

Wstęp do oddziaływań hadronów

Mariusz Przybycień

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Akademia Górniczo-Hutnicza

Wykład 8

- ▶ Rozpraszanie elektron-proton jako metoda badania struktury protonu:
 - $e^-p \rightarrow e^-p$ - rozpraszanie elastyczne
 - $e^-p \rightarrow e^-X$ - rozpraszanie (głęboko) nieelastyczne
- ▶ Aby obliczyć element macierzowy dla procesu $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ (lub $e q \rightarrow e q$) można powtórzyć rachunki QED:

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)]$$

lub skorzystać z obliczonego wcześniej elementu macierzowego dla procesu anihilacji ($e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$) i symetrii krzyżowania otrzymując dla $E \gg m$:

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = 2e^4 \frac{(p_1 \cdot p_4)^2 + (p_1 \cdot p_2)^2}{(p_1 \cdot p_3)^2} \equiv 2e^4 \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} \right)$$

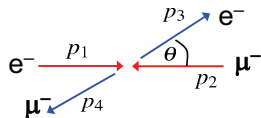
- ▶ W układzie CMS mamy:

$$p_1 = (E, 0, 0, E), \quad p_2 = (E, 0, 0, -E)$$

$$p_3 = (E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta)$$

$$p_4 = (E, -E \sin \theta, 0, -E \cos \theta)$$

$$p_1 \cdot p_2 = 2E^2, \quad p_1 \cdot p_3 = E^2(1 - \cos \theta), \quad p_1 \cdot p_4 = E^2(1 + \cos \theta)$$

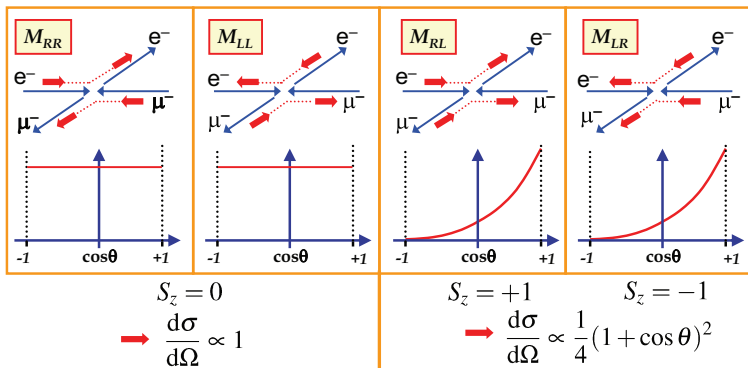
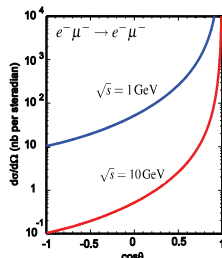


Rozpraszanie elektron-proton

Otrzymujemy wyrażenie na przekrój czynny:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{2\alpha^2}{s} \frac{1 + \frac{1}{4}(1 + \cos\theta)^2}{(1 - \cos\theta)^2}$$

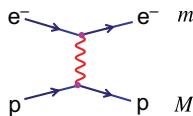
- ▶ mianownik wynika z propagatora $-ig_{\mu\nu}/q^2$ gdzie $q^2 = (p_1 - p_3)^2 = E^2(1 - \cos\theta)$
- ▶ czynnik $1 + \frac{1}{4}(1 + \cos\theta)^2$ odzwierciedla strukturę chiralną QED; z 16 możliwych kombinacji helicyty tylko 4 są niezerowe:



Rozpraszanie elektron-proton - struktura protonu

- ▶ W przypadku gdy przybliżenie $E \gg m$ nie jest słuszne el. m. ma postać:

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (p_1 \cdot p_3)M^2 - (p_1 \cdot p_4)m^2 + 2m^2M^2]$$



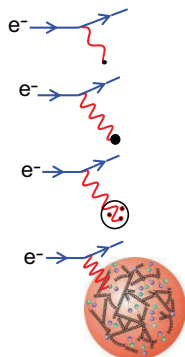
- ▶ W rozpraszaniu $e^-p \rightarrow e^-p$ charakter oddziaływania wirtualnego fotonu i protonu zależy od długości fali fotonu:

- ◊ przy **bardzo niskich** energiach elektronu $\lambda \gg r_p$ rozpraszanie efektywnie zachodzi na punktowym i bezspinowym obiekcie,

- ◊ przy **niskich** energiach elektronu $\lambda \sim r_p$ rozpraszanie efektywnie zachodzi na rozciągniętym obiekcie naładowanym,

- ◊ przy **wysokich** energiach elektronu $\lambda < r_p$ długość fali jest wystarczająca do dostrzeżenia struktury protonu - rozpraszanie zachodzi na kwarkach walencyjnych,

- ◊ przy **bardzo wysokich** energiach elektronu $\lambda \ll r_p$ proton wygląda jak morze kwarków i gluonów.



Rozpraszanie Rutherford'a

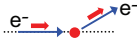



- ▶ Rozpraszanie Rutherford'a - granica niskoenergetyczna w której odrzut protonu może być zaniedbany, a elektron jest nierelatywistyczny.
- ▶ Zapisujemy spinory lewo i prawo-skrętne dla cząstki:

$$u_{\uparrow} = N \begin{pmatrix} c \\ e^{i\phi} s \\ \alpha c \\ \alpha e^{i\phi} s \end{pmatrix}, \quad u_{\downarrow} = N \begin{pmatrix} -s \\ e^{i\phi} c \\ \alpha s \\ -\alpha e^{i\phi} c \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} N &= \sqrt{E + m} \\ s &= \sin(\theta/2) \\ c &= \cos(\theta/2) \\ \alpha &= |\vec{p}|/(E + m_e) \end{aligned}$$

Uwaga: granica nierelatywistyczna: $\alpha \rightarrow 0$; granica ultrarelatywistyczna: $\alpha \rightarrow 1$
 Możliwe spinory początkowego i końcowego elektronu:

$$u_{\uparrow}(p_1) = N_e \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_{\downarrow}(p_1) = N_e \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\alpha \end{pmatrix}, \quad u_{\uparrow}(p_3) = N_e \begin{pmatrix} c \\ s \\ \alpha c \\ \alpha s \end{pmatrix}, \quad u_{\downarrow}(p_3) = N_e \begin{pmatrix} -s \\ c \\ \alpha s \\ -\alpha c \end{pmatrix}$$

Mozliwe prądy elektronowe mają postać:

	$R \rightarrow R$	$\bar{u}_{\uparrow}(p_3)\gamma^{\mu}u_{\uparrow}(p_1) = (E + m_e) [(\alpha^2 + 1)c, 2\alpha s, -2i\alpha s, 2\alpha c]$
	$L \rightarrow L$	$\bar{u}_{\downarrow}(p_3)\gamma^{\mu}u_{\downarrow}(p_1) = (E + m_e) [(\alpha^2 + 1)c, 2\alpha s, -2i\alpha s, 2\alpha c]$
	$L \rightarrow R$	$\bar{u}_{\uparrow}(p_3)\gamma^{\mu}u_{\downarrow}(p_1) = (E + m_e) [(1 - \alpha^2)s, 0, 0, 0]$
	$R \rightarrow L$	$\bar{u}_{\downarrow}(p_3)\gamma^{\mu}u_{\uparrow}(p_1) = (E + m_e) [(1 - \alpha^2)s, 0, 0, 0]$

Przypadek Rutherforda

- ▶ w przypadku relatywistycznym ($E \gg m$ tzn. $\alpha = 1$) tylko kombinacje $R \rightarrow R$ i $L \rightarrow L$ są niezerowe.
- ▶ w przypadku nierelatywistycznym ($E \ll m$ tzn. $\alpha = 0$) mamy:

$$\begin{aligned}\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) &= \bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = 2m_e [c, 0, 0, 0] \\ \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) &= -\bar{u}_\downarrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = 2m_e [s, 0, 0, 0]\end{aligned}$$

A więc wszystkie cztery kombinacje stanów helicy elektronu dają wkład do elementu macierzowego.

