



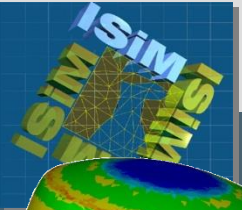
Modelowanie Wieloskalowe

Algorytm analizy odwrotnej na przykładzie identyfikacji modeli materiałów

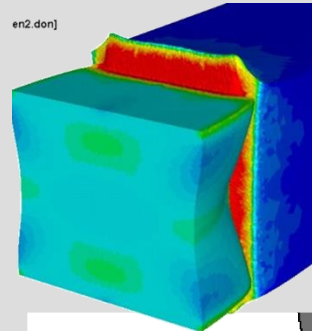
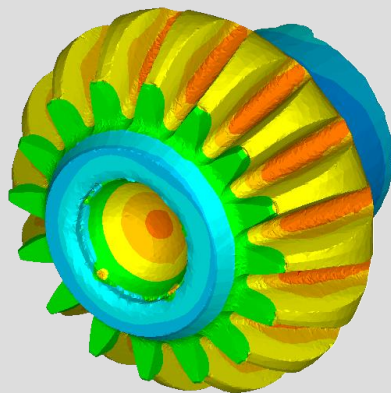
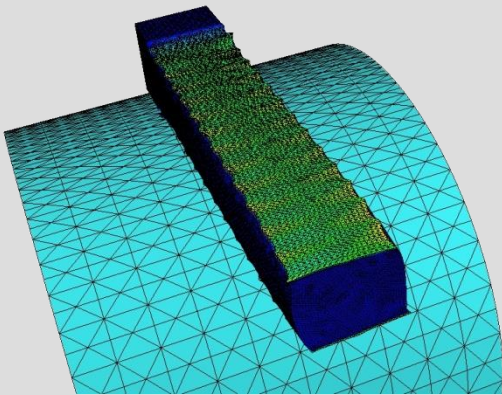
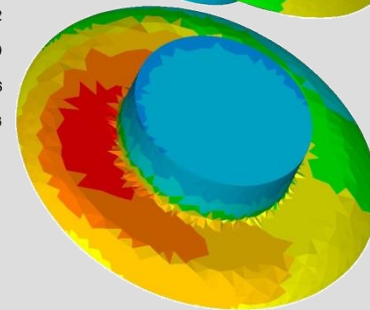
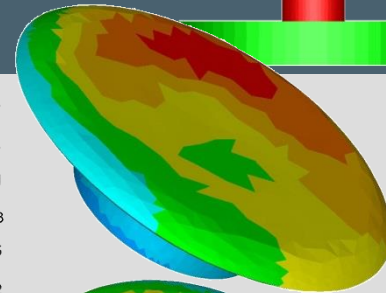
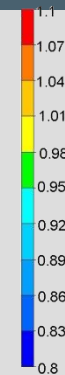
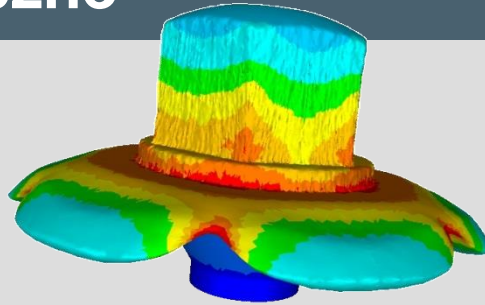
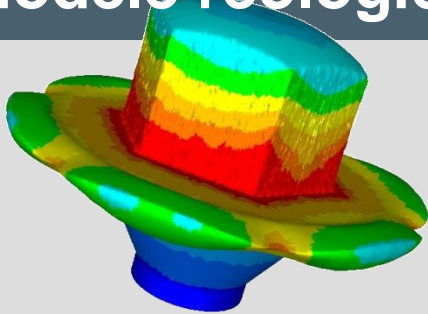
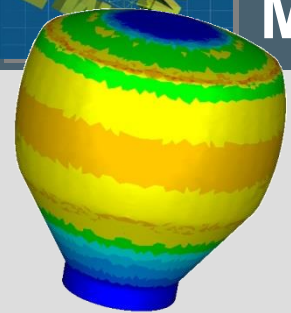
Prof. dr hab. inż. **Łukasz Madej**
Katedra Informatyki Stosowanej i Modelowania
Wydział Inżynierii Metali i Informatyki Przemysłowej

Budynek B5
p. 603
lmadej@agh.edu.pl
617 38 75

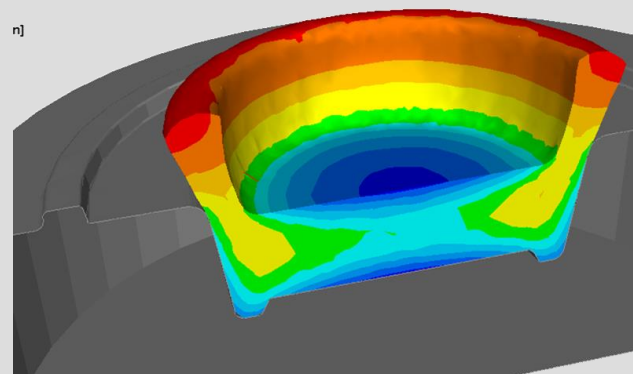




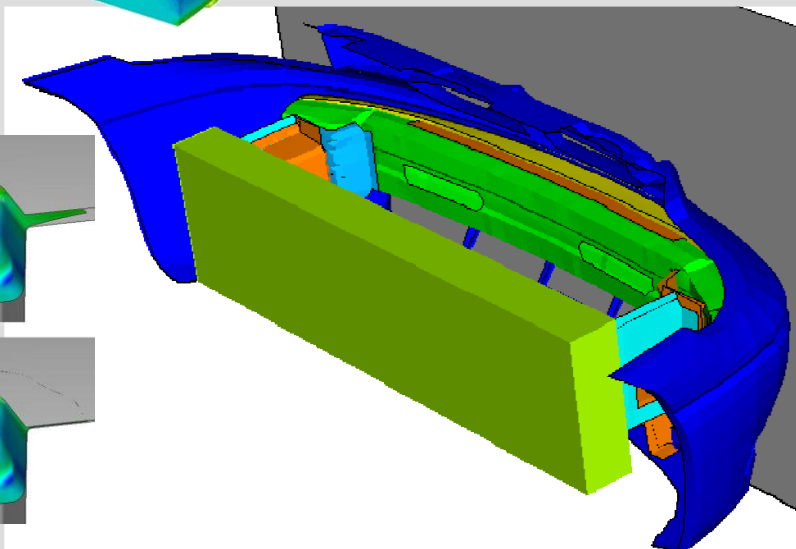
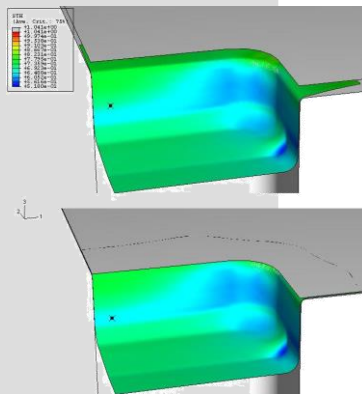
Modele reologiczne

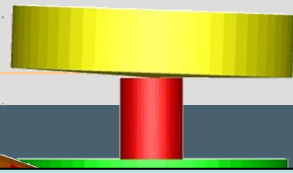


en2.don]



n]





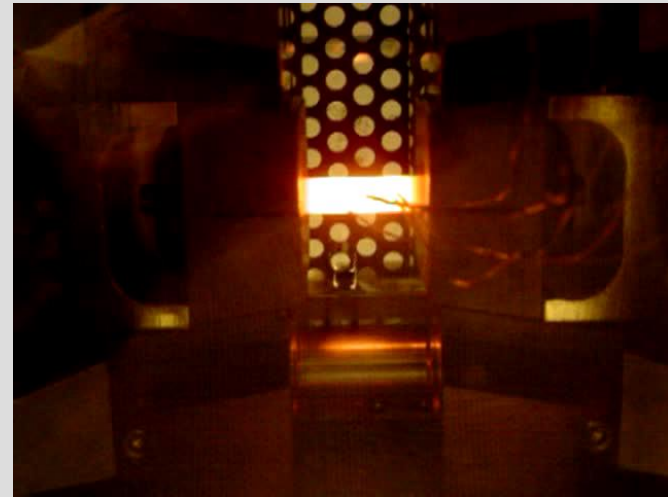
$$\sigma = \frac{2\sigma_p}{3\dot{\epsilon}_i} \dot{\epsilon}$$





Maszyna wytrzymałościowa

Krzywe umocnienia

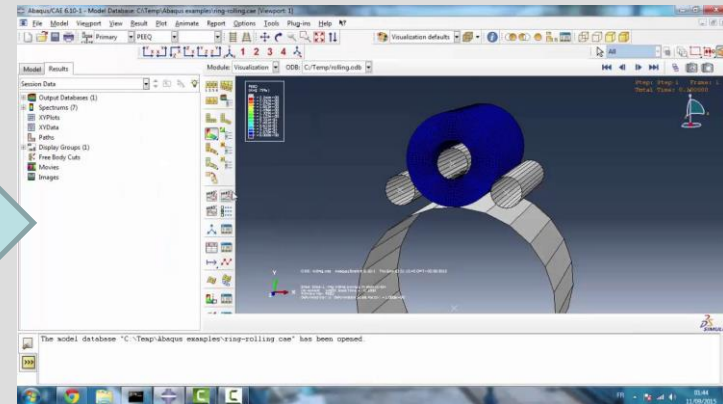
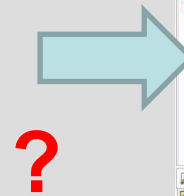
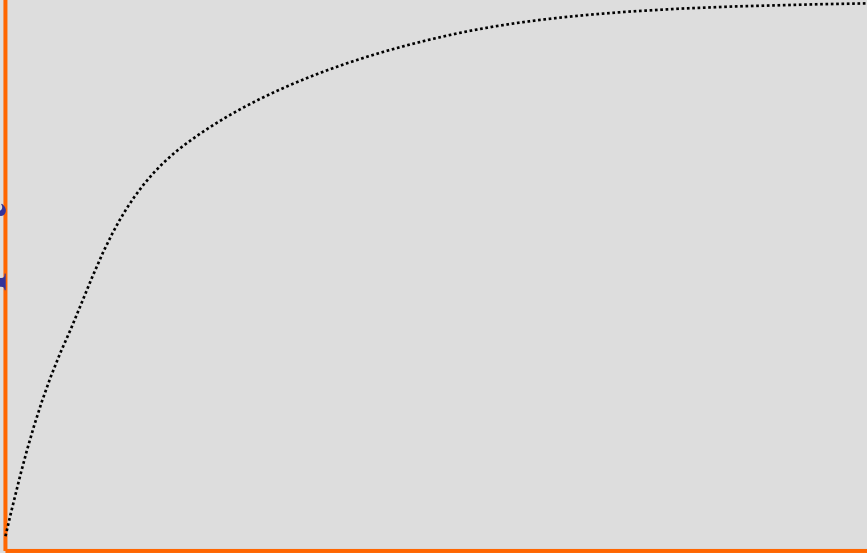


