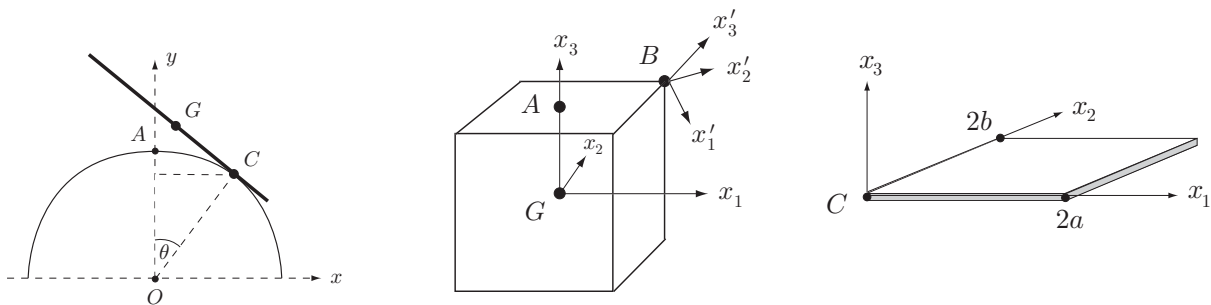


Zestaw 11 / Dynamika bryły sztywnej I:

1. (G 9.17) Jednorodna cienka deska o długości $2b$ może toczyć się bez poślizgu po okrągłej belce o promieniu a (rysunek). Deska która początkowo znajduje się w położeniu równowagi na szczycie belki, została z tego położenia lekko wychylona. Znajdź okres małych drgań deski. Deska nie ślizga się po belce.
2. (G 16.6) Dwa sztywne panele plastikowe znajdują się w płaszczyznach $z = -b$ oraz $z = b$. Kula o promieniu b może się poruszać pomiędzy panelami bez poślizgu. Panele obracają się z prędkościami kątowymi odpowiednio ω_1 oraz ω_2 względem osi prostopadłych do paneli i znajdujących się w odległości $2c$ od siebie. Pokaż, że przy odpowiednim wyborze układu współrzędnych, wektor wodzący środka kuli spełnia równanie $\dot{\vec{R}} = \frac{1}{2}(\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \times \vec{R}$. Przekonaj się, że kula musi poruszać się po okręgu i znajdź położenie środka tego okręgu.
3. (G 18.15) Jednorodny prostopadłościan ma masę M i boki o długościach $2a$, $2b$, $2c$ (rysunek). Znajdź główne momenty bezwładności względem osi przechodzących (a) przez środek ciężkości, (b) przez środek ścianki o powierzchni $4ab$. Znajdź moment bezwładności względem (c) jednej z przekątnych prostopadłościanu, (d) przekątnej ścianki o powierzchni $4ab$.
4. (G 18.18) Jednorodna płyta prostokątna o masie M ma boki o długościach $2a$ i $4a$ (rysunek). Znajdź główne osie i główne momenty bezwładności względem punktu będącego jednym z wierzchołków płyty.



5. (G 19.1) Jednorodna kula może toczyć się z poślizgiem po powierzchni nachylonej pod kątem β do poziomu (rysunek). Pokaż, że w dowolnym ruchu kuli zachowana jest składowa prędkości kątowej prostopadła do tej powierzchni. Pokaż, że jeśli ruch kuli odbywa się bez poślizgu, to wówczas kula porusza się po torze który jest parabolą.
6. (G 19.2) Poziomy stół obraca się wokół pionowej osi przechodzącej przez jego środek ze stałą prędkością kątową $\Omega \hat{k}$, gdzie \hat{k} jest wersorem skierowanym pionowo do góry. Jednorodna kula o promieniu a może toczyć się z poślizgiem po stole. Pokaż, że w dowolnym ruchu kuli składowa pionowa prędkości kątowej jest zachowana. Pokaż, że jeśli kula toczy się bez poślizgu, to $\dot{\vec{V}} = \frac{2}{7} \Omega \hat{k} \times \vec{V}$, gdzie \vec{V} jest prędkością środka kuli w układzie inercyjnym. Przekonaj się, że w przypadku ruchu bez poślizgu, kula porusza się po torze kołowym. Przypuśćmy, że kula znajduje się początkowo w spoczynku względem stołu w odległości b od osi obrotu. Następnie kula zostaje puszczone swobodnie. Zakładając, że ruch kuli odbywa się bez poślizgu, znajdź promień i środek okręgu po którym będzie odbywał się ruch kuli.

