_B(R), \quad R_2 = \pi_C(R),$$

$$B \cup C = A.$$

Rozkład powinien zachowywać:

- informację: dla każdej relacji  $R$

$$\pi_B(R) * \pi_C(R) = R,$$

- zależności funkcyjne:

$$(\pi_B(F) \cup \pi_C(F))^+ = F^+$$

gdzie

$$\pi_Z(F) = \{X \longrightarrow Y \in F : X \cup Y \subseteq Z\}$$

**Twierdzenie 2** *Rozkład relacji  $R$  na  $R_1$  oraz  $R_2$  zachowuje informację wtedy i tylko wtedy gdy*

$$(R_1 \cap R_2) \longrightarrow (R_1 \setminus R_2) \in F^+$$

*lub*

$$(R_1 \cap R_2) \longrightarrow (R_2 \setminus R_1) \in F^+.$$

## Uwagi

---

### Racjonalne warunki rozkładu relacji

- zachowanie wszystkich atrybutów,
- nie rozkładanie z naruszeniem zależności funkcyjnych,
- rozkładanie z wydzieleniem zależności funkcyjnej.

Przykład 1:

$$U = \{D, A, T, C\}, F = \{D \longrightarrow A; D, T \longrightarrow C\}$$
$$R_1 = \{D, A\}, R_2 = \{D, T, C\}.$$

Sprawdzenie:  $R_1 \setminus R_2 = \{A\}$ ,  $R_1 \cap R_2 = \{D\}$ ,  $D \longrightarrow A \in F$ ; rozkład zachowuje informację i zależności funkcyjne.

Przykład 2:

$$U\{ID, N, F, A\}, F = \{ID \longrightarrow N; ID \longrightarrow F; F \longrightarrow A\}.$$
$$R_1 = \{ID, N, F\}, R_2 = \{F, A\}.$$

Sprawdzenie:  $R_2 \setminus R_1 = \{A\}$ ,  $R_1 \cap R_2 = \{F\}$ ,  $F \longrightarrow A \in F$ ; rozkład zachowuje informację i zależności funkcyjne.

Przykład 3:

$$U = \{M, U, K\}, F = \{M, U \longrightarrow K; K \longrightarrow M\}$$

Brak możliwości sensownego rozkładu relacji.

---

## Postacie normalne – 1NF, 2NF i 3NF

---

### Pierwsza postać normalna – 1NF

**Definicja 5** *Relacja jest w pierwszej postaci normalnej (1NF) wtedy i tylko wtedy gdy wszystkie dane są atomiczne (regularna tablica prostokątna, na przecięciu każdego wiersza i kolumny – dana atomiczna).*

Relacja dająca się reprezentować w postaci tabeli bazodanowej w zadzie jest w pierwszej postaci normalnej.

### Druga postać normalna – 2NF

**Definicja 6** *Relacja jest w drugiej postaci normalnej (2NF) wtedy i tylko wtedy gdy jest w pierwszej postaci normalnej oraz wszystkie **atrybuty niekluczowe** są w **pełni funkcjonalnie zależne** od wszystkich kluczy.*

Naruszenie drugiej postaci normalnej wymaga istnienia klucza złożonego i atrybutu niekluczowego; atrybut taki musi być zależny funkcyjnie od fragmenty tego klucza.

### Trzecia postać normalna – 3NF

**Definicja 7** *Relacja jest w trzeciej postaci normalnej (3NF) wtedy i tylko wtedy gdy jest w drugiej postaci normalnej (2NF) oraz wszystkie **atrybuty niekluczowe** są w **bezpośrednio zależne** od wszystkich kluczy.*

Naruszenie trzeciej postaci normalnej wymaga istnienia zależności tranzytywnej od klucza dla atrybutu niekluczowego.

---

## Postacie normalne – BCNF

---

### Postać normalna Boyce’a-Codda – BCNF

**Definicja 8** *Relacja jest w postaci normalnej Boyce’a-Codda (BCNF) wtedy i tylko wtedy gdy wszystkie zależności kluczowe są zależnościami od kluczy.*

Naruszenie trzeciej postaci normalnej wymaga istnienia zależności funkcyjnej tranzytywnej lub od fragmentu klucza.

Każda relacja daje się sprowadzić do 3NF i często do BCNF; relacja z przykładu 3 jest w 3NF ale nie w BCNF.

### Algorytm normalizacji

Postępowanie normalizacyjne (lub sprawdzenie) przeprowadzamy dla każdej tablicy RBD.

1. Identyfikacja zależności funkcyjnych – zbiór  $F$ .
2. Generacja wszystkich kluczy; podział atrybutów na kluczowe i niekluczowe.
3. Sprawdzenie 2NF: czy są atrybuty niekluczowe zależne od fragmentu klucza? Jeżeli tak – normalizacja przez dekompozycję relacji.
4. Sprawdzenie 3NF: czy są atrybuty niekluczowe zależne tranzytywnie od klucza? Jeżeli tak – normalizacja poprzez dekompozycje relacji.
5. Sprawdzenie BCNF – czy są zależności nie od klucza? Jeżeli tak *próba* dekompozycji.
6. Analiza denormalizacyjna.

---

## Złote rady

---

### Rozpoznawanie 2NF i 3NF

**2NF** – warunki wystarczające:

- istnieją tylko klucze proste,
- wszystkie atrybuty są kluczowe (brak atrybutów niekluczowych).

**3NF** – warunki wystarczające:

- wszystkie atrybuty są kluczowe (brak atrybutów niekluczowych),
- brak zależności tranzytywnych.

### Zasady projektowania

- Jeden obiekt – jedna tablica.
- Atrybuty <> obiekty.
- Atomiczność atrybutów.
- Atrybuty – tylko raz, przy „swoim” obiekcie.
- Encje asocjacyjne – osobne tablice.
- Dekompozycja M:N do 1:N.
- Eliminacja redundancji.

---

## Przykłady

---

### Systemy nietrywialne

- baza danych dla kolei,
- baza danych dla MPK,
- lotnicze bazy danych,
- banki,
- SOPD, Dyplomant,
- baza danych parafii (księgi metrykalne),
- sklep z częściami elektronicznymi,
- telekomunikacja,
- dane uzależnione przestrzennie i czasowo,
- działki, drogi, mapy.