Test jednoosiowego rozciągania



Program symulacyjny

naprężenie



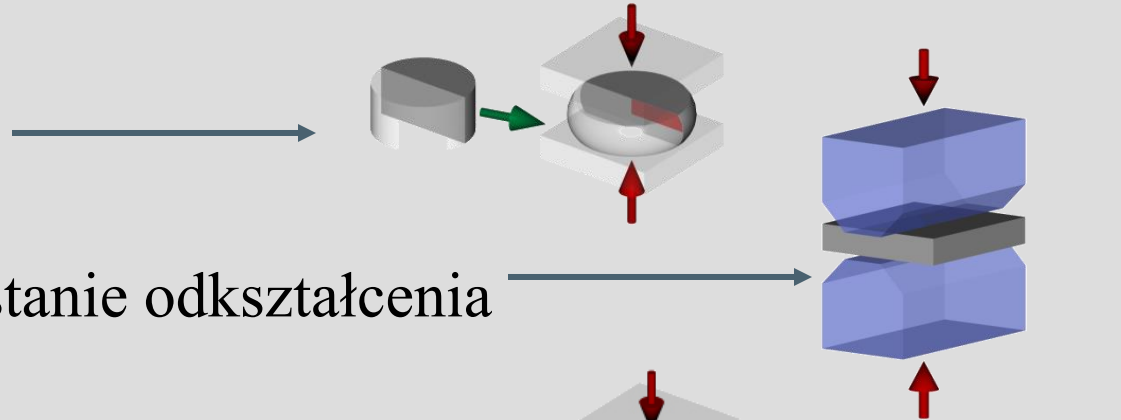
odkształcenie





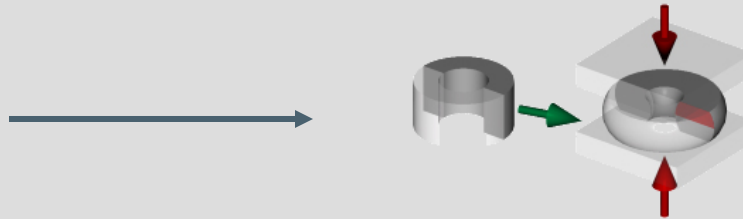
Badania eksperymentalne

Spęcznie próbek osiowosypetrycznych



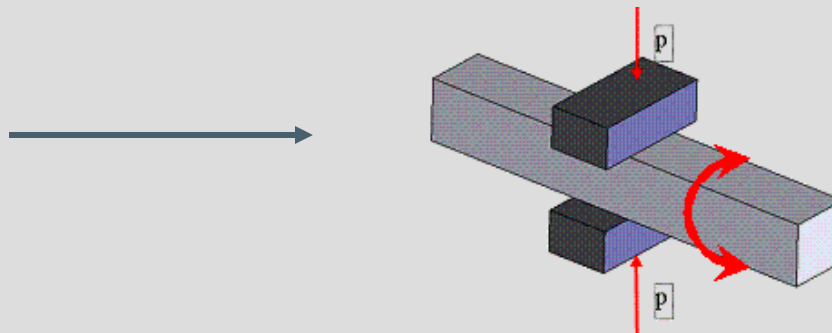
Spęcznie w płaskim stanie odkształcenia

Spęcznie pierścieni



Próba kanalikowa

Próba MaxStrain



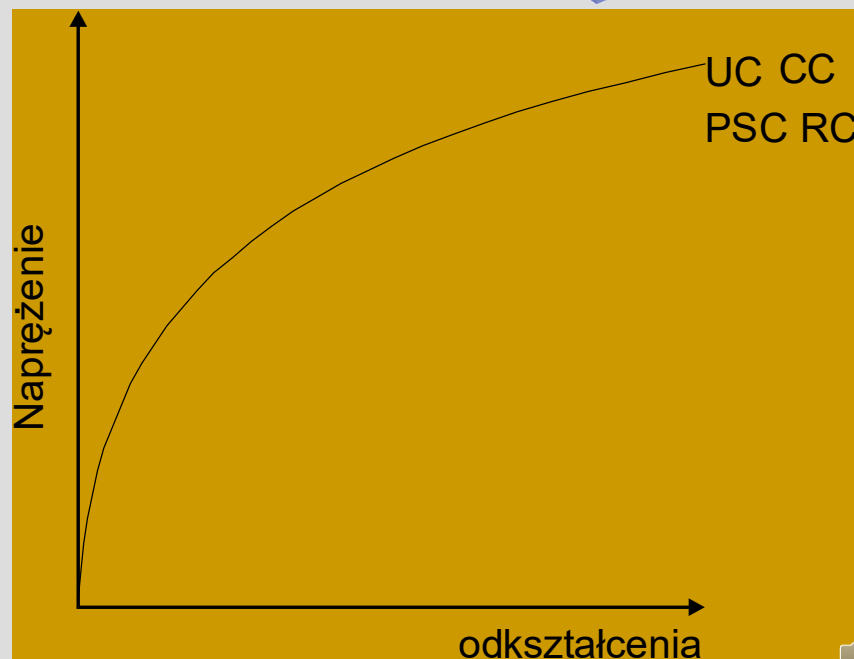
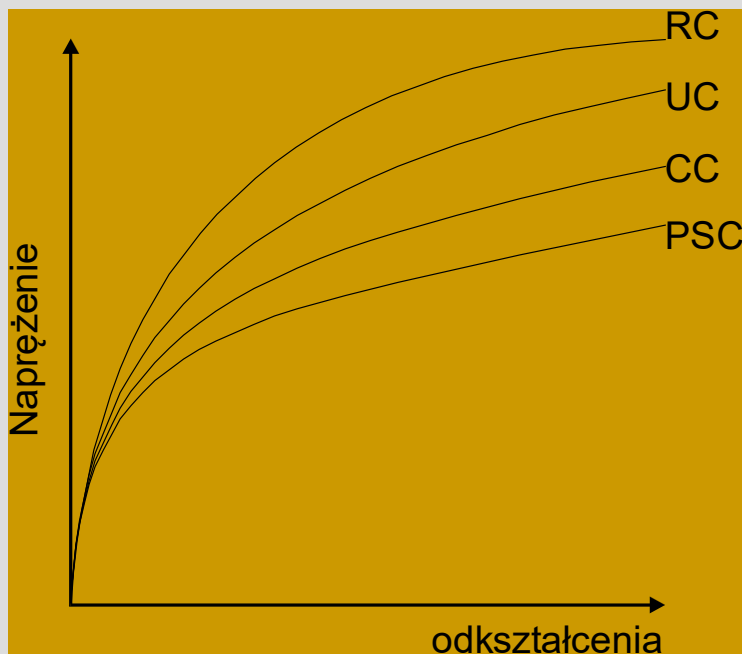
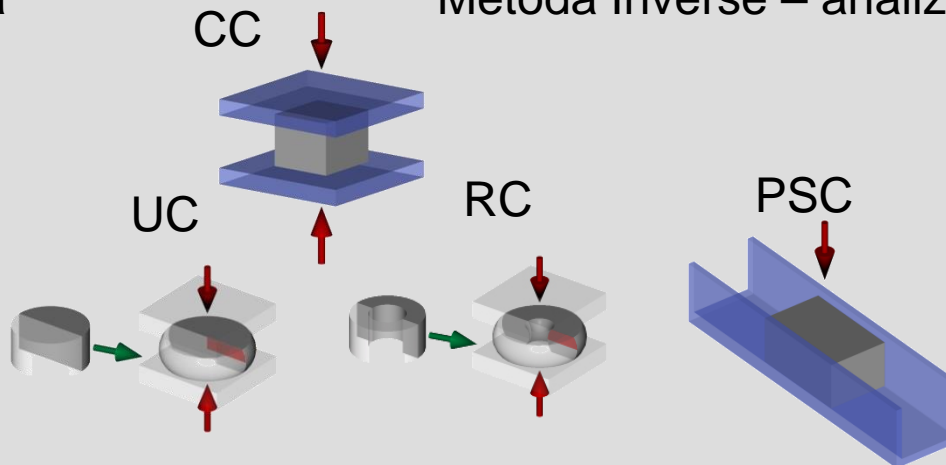


Pomiar siły w funkcji przemieszczenia

Metoda Inżynierska

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Metoda Inverse – analiza odwrotna





Dowolny proces obróbki cieplno – mechanicznej opisany jest zwykle układem równań

$$\mathbf{d} = F(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad F : R^k \rightarrow R^r$$

wektor mierzalnych parametrów wyjściowych (siły rejestrowane podczas procesu, kształt próbki po odkształceniu względnie temperatury początku i końca przemian fazowych, ułamki objętości składników strukturalnych)

wektor parametrów modelu (parametry zależności naprężenie-odkształcenie, współczynnik tarcia, przewodność cieplna, współczynniki modelu przemiany fazowej)

wektor zmiennych zewnętrznych procesu (odkształcenie, prędkość odkształcenia, temperatura próbki, narzędzi oraz otoczenia, szybkość chłodzenia)





Dowolny proces obróbki cieplno – mechanicznej opisany jest zwykle układem równań

$$\mathbf{d} = F(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad F : R^k \rightarrow R^r$$

wektor mierzalnych parametrów wyjściowych (siły rejestrowane podczas procesu, kształt próbki po odkształceniu względnie temperatury początku i końca przemian fazowych, ułamki objętości składników strukturalnych)

?

wektor parametrów modelu (parametry zależności naprężenie-odkształcenie, współczynnik tarcia, przewodność cieplna, współczynniki modelu przemiany fazowej)

wektor zmiennych zewnętrznych procesu (odkształcenie, prędkość odkształcenia, temperatura próbki, narzędzi oraz otoczenia, szybkość chłodzenia)

$\begin{cases} \text{dane } \mathbf{x} \\ \text{dane } \mathbf{p} \end{cases} \Rightarrow \text{oblicz } \mathbf{d}$

Problem bezpośredni





Dowolny proces obróbki cieplno – mechanicznej opisany jest zwykle układem równań

$$\mathbf{d} = F(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad F : R^k \rightarrow R^r$$

wektor mierzalnych parametrów wyjściowych (siły rejestrowane podczas procesu, kształt próbki po odkształceniu względnie temperatury początku i końca przemian fazowych, ułamki objętości składników strukturalnych)

wektor parametrów modelu (parametry zależności napężenie-odkształcenie, współczynnik tarcia, przewodność cieplna, współczynniki modelu przemiany fazowej)

wektor zmiennych zewnętrznych procesu (odkształcenie, prędkość odkształcenia, temperatura próbki, narzędzi oraz otoczenia, szybkość chłodzenia)

Problem odwrotny

$$\begin{cases} \text{dane } \mathbf{d} \\ \text{dane } \mathbf{p} \end{cases} \Rightarrow \text{oblicz } \mathbf{x}$$





Analiza odwrotna

Analiza inverse - celem analizy odwrotnej jest wyznaczenie optymalnych wartości składowych wektora \mathbf{x} , takich które minimalizują odległości pomiędzy wektorami zawierającymi zmierzone i obliczone

Etapy analizy:

- doświadczenie
- model numeryczny rozwiązania zadania bezpośredniego (MES) – symulacja doświadczenia –
UWZGLĘDNIA ZAKŁÓCENIA WYSTĘPUJĄCE W DOŚWIADCZENIU
- procedury optymalizacyjne (poszukiwania minimum)

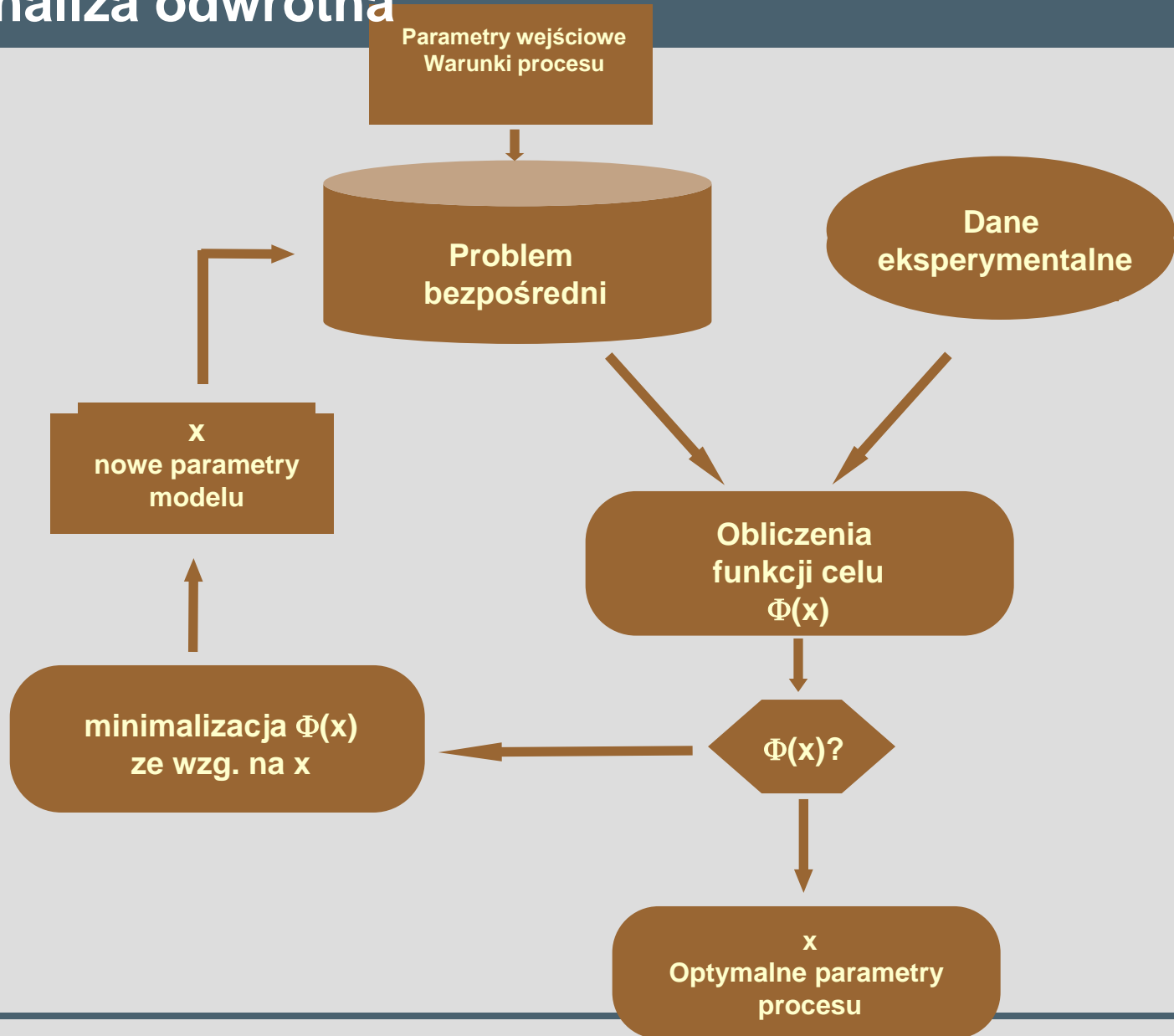


- *Niejednorodność odkształcenia*
- *Niejednorodność rozkładu temperatury*
- *Wpływ tarcia*
- *Generowanie ciepła odkształcenia*
- *Zmiana kształtu*