- ▶ Spinory protonu (zakładamy brak odrzutu) - rozwiązanie r. D. dla cząstki w spoczynku:

$$u_\uparrow(0) = \sqrt{2M_p} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_\downarrow(0) = \sqrt{2M_p} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned}j_{p\uparrow\uparrow} &= j_{p\downarrow\downarrow} = 2M_p(1, 0, 0, 0) \\ j_{p\uparrow\downarrow} &= j_{p\downarrow\uparrow} = 0\end{aligned}$$

- ▶ Element macierzowy wysumowany po 8 dozwolonych stanach helicy:

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{1}{4} \frac{e^4}{q^4} (16M_p^2 m_e^2) (4s^2 + 4c^2) = \frac{16M_p^2 m_e^2 e^4}{q^4} = \frac{M_p^2 m_e^2 e^4}{|\vec{p}|^4 \sin^4(\theta/2)}$$

ponieważ $q^2 = (p_1 - p_3)^2 = (0, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 = -4|\vec{p}|^2 \sin^2(\theta/2)$

- ▶ Różniczkowy przekrój czynny w LAB:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \left(\frac{1}{M + E_1(1 - \cos\theta)} \right)^2 |M_{fi}|^2$$

Ponieważ elektron jest nierelatywistyczny, $E \sim m_e \ll M_p$, więc można zaniedbać E_1 w mianowniku:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 M_p^2} |M_{fi}|^2 = \frac{m_e^2 e^4}{64\pi^2 |\vec{p}|^2 \sin^4(\theta/2)}$$

Ponieważ $E_k = p^2/2m_e$ jest energią kinetyczną elektronu, więc przekrój czynny przyjmuje postać:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \frac{\alpha^2}{16E_k^2 \sin^4(\theta/2)}$$

- ▶ Ponieważ jest to klasyczne wyrażenie na przekrój czynny Rutherford'a, które można otrzymać rozważając rozpraszanie nierelatywistycznej cząstki w statycznym potencjale kulmbowskim protonu, bez uwzględniania oddziaływań wewnętrznych momentów magnetycznych elektronu i protonu, można więc stąd wyciągnąć wniosek, że w granicy nierelatywistycznej znaczenie ma jedynie oddziaływanie ładunków elektrycznych cząstek.

Przekrój czynny na rozpraszanie Mott'a

- ▶ Granicę w której zaniedbujemy odrzut protonu, ale rozpraszana cząstka jest relatywistyczna (zaniedbujemy masę) nazywamy rozpraszaniem Mott'a.

W tym przypadku elektron zachowuje helicity, ponieważ:

$$\bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\uparrow(p_1) = 2E(c, s, -is, c) \quad \bar{u}_\uparrow(p_3)\gamma^\mu u_\downarrow(p_1) = E(0, 0, 0, 0)$$

Można pokazać, że:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \cos^2 \frac{\theta}{2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_k \rightarrow E)\right)_{\text{Rutherford}} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

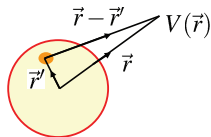
- ▶ Czynniki $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ wynika z nakładania się funkcji falowych elektronu pierwotnego i rozproszonego (mechanika kwantowa).
- ▶ Ponieważ to samo wyrażenie na przekrój czynny można otrzymać rozważając rozpraszanie elektronu na statycznym potencjale cząstki punktowej (nierozciągłej), więc rozpraszanie Mott'a ma naturę elektrostatyczną, a nie magnetyczną (spin).

Czynnik struktury (form factor)

► Rozważmy rozpraszanie elektronu w statycznym potencjale pochodzącym od rozciągniętego rozkładu ładunku.

