

Zadania z fizyki dla kierunku Automatyka Przemysłowa i Robotyka

1. Wychodząc z drugiej zasady dynamiki pokaż, że drgania kulki o masie m znajdującej się na idealnie gładkim stole i przymocowanej do poziomej nieważkiej sprężyny o stałej sprężystości k są drganiami harmonicznymi, tzn. równaniem ruchu ma postać $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$. Jaka jest częstość kołowa ω_0 i okres drgań T takiego układu? Pokaż poprzez bezpośrednie podstawienie, że obie funkcje $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$ oraz $x(t) = x_m \sin(\omega_0 t + \alpha)$ są równocześnie rozwiązaniami tego równania ruchu dla dowolnych wartości parametrów x_m i α . Koniec swobodnej sprężyny znajduje się w położeniu $x = 0$. W chwili $t = 0$ sprężynę rozciągnięto o x_m i puszczono swobodnie. Oblicz i naszkicuj zależność od czasu energii potencjalnej zmagazynowanej w sprężynie, energii kinetycznej kulki oraz całkowitej energii mechanicznej układu.
2. Na dwóch rolkach o jednakowych promieniach odległych od siebie o $2l$, położono symetrycznie deskę o masie m . Rolki obracają się z jednakowymi prędkościami kątowymi. Pokaż, że okres drgań deski, T , po wychyleniu jej z położenia równowagi, jeżeli współczynnik tarcia między rolkami a deską wynosi μ ma wartość $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\mu}}$.
3. Wahadło matematyczne składa się z nieważkiej sztywnej belki o długości L oraz przymocowanej do jej końca masy m . Po przeciwnych stronach belki w odległości $l < L$ od osi obrotu przymocowano dwie poziome sprężyny o stałej sprężystości k . Oblicz częstotliwość drgań układu dla małych wychyleń.
Odp. $f = \omega/(2\pi) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2k}{m}\left(\frac{l}{L}\right)^2}$
4. Pełny walec o masie M przywiązano do poziomej, nieważkiej sprężyny w ten sposób, że może się on toczyć bez poślizgu wzdłuż poziomej powierzchni. Współczynnik sprężystości sprężyny wynosi k . Sprężynę zwolniono gdy była ona rozciągnięta o x_0 . Znaleźć energię kinetyczną ruchu postępowego, E_{kp} i obrotowego, E_{ko} w chwili gdy walec przechodzi przez położenie równowagi. Znaleźć okres małych drgań harmoniczných walca.
Odp. $E_{kp} = \frac{3}{8}kx_0^2$, $E_{ko} = \frac{1}{6}kx_0^2$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$
5. Obliczyć jakie najmniejsze możliwe częstotliwości mogą mieć fale stojące w piszczałkach o długości $l = 1$ m ($v = 340$ m/s): a) otwarta z obu końców, b) otwarta z jednej strony i zamknięta z drugiej, c) z obu stron zamknięta.
6. Dwa kutry zbliżają się do siebie z równymi prędkościami $v = 10$ m/s. Z pierwszego kutra wysłano sygnał ultradźwiękowy o częstości $f = 50$ kHz, który odbija się od drugiego kutra i jest odbierany na pierwszym. Znaleźć częstość sygnału odbieranego na pierwszym kutrze.