Analiza odwrotna

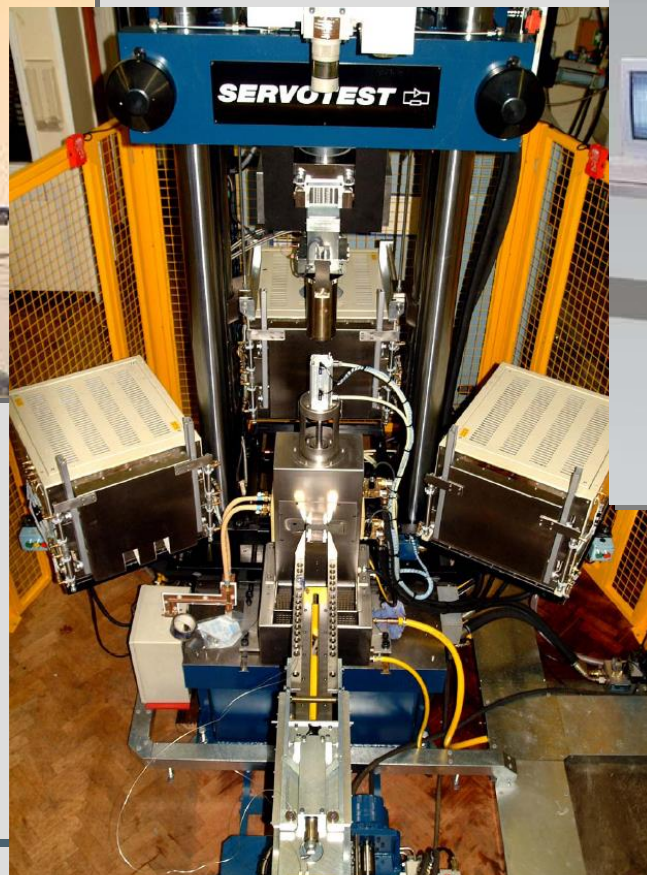


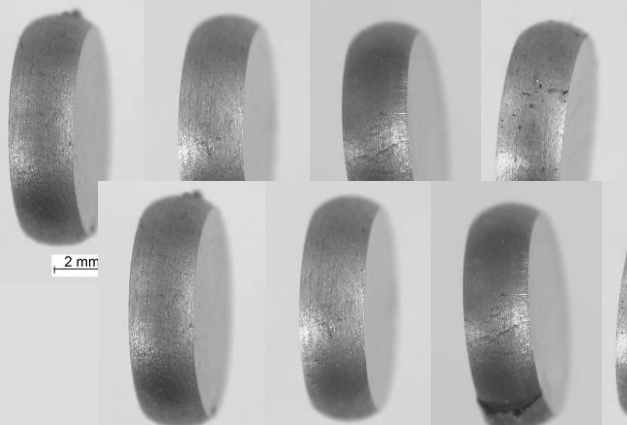


Dane
eksperymentalne

APARATURA POMIAROWA - GLEEBLE 3800







Temperatura, °C

0.1	900	1000	1100
1	900	1000	1100
10	900	1000	1100

	A[X]	B[Y]	C[Y]	D[Y]	E[Y]	F[Y]	G[Y]	H[Y]	I[Y]
1	Time[sec]	Force[kgf]	Jaw[mm]	Ptemp[C]	Strain	Stress[MPa]	Stroke[mm]	TC1[C]	TC2[C]
2	0	-173,34	-9,8643E-4	0	-7,5704E-5	-21,669	15,517	18	1
3	0,1	-170,44	6,2274E-4	0	4,5262E-5	-21,297	15,513	17,894	16,10
4	0,2	-170,41	5,3916E-4	0	7,0753E-5	-21,269	15,511	17,995	16,00
5	0,3	-170,16	8,1981E-4	0,57212	4,2637E-5	-21,274	15,511	18	16,25
6	0,4	-168,93	7,7047E-4	0,98148	6,5506E-5	-21,099	15,514	17,802	16,01
7	0,5	-168,15	0,00154	0,9992	1,0557E-4	-21,028	15,514	17,97	16,30
8	0,6	-167,86	0,00144	0,99997	1,043E-4	-20,959	15,513	17,999	16,51
9	0,7	-167,54	5,8492E-4	1,939	4,6362E-5	-20,924	15,514	17,626	16,02
10	0,8	-168	3,7058E-4	1,9972	5,4345E-6	-21,012	15,512	17,786	16,05
11	0,9	-166,52	0,00185	1,9999	1,7008E-4	-20,804	15,514	17,514	16,20
12	1	-167,26	0,00103	2,7717	8,1772E-5	-20,904	15,51	17,851	16,13
13	1,1	-166,81	0,00116	2,9901	9,0192E-5	-20,848	15,51	17,421	16,00
14	1,2	-167,97	4,0362E-4	2,9998	6,6858E-5	-20,932	15,51	17,59	1
15	1,3	-166,54	0,00157	3,518	9,5616E-5	-20,827	15,509	17,727	1
16	1,4	-167,05	0,00245	3,9801	1,5815E-4	-20,893	15,51	17,226	1
17	1,5	-167,19	0,0016	3,9991	1,1479E-4	-20,886	15,508	17,627	1
18	1,6	-166,89	0,00152	4	1,1566E-4	-20,824	15,509	17,82	1
19	1,7	-167,05	0,00143	4,9301	8,0792E-5	-20,886	15,508	17,563	1
20	1,8	-166,84	0,00168	4,997	1,3223E-4	-20,824	15,509	17,166	1

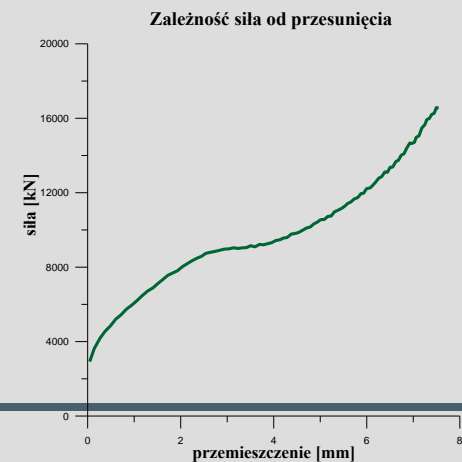
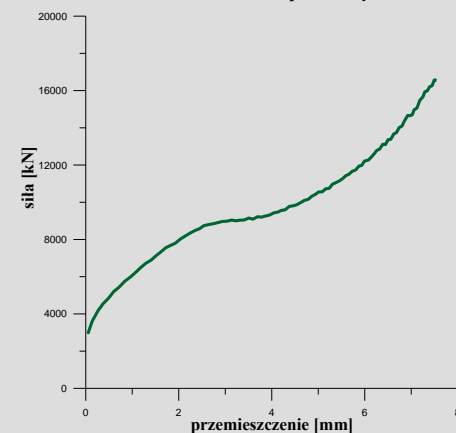
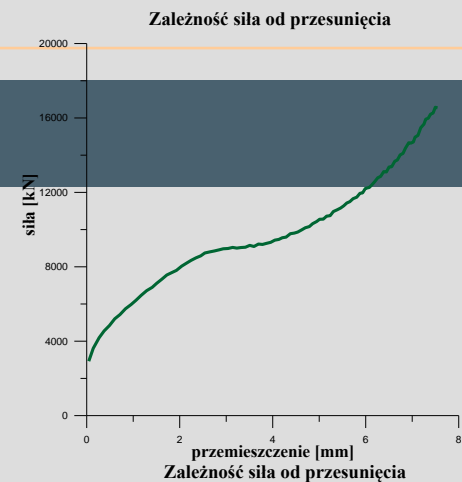
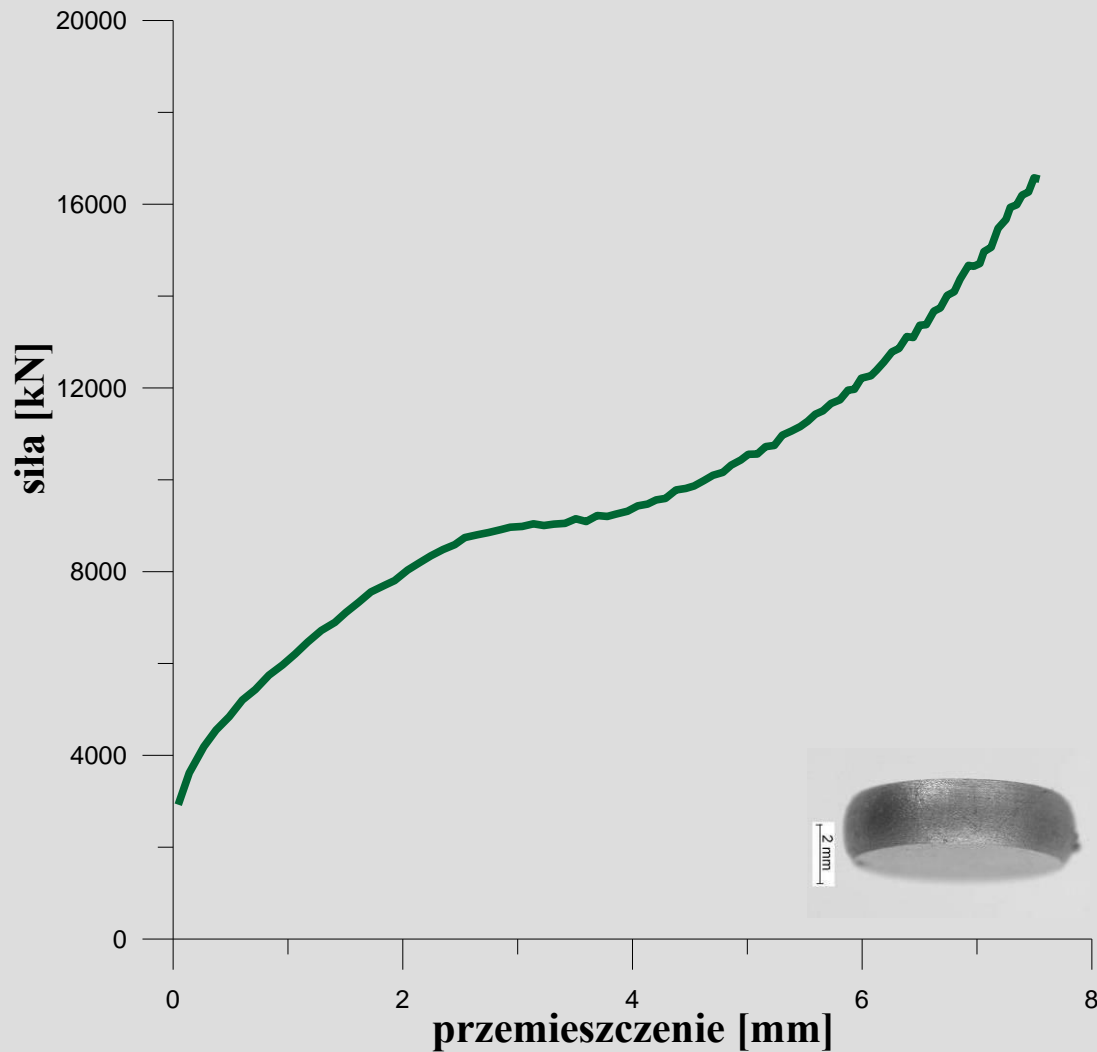
Gleeble 3800





Analiza odwrotna

Zależność siła od przesunięcia





Analiza odwrotna

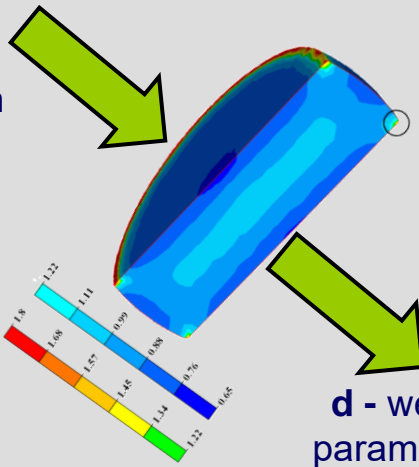


Metoda Elementów Skończonych



x - wektor parametrów modelu

p - wektor zmiennych zewnętrznych procesu



d - wektor mierzalnych parametrów wyjściowych

- Metoda Objętości Skończonych
- Metoda Różnic Skończonych
- Metoda Elementów Brzegowych
- Metoda Monte Carlo
- Metoda Automatów Komórkowych
- Metody Bezsiatkowe
- Itp..