Potencjała w odległości \vec{r} o środka zadany jest przez:

$$V(\vec{r}) = \int \frac{Q\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3\vec{r}' \quad \text{przy czym} \quad \int \rho(\vec{r}') d^3\vec{r}' = 1$$



W pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń element macierzowy ma postać:

$$\begin{aligned} M_{fi} &= \langle \psi_f | V(\vec{r}) | \psi_i \rangle = \int e^{-i\vec{p}_3 \cdot \vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{p}_1 \cdot \vec{r}} d^3\vec{r} \\ &= \iint e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \frac{Q\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3\vec{r}' d^3\vec{r} = \iint e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}-\vec{r}')} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} \frac{Q\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3\vec{r}' d^3\vec{r} \end{aligned}$$

Ustalając \vec{r}' oraz całkując po $d\vec{r}$ i stosując podstawienie $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$:

$$M_{fi} = \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{R}} \frac{Q}{4\pi|\vec{R}|} d^3\vec{R} \int \rho(\vec{r}') e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} d^3\vec{r}' = (M_{fi})_{\text{point}} F(\vec{q}^2)$$

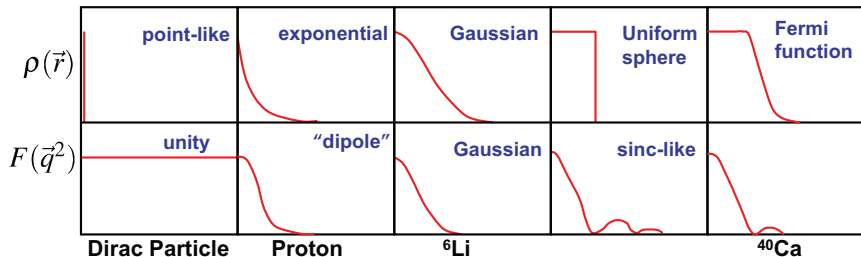
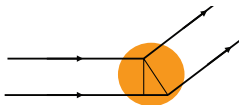
Otrzymaliśmy element macierzowy, który jest równy iloczynowi elementu macierzowego odpowiadającego rozpraszaniu na punktowym ładunku i czynnika struktury:

$$F(\vec{q}^2) = \int \rho(\vec{r}') e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} d^3\vec{r}'$$

- Wyrażenie na przekrój czynny Mott'a przyjmuje postać:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \rightarrow \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \cos^2 \frac{\theta}{2} |F(\vec{q}^2)|^2$$

- Skończone rozmiary centrum rozpraszania wprowadzają różnice faz pomiędzy falami płaskimi rozproszonymi w różnych punktach w przestrzeni. Jeśli długość fali jest duża w porównaniu do rozmiarów centrum, to wszystkie fale są w zgodnej fazie i $F(q^2) = 1$.



Rozpraszanie elastyczne elektron - proton

- ▶ Dotychczas rozważaliśmy jedynie sytuacje bez odrzutu protonu.

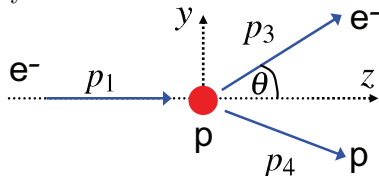
W ogólnym przypadku dla $E \gg m_e$ mamy:

$$p_1 = (E_1, 0, 0, E_1)$$

$$p_2 = (M, 0, 0, 0)$$

$$p_3 = (E_3, 0, E_3 \sin \theta, E_3 \cos \theta)$$

$$p_4 = (E_4, \vec{p}_4)$$



Dla $m = m_e = 0$ element macierzowy przyjmuje postać:

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (p_1 \cdot p_3)M^2]$$

gdzie $p_1 \cdot p_2 = E_1 M$, $p_1 \cdot p_3 = E_1 E_3 (1 - \cos \theta)$, $p_2 \cdot p_3 = E_3 M$

Eksperymentalnie obserwujemy rozproszony elektron więc $p_4 = p_1 + p_2 - p_3$ oraz:

$$p_3 \cdot p_4 = p_3 \cdot p_1 + p_3 \cdot p_2 - p_3 \cdot p_3 = E_1 E_3 (1 - \cos \theta) + E_3 M$$

$$p_1 \cdot p_4 = p_1 \cdot p_1 + p_1 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_3 = E_1 M - E_1 E_3 (1 - \cos \theta)$$