Analiza odwrotna

Obliczenia funkcji celu $\Phi(x)$

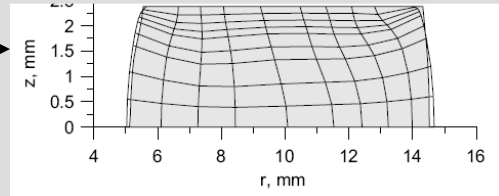
$\Phi(x)?$

Funkcja celu – funkcjonal błędu będącego średnim błędem kwadratowym pomiędzy danymi eksperymentalnymi a danymi numerycznymi

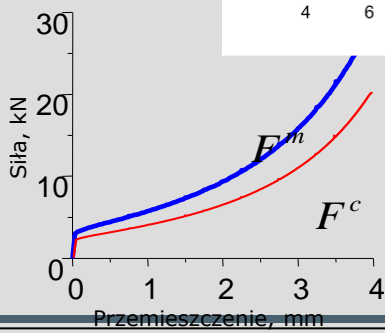
$$\Phi = \left\{ \frac{1}{Nt} \left[\frac{1}{Npr} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npr} \left[\left(\frac{R_{cij}^{in} - R_{mij}^{in}}{R_{mij}^{in}} \right)^2 + \left(\frac{R_{cij}^{out} - R_{mij}^{out}}{R_{mij}^{out}} \right)^2 \right] + \frac{1}{Npl} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npl} \left(\frac{F_{cij} - F_{mij}}{F_{mij}} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$$

$$\Phi = \int_V \left(\frac{D - D_{average}}{D_{average}} \right)^2 dV$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{Nt Npr} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npr} \left[\left(\frac{R_{cij}^{in} - R_{mij}^{in}}{R_{mij}^{in}} \right)^2 + \left(\frac{R_{cij}^{out} - R_{mij}^{out}}{R_{mij}^{out}} \right)^2 \right]}$$



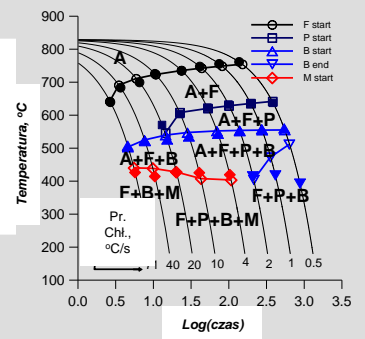
$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{Nt} \frac{1}{Npl} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npl} \left(\frac{F_{cij} - F_{mij}}{F_{mij}} \right)^2}$$



$$\Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial H(\mathbf{a})}{\partial \mu} \right)^2 + \left(\frac{\partial H(\mathbf{a})}{\partial K} \right)^2 + \left(\frac{\partial F(\mathbf{a})}{\partial K} \right)^2}$$

$$\mathbf{a} = \{\alpha, \beta, g_1, g_2\}^T$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_{im} - T_{ic}}{T_{im}} \right)^2 + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{f_{im} - f_{ic}}{f_{im}} \right)^2}$$





Analiza odwrotna

minimalizacja $\Phi(x)$
ze wzg. na x

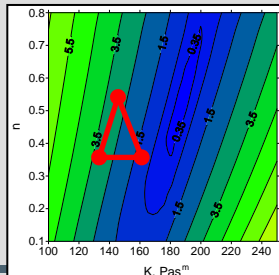
Metody optymalizacji

Konwencjonalne

Inspirowane naturą

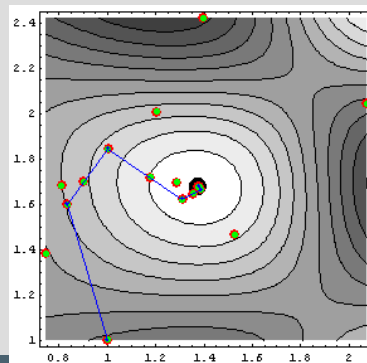
Bezgradientowe

- Rosenbrocka
- Simpleksu
- Gaussa – Seidela
- Powlella
- Gaussa Newtona

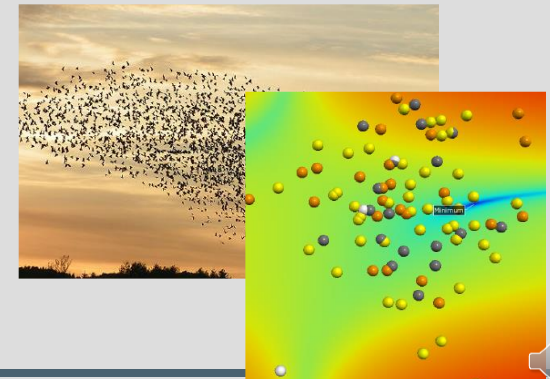


Gradientowe

- Gradientu sprzężonego
- Najszybszego spadku
- Newtona-Raphsona



- Algorytmy genetyczne
- Algorytmy ewolucyjne
- Algorytm mrówkowy
- Algorytm roju cząstek





Analiza odwrotna

Parametry właściwości

$$\Phi = \left\{ \frac{1}{Nt} \left[\frac{1}{Npr} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npr} \left[\left(\frac{R_{cij}^{in} - R_{mij}^{in}}{R_{mij}^{in}} \right)^2 + \left(\frac{R_{cij}^{out} - R_{mij}^{out}}{R_{mij}^{out}} \right)^2 \right] + \frac{1}{Npl} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npl} \left(\frac{F_{cij} - F_{mij}}{F_{mij}} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{Nt Npr} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npr} \left[\left(\frac{R_{cij}^{in} - R_{mij}^{in}}{R_{mij}^{in}} \right)^2 + \left(\frac{R_{cij}^{out} - R_{mij}^{out}}{R_{mij}^{out}} \right)^2 \right]}$$

Problem pośredni

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{Nt Npl} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Npl} \left(\frac{F_{cij} - F_{mij}}{F_{mij}} \right)^2}$$

Program MES do symulacji efektów elektrotermicznych ABAQUS FORGE

$$\Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial H(\mathbf{a})}{\partial \mu} \right)^2 + \left(\frac{\partial H(\mathbf{a})}{\partial K} \right)^2 + \left(\frac{\partial F(\mathbf{a})}{\partial K} \right)^2}$$

$$\mathbf{a} = \{\alpha, \beta, g_1, g_2\}^T$$

Obliczenia funkcji celu $\Phi(\mathbf{x})$

Metody bez gradientowe

minimalizacja $\Phi(\mathbf{x})$ ze wzg. na \mathbf{x}

$$\Phi = \int_V \left(\frac{D - D_{average}}{D_{average}} \right)^2$$

Metody gradientowe

Inspirowane naturą

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_{im} - T_{ic}}{T_{im}} \right)^2 + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{f_{im} - f_{ic}}{f_{im}} \right)^2}$$

\mathbf{x}
Optymalne parametry procesu

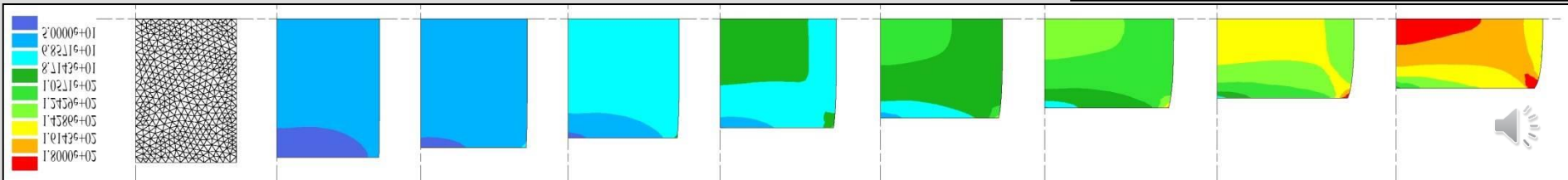
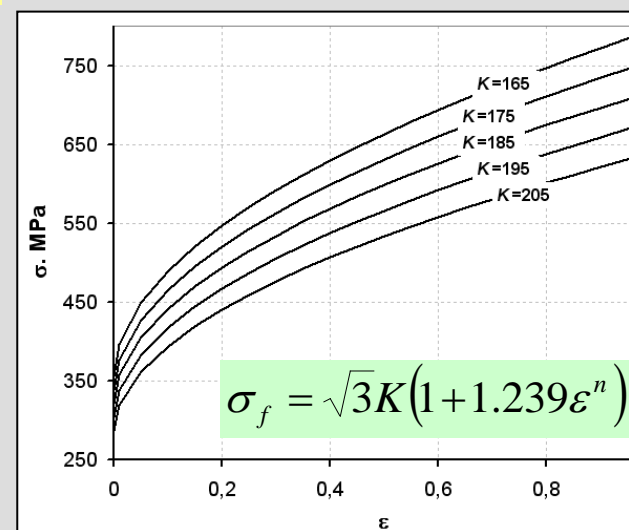
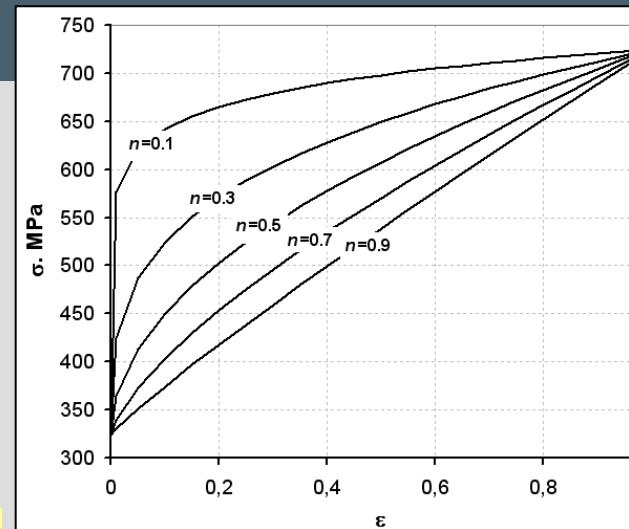
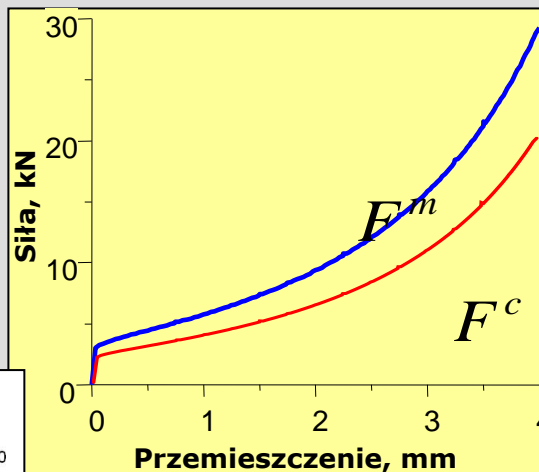
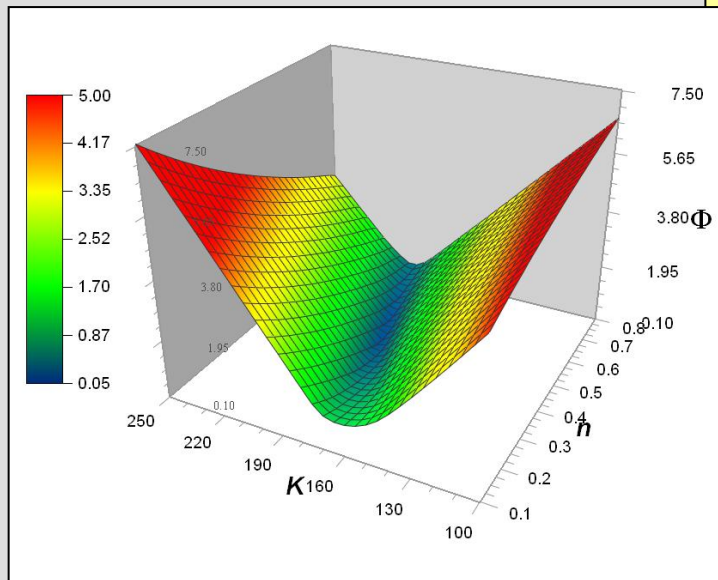
Dane eksperymentalne





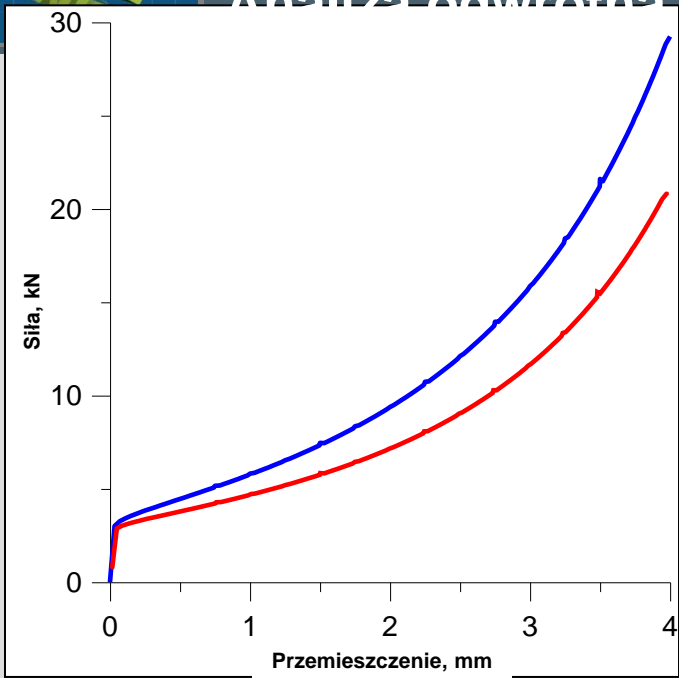
Analiza odwrotna

$$\Phi = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{(F_i^c - F_i^m)^2}$$





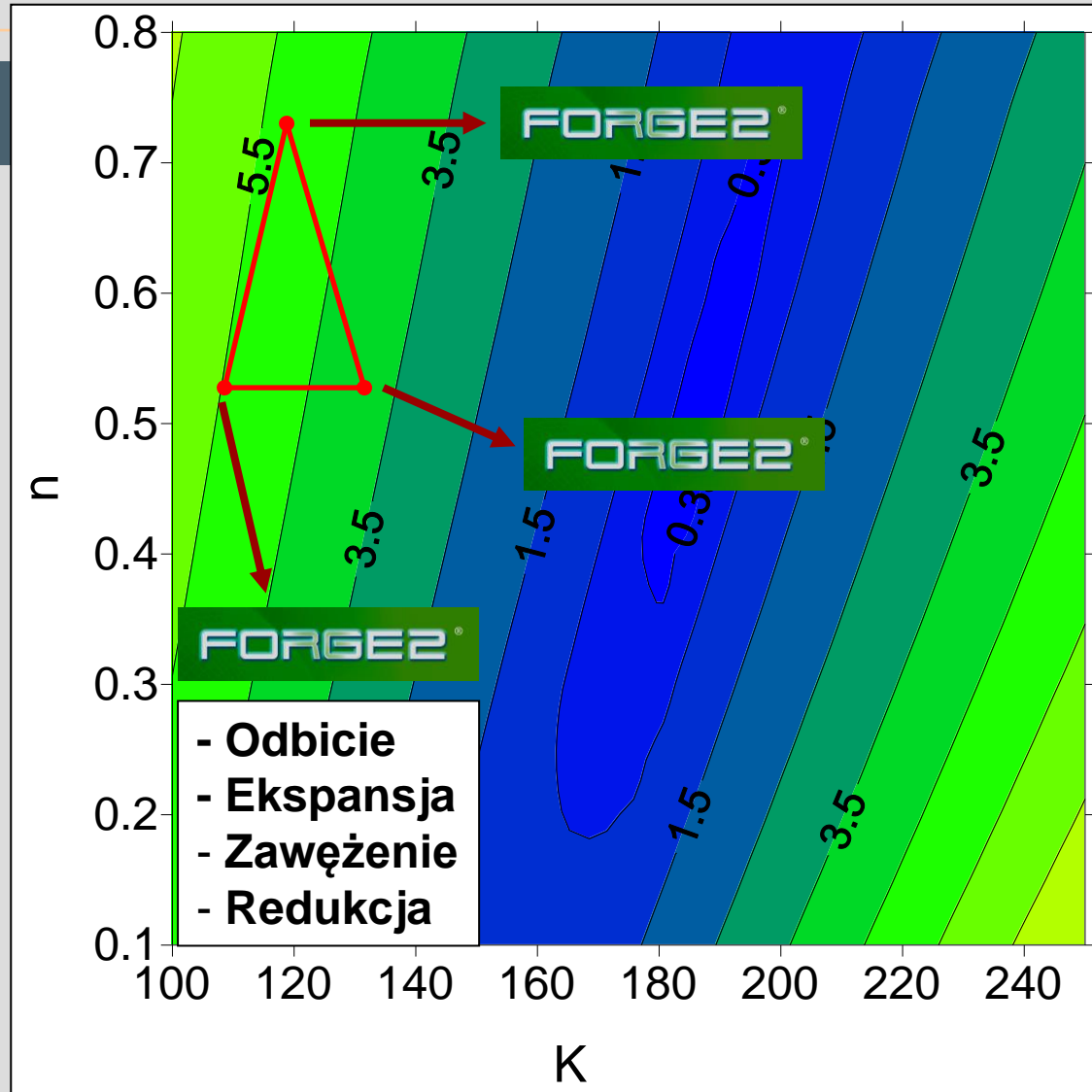
Analiza odwrotna



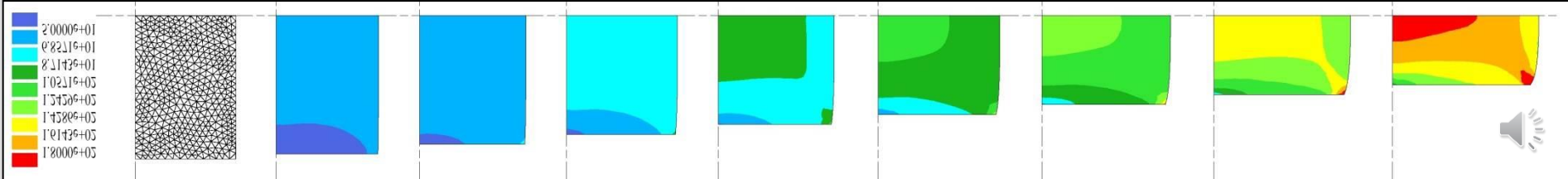
$$\sigma_f = \sqrt{3K(1 + 1.239\varepsilon^n)}$$

$$\Phi = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{(F_i^c - F_i^m)^2}$$

Simpleks

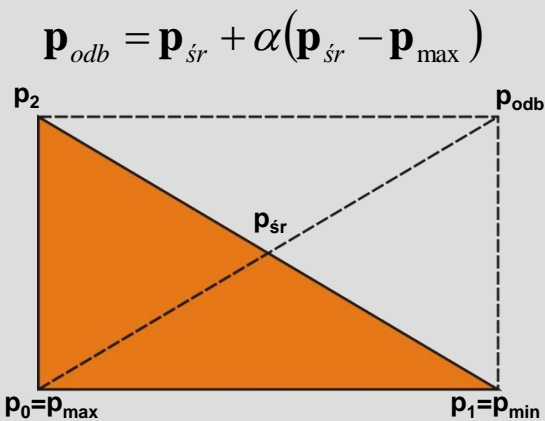
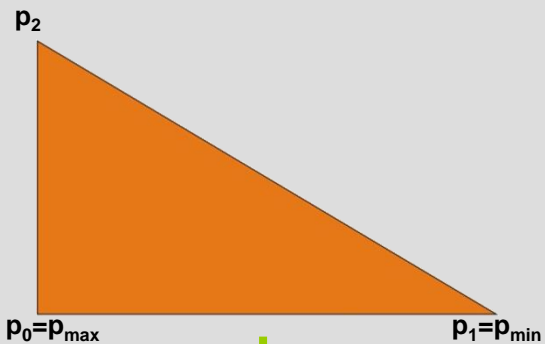


- Odbicie
- Ekspansja
- Zawężenie
- Redukcja

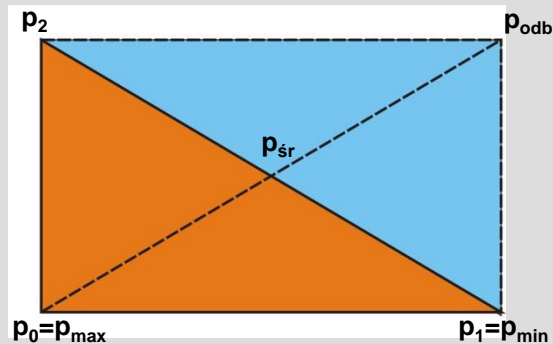




Simpleks



$$f(\mathbf{p}_{min}) \leq f(\mathbf{p}_{odb}) < f(\mathbf{p}_{max})$$

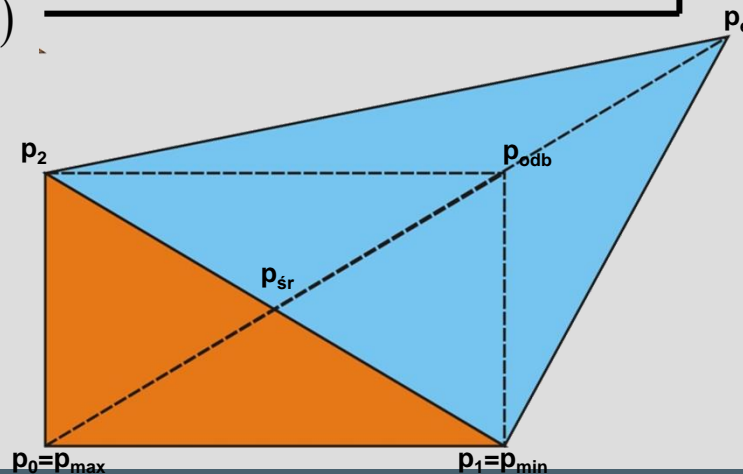


$$f(\mathbf{p}_{odb}) < f(\mathbf{p}_{min}) \quad \mathbf{p}_e = \mathbf{p}_{sr} + \gamma(\mathbf{p}_{odb} - \mathbf{p}_{sr})$$

Nie

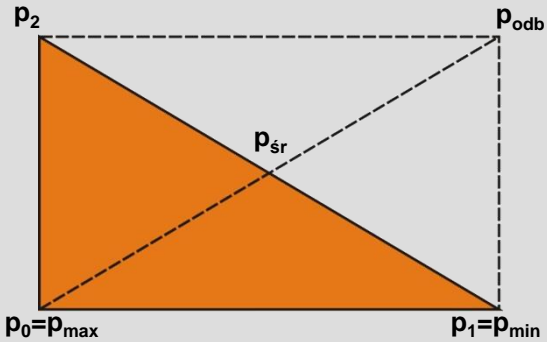
$$f(\mathbf{p}_e) < f(\mathbf{p}_{odb})$$

Tak





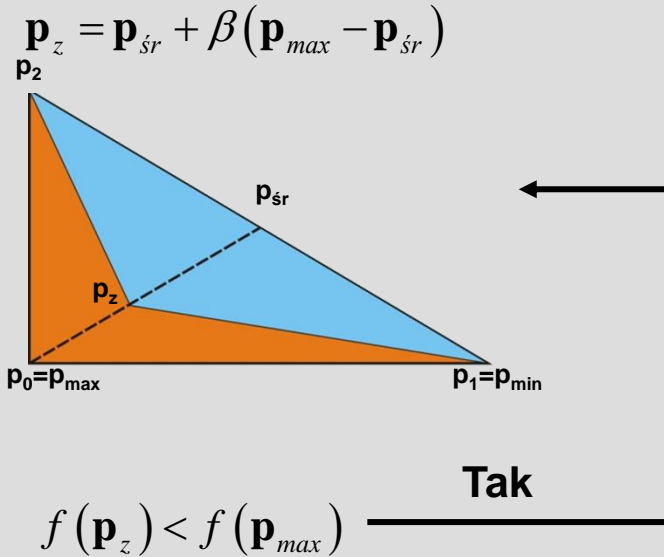
Simpleks



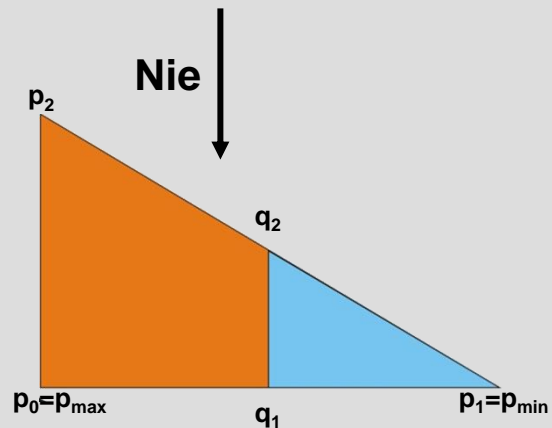
$$f(\mathbf{p}_{odb}) \geq f(\mathbf{p}_{max})$$