- ▶ Element macierzowy przyjmuje więc postać:

$$\begin{aligned}\langle |M_{fi}|^2 \rangle &= \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} M E_1 E_3 [(E_1 - E_3)(1 - \cos \theta) + M(1 + \cos \theta)] \\ &= \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4} 2M E_1 E_3 [(E_1 - E_3) \sin^2(\theta/2) + M \cos^2(\theta/2)]\end{aligned}$$

- ▶ Kwadrat czteropędu wirtualnego fotonu:

$$q^2 = (p_1 - p_3)^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 = -2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) = -4E_1 E_3 \sin^2(\theta/2) < 0$$

- ▶ Obliczymy różnicę energii $E_1 - E_3$:

$$\begin{aligned}q \cdot p_2 &= (p_1 - p_3) \cdot p_2 = M(E_1 - E_3) \\ (q + p_2)^2 &= p_4^2 \quad q = (p_1 - p_3) = (p_4 - p_2) \\ q^2 + p_2^2 + 2q \cdot p_2 &= p_4^2 \\ q^2 + M^2 + 2q \cdot p_2 &= M^2 \\ q \cdot p_2 &= -q^2/2\end{aligned}$$

A więc przekaz energii do protonu wynosi $E_1 - E_3 = -\frac{q^2}{2M} > 0$

Energia rozproszonego elektronu jest zawsze mniejsza od energii padającego el.

- Korzystając z wcześniej wyprowadzonych relacji, element macierzowy można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \langle |M_{fi}|^2 \rangle &= \frac{8e^4}{16E_1^2 E_3^2 \sin^4(\theta/2)} 2ME_1 E_3 \left[M \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ &= \frac{M^2 e^4}{E_1 E_3 \sin^4 \theta/2} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned}$$

- Dla $E \gg m_e$ mamy:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \left(\frac{E_3}{ME_1} \right)^2 |M_{fi}|^2 = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \theta/2} \frac{E_3}{E_1} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

- Jest to różniczkowy przekrój czynny na elastyczne rozpraszanie $e^-p \rightarrow e^-p$ zakładające, że proton jest punktową cząstką Diraca o spinie 1/2. Porównując to wyrażenie z przekrojem czynnym Mott'a widać, że pojawiają się dwie nowe wielkości:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \theta/2} \frac{E_3}{E_1} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Czynnik E_3/E_1 pochodzi od uwzględnienia odrzutu protonu, natomiast wyrażenie $-\frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ odpowiada za oddziaływanie magnetyczne spin-spin.

► Powyższy przekrój czynny zależy tylko od jednego parametru. Można pokazać, że dla ustalonego θ , wielkość E_3 i q^2 związane są z θ relacjami:

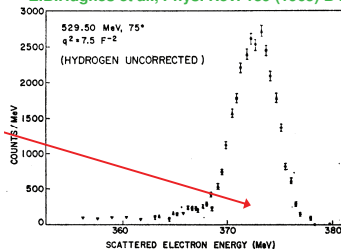
$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{M}{M + E_1(1 - \cos \theta)} \quad q^2 = -\frac{2ME_1^2(1 - \cos \theta)}{M + E_1(1 - \cos \theta)}$$

► Przykład: w procesie $e^-p \rightarrow e^-p$ obserwujemy elektrony rozproszone pod kątem $\theta = 75^\circ$; energia wiązki $E_{\text{beam}} = 529.5$ MeV. Dla rozpraszania elastycznego oczekujemy:

$$E_3 = \frac{938 \times 529.5}{938 + 529.5(1 - \cos 75^\circ)} = 373 \text{ MeV}$$

$$|q^2| = \frac{2 \times 938 \times 529.5^2(1 - \cos 75^\circ)}{938 + 529.5(1 - \cos 75^\circ)} = 294 \text{ MeV}^2$$

E.B.Hughes et al., Phys. Rev. 139 (1965) B458



Rozpraszanie elastyczne na rozciągłym protonie

- ▶ Skończone rozmiary protonu można uwzględnić za pomocą dwóch funkcji struktury: związaną z rozkładem ładunku elektrycznego $G_E(q^2)$, oraz związaną z rozkładem momentu magnetycznego $G_M(q^2)$.
- ▶ Można pokazać, że wyrażenie na przekrój czynny przyjmuje postać formuły Rosenbluth'a:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \theta/2} \frac{E_3}{E_1} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

gdzie $\tau = -\frac{q^2}{4M^2} > 0$ jest niezmiennikiem.