współczynniki
 $\alpha \in (0,1]; \lambda > 1; \beta(0,1)$

Zawężenie

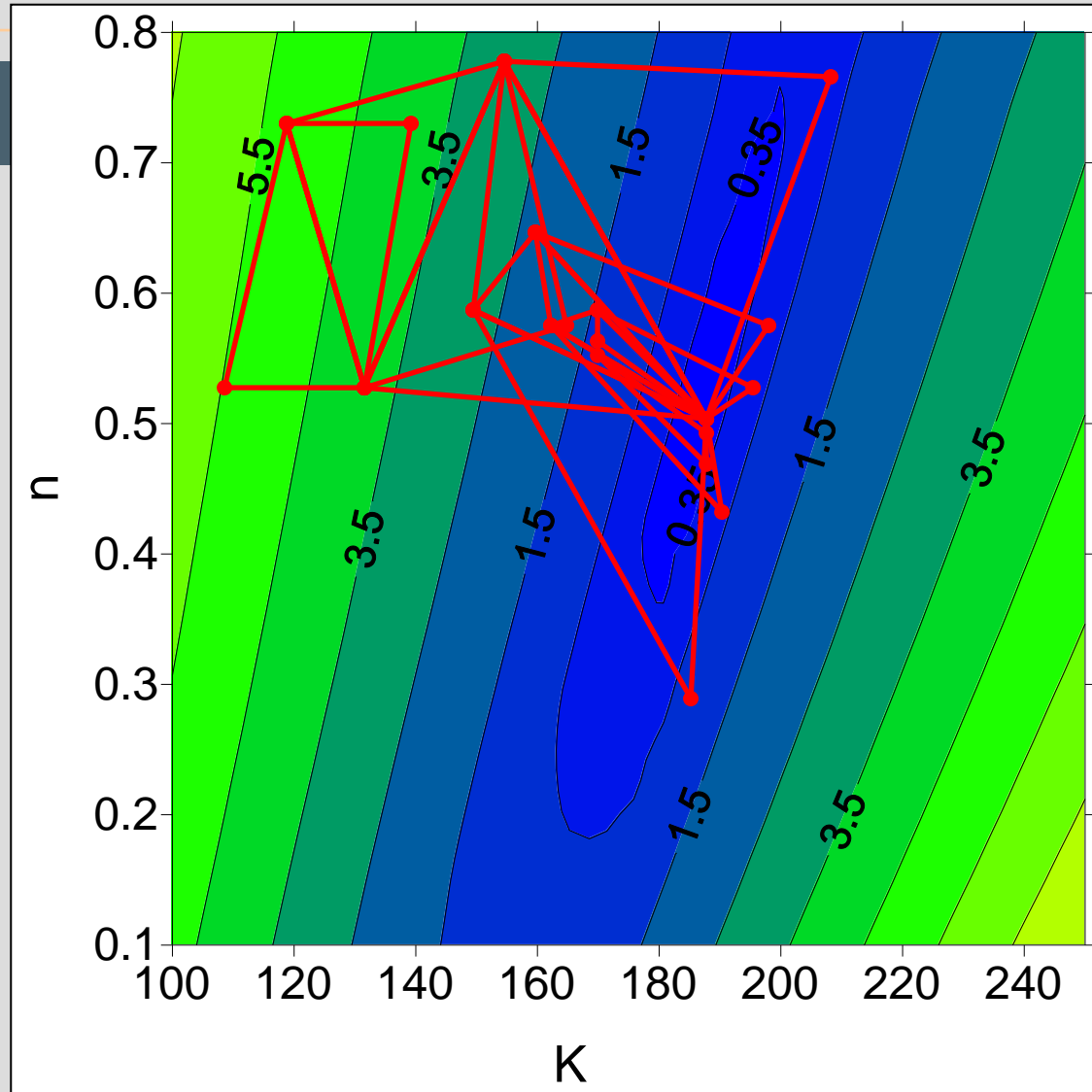
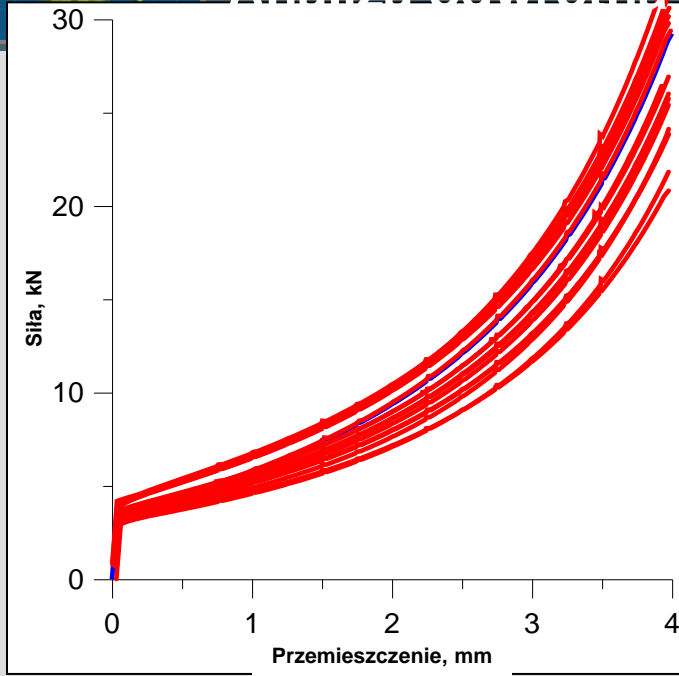


Redukcja





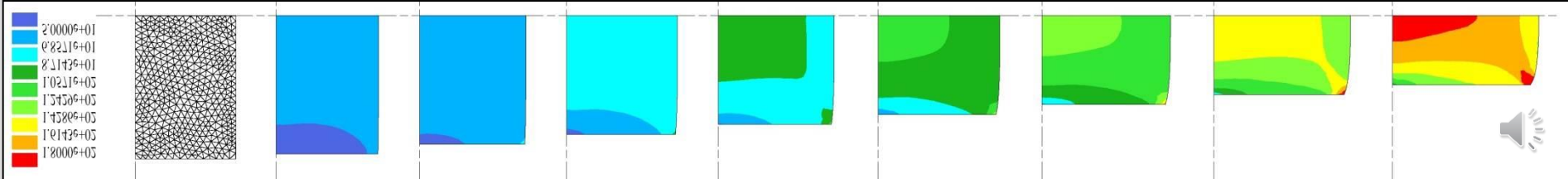
Analiza odwrotna



$$\sigma_f = \sqrt{3K(1 + 1.239\varepsilon^n)}$$

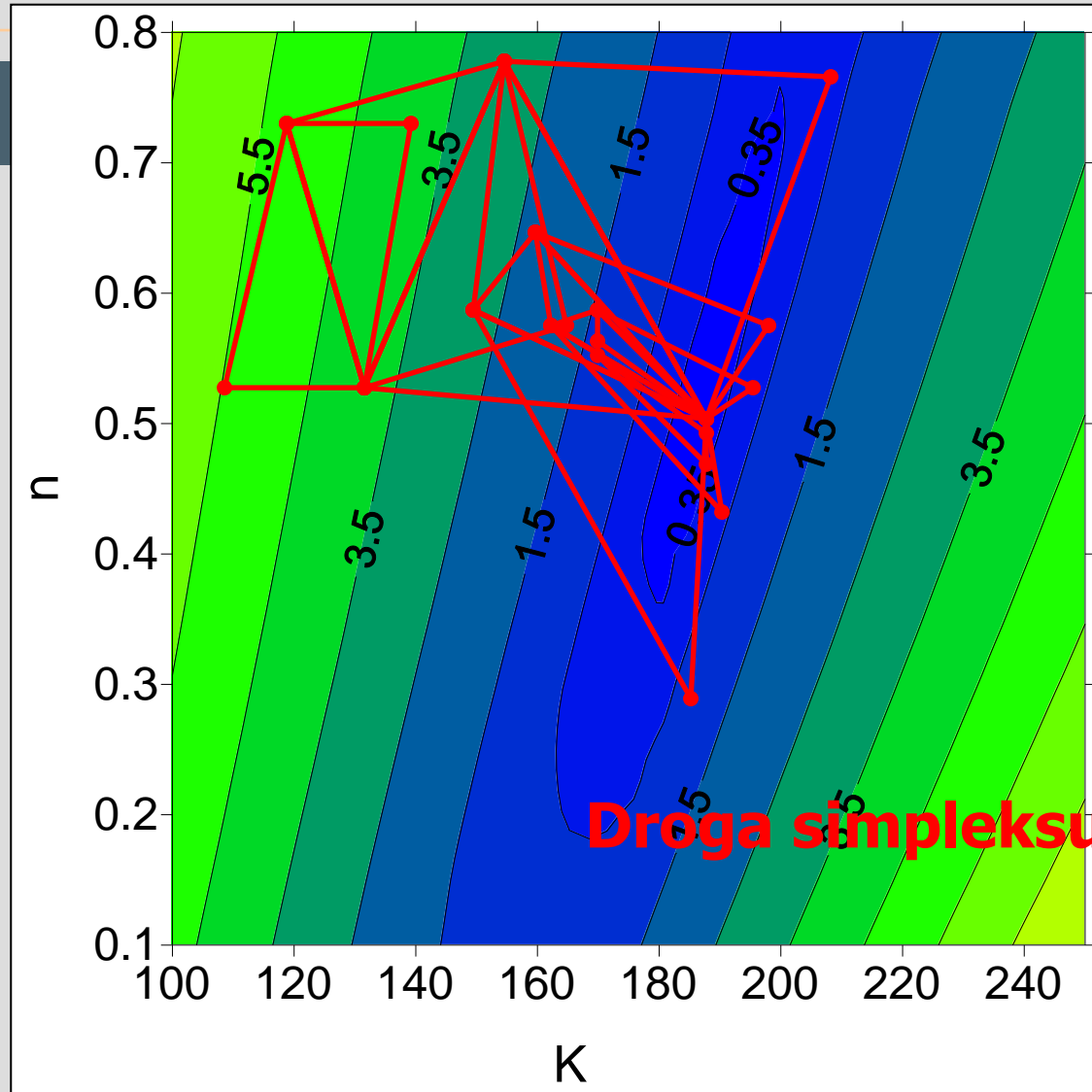
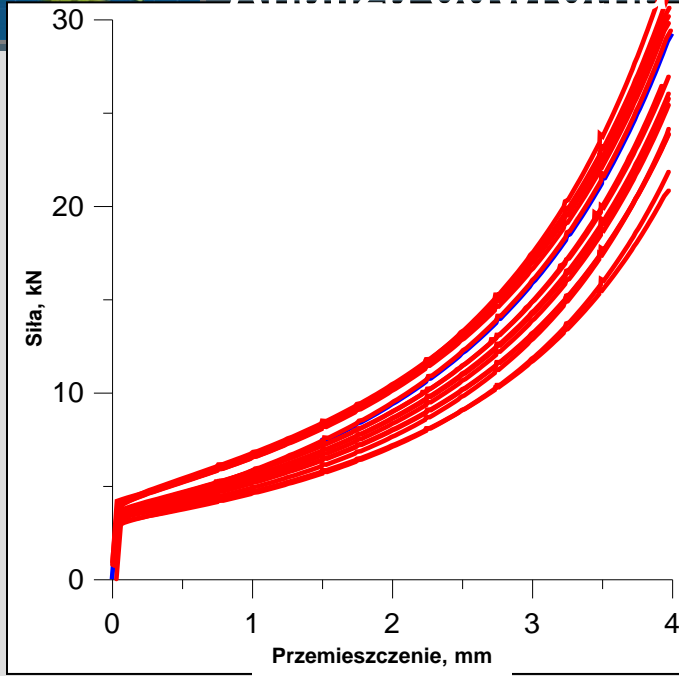
$$\Phi = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{(F_i^c - F_i^m)^2}$$

Simpleks





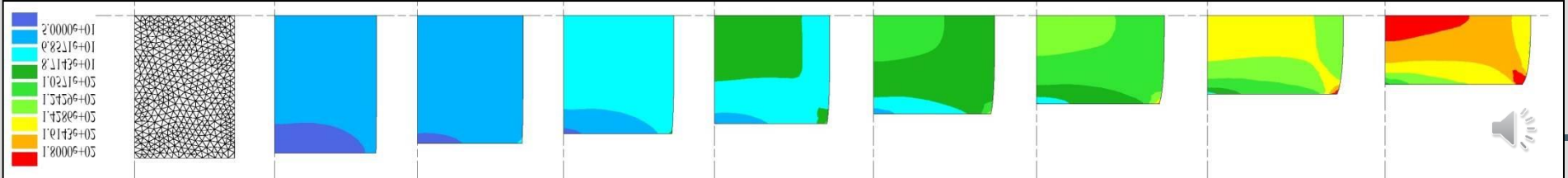
Analiza odwrotna



$$\sigma_f = \sqrt{3K(1 + 1.239\varepsilon^n)}$$

$$\Phi = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{(F_i^c - F_i^m)^2}$$

Simpleks





Modele materiałów

$$\sigma = \sigma_0 + a\varepsilon^n$$

$$\sigma = \sigma_0 + \exp(a\varepsilon)^n$$

$$\sigma = \sigma_0 + a\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{3} \left[\exp(-R_0\varepsilon) K_0 \varepsilon^n \exp\left(\frac{\beta}{T}\right) + [1 - \exp(-R_0\varepsilon)] K_{sat} \exp\left(\frac{\beta_{sat}}{T}\right) \right] (\sqrt{3}\dot{\varepsilon})^m$$

$$\sigma = \sigma_0 + a\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \exp(-q\varepsilon)$$

$$\sigma = a_1 \varepsilon^n U^m \left[1 + \exp\left(-a_2 \frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_b}\right) - \exp\left(-a_3 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right) \right]$$

$$\sigma = \sigma_0 + a\varepsilon^n Z^m, \quad Z = \dot{\varepsilon} \exp\frac{Q}{RT}$$

$$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_{ss(\varepsilon)} - \sigma_0) \left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_r}\right) \right]^{\frac{1}{2}} - R$$

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{\dot{\varepsilon}}{bl} - k_2 \rho(t) - \frac{k_3}{D} \rho(t) R [\rho(t) - \rho_{cr}]$$

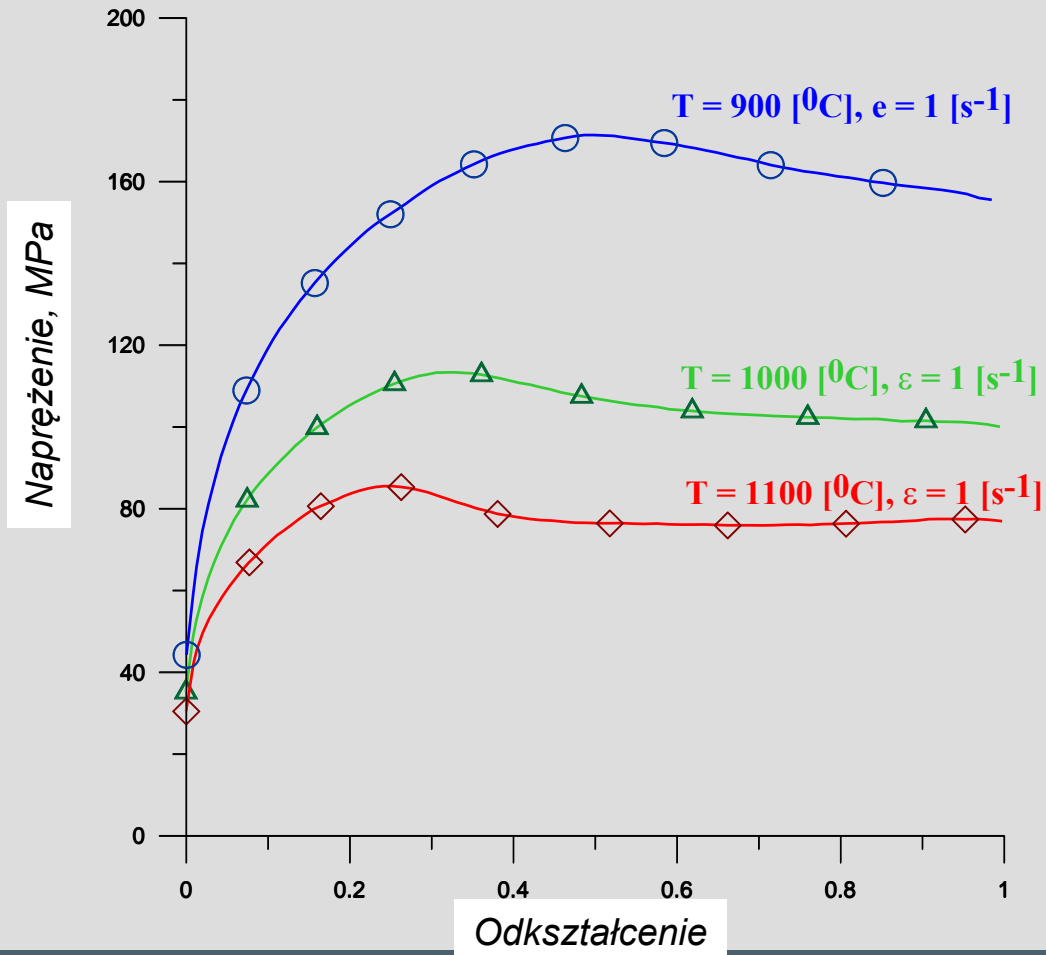
$$\sigma_p = \sigma_G + c_2 \varepsilon^n \exp(-c_3 T + c_4 T \ln \dot{\varepsilon}) + kD^{-0.5} \quad \sigma_p = (\sigma_0 + B\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) (1 - \hat{T}^m) \hat{T} = \frac{T - T_r}{T_m - T_r}$$





Analiza odwrotna

Przeliczenie zależności *siła - przemieszczenie* na zależność *naprężenie - odkształcenie*, przy wykorzystaniu metody **INVERSE**

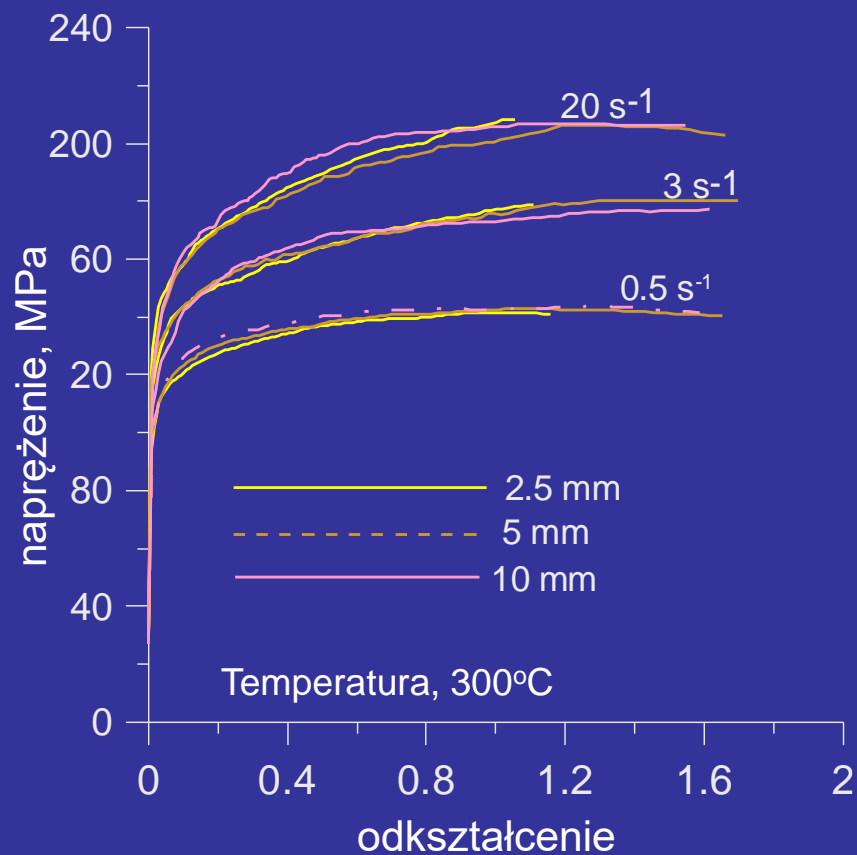
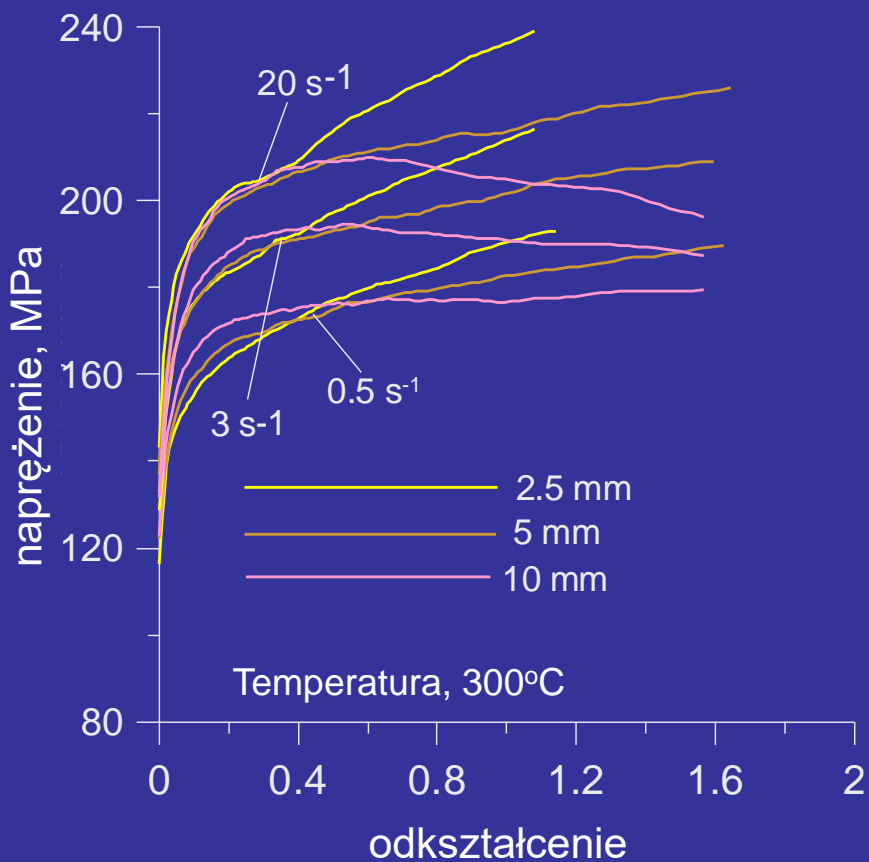




Analiza odwrotna

metoda inżynierska (F/S) PSC – aluminium

metoda odwrotna

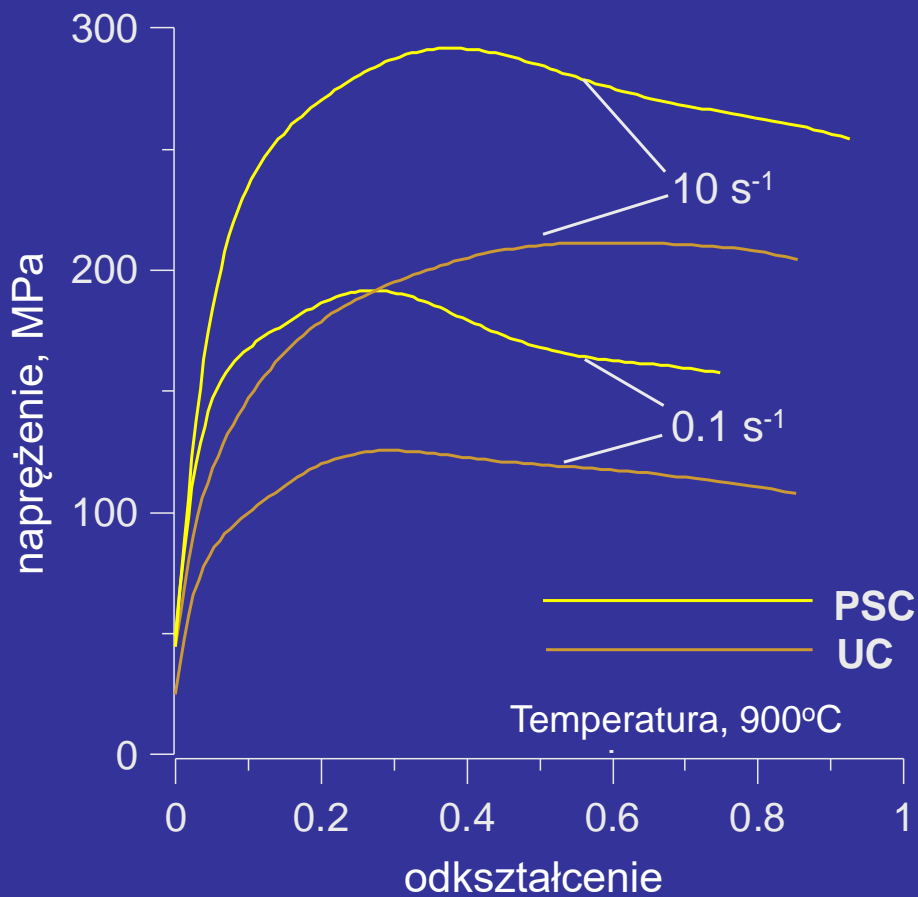




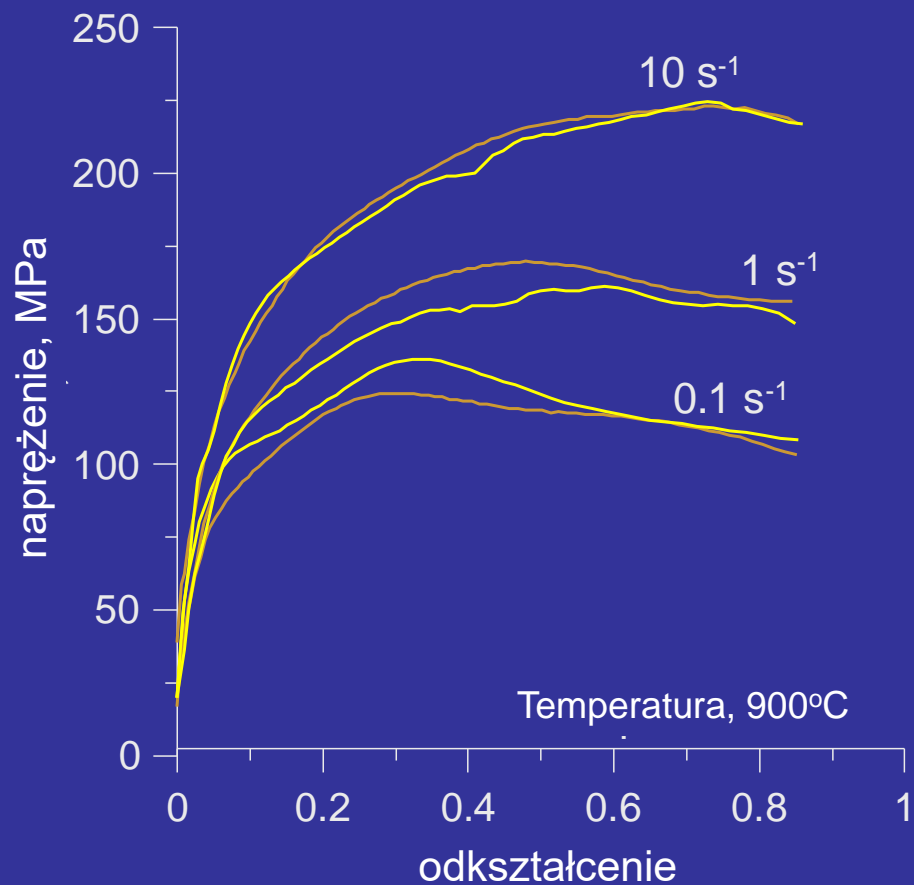
Analiza odwrotna

stal

metoda inżynierska (F/S)



metoda odwrotna

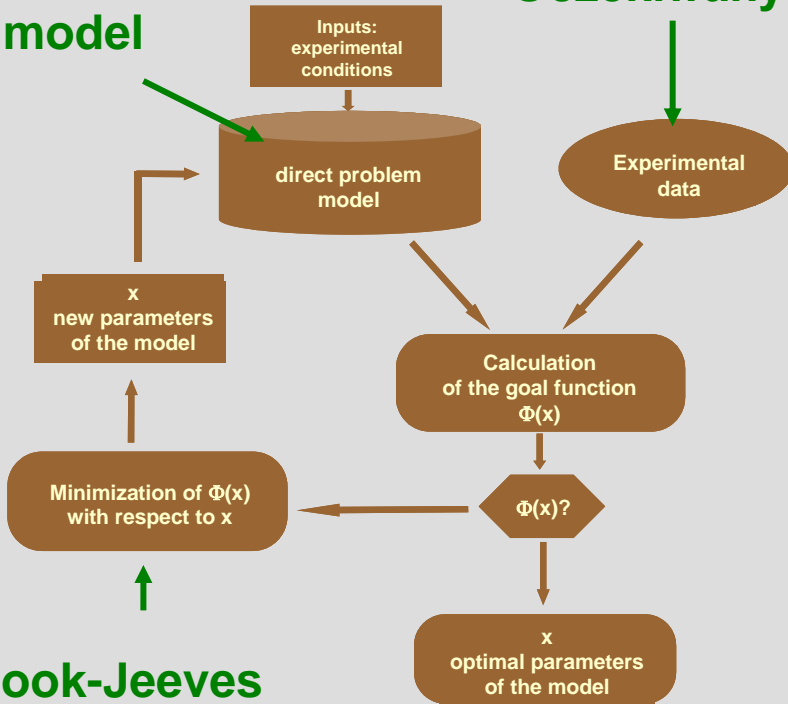




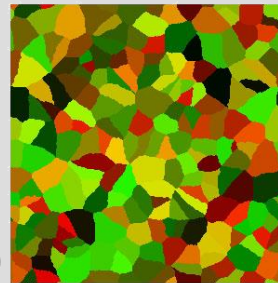
Naiwny rozrost ziaren

Oczekiwany rozkład wielkości ziarna

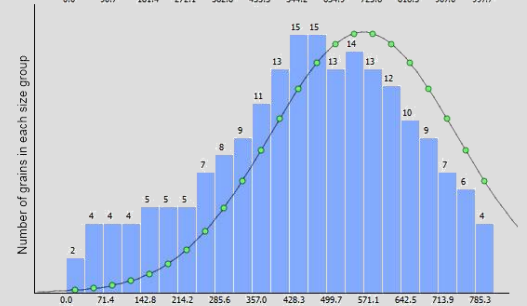
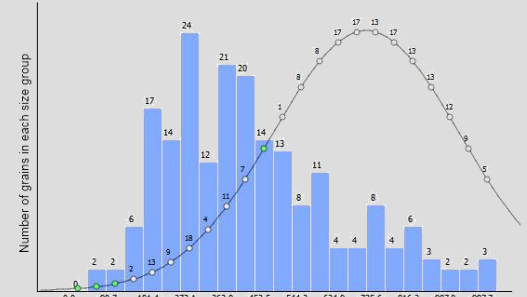
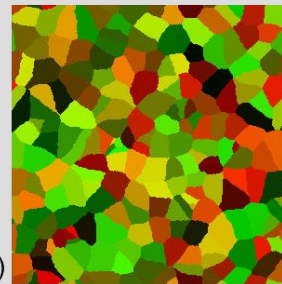
CA model



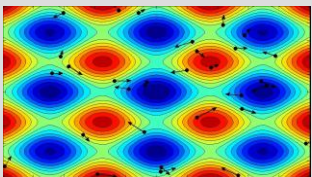
a)



b)

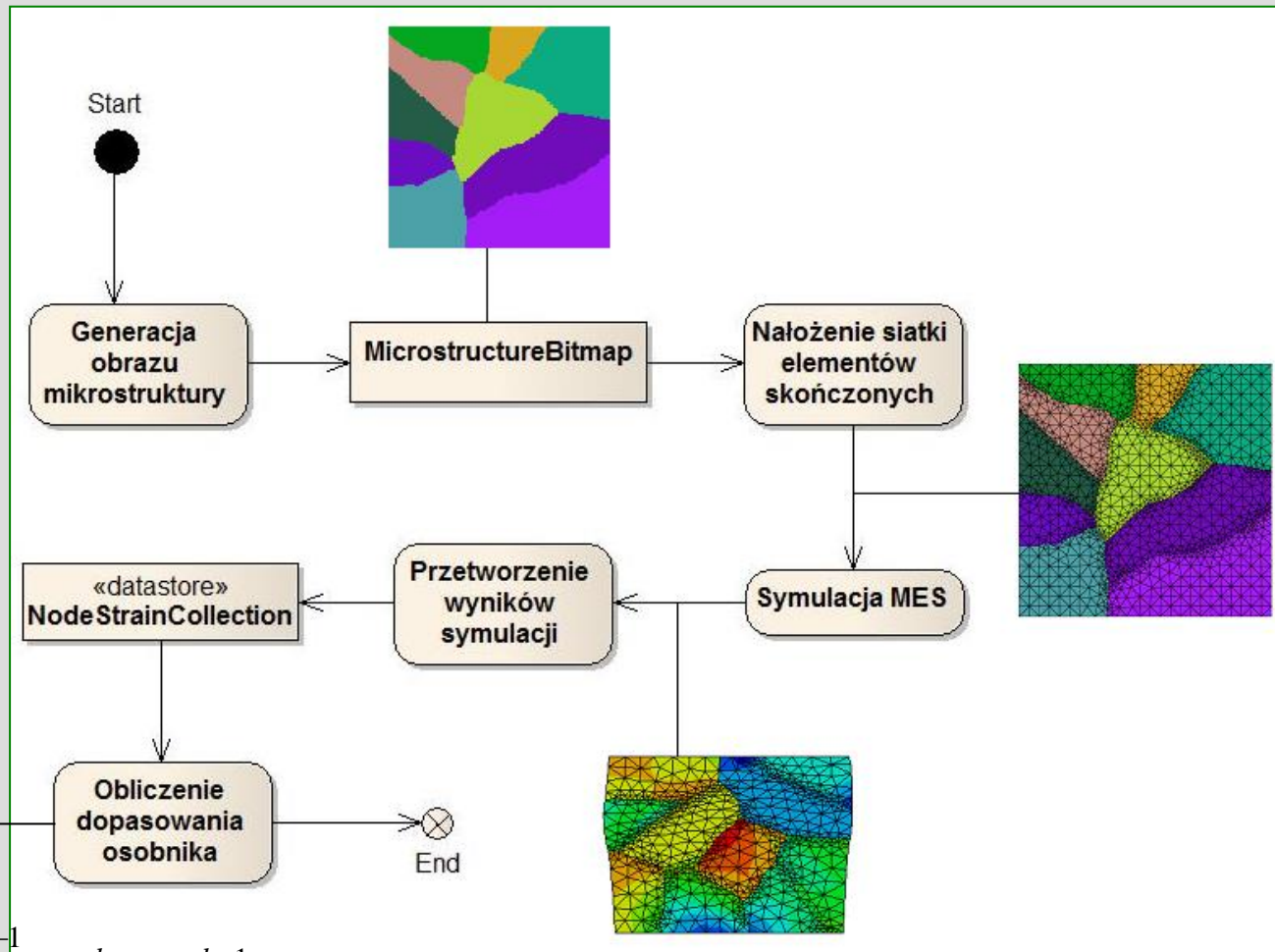


Hook-Jeeves





Optymalizacja mikrostruktury

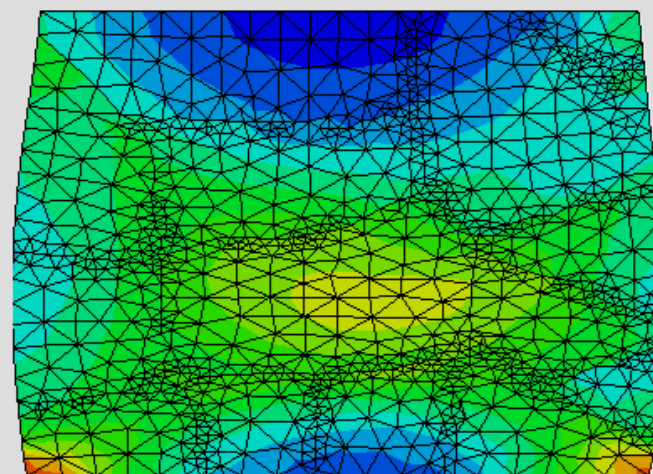
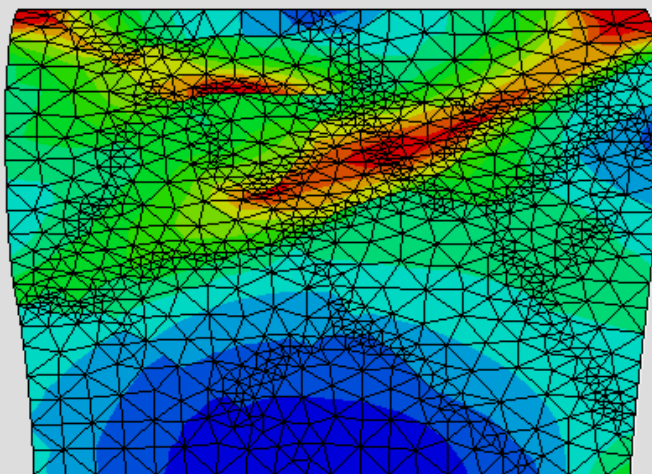
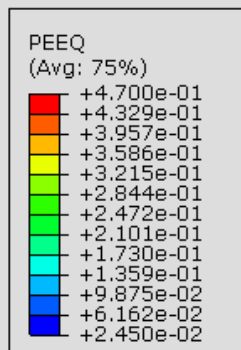
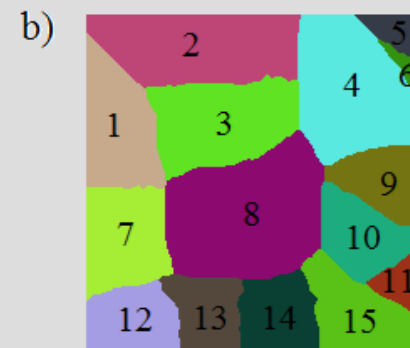


$$F(\text{osobnik}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (\varepsilon_i^k - \varepsilon_i^{k+1})^2$$





Optymalizacja mikrostruktury





Zalety modelowania numerycznego