- ▶ Czynniki struktury są w ogólności funkcjami q^2 (a nie \vec{q}^2) i nie można ich wprost interpretować jako FT rozkładów ładunku i momentu magnetycznego. Ale ponieważ $q^2 = (E_1 - E_3)^2 - \vec{q}^2$, więc

$$-\vec{q}^2 = q^2 \left[1 - \left(\frac{q}{2M} \right)^2 \right] \Rightarrow \left(\frac{q^2}{4M^2} \ll 1 \Rightarrow q^2 \approx -\vec{q}^2, G(q^2) \approx G(\vec{q}^2) \right)$$

A więc w granicy $\frac{q^2}{4M^2} \ll 1$ można interpretować funkcje struktury jako FT rozkładów ładunku elektrycznego i momentu magnetycznego:

$$G_E(q^2) \approx G_E(\vec{q}^2) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r}) d^3\vec{r}, \quad G_M(q^2) \approx G_M(\vec{q}^2) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \mu(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

Rozpraszanie elastyczne na rozciągłym protonie

- ▶ Gdyby proton był punktową cząstką Diraca, to jego moment magnetyczny byłby równy $\vec{\mu} = \frac{e}{M}\vec{S}$. Jednak eksperyment pokazuje, że $\vec{\mu} = 2.79\frac{e}{M}\vec{S}$, co już jest dowodem na to, że proton nie jest punktowy. Dla protonu oczekujemy więc

$$G_E(0) = \int \rho(\vec{r})d^3\vec{r} = 1 \quad G_M(0) = \int \mu(\vec{r})d^3\vec{r} = \mu_p = 2.79$$

- ▶ Pomiary $G_E(q^2)$ oraz $G_M(q^2)$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

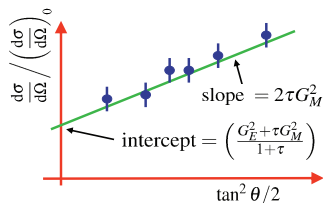
$$\text{gdzie} \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \theta/2} \frac{E_3}{E_1} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

- ▶ Dla niskiego q^2 mamy $\tau = -q^2/4M^2 \approx 0$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \approx G_E^2(q^2)$$

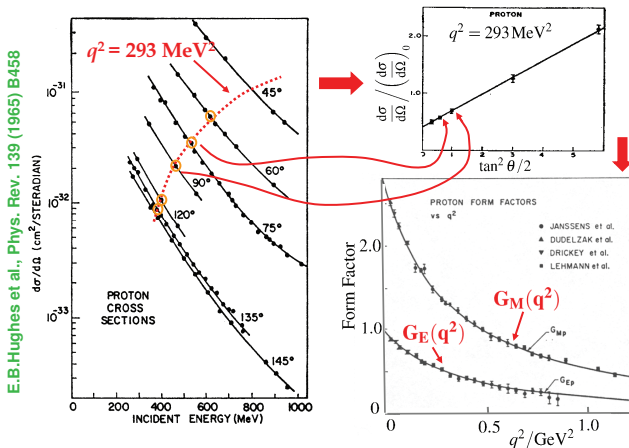
- ▶ Dla dużego q^2 mamy $\tau \gg 1$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \approx \left(1 + 2\tau \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) G_M^2(q^2)$$



Rozpraszanie elastyczne na rozciągłym protonie

- ▶ Przykład: pomiar $G_E(q^2)$ i $G_M(q^2)$ w procesie $e^-p \rightarrow e^-p$; energia wiązki $E_{\text{beam}} = 529.5 \text{ MeV}$.



Eksperymentalnie $G_M(q^2) = 2.79G_E(q^2)$ czyli elektryczny i magnetyczny czynnik struktury mają takie same rozkłady.

Wyniki pomiarów dla dużych q^2

- ▶ Wartości czynników struktury szybko maleją ze wzrostem q^2 - proton nie jest punktowy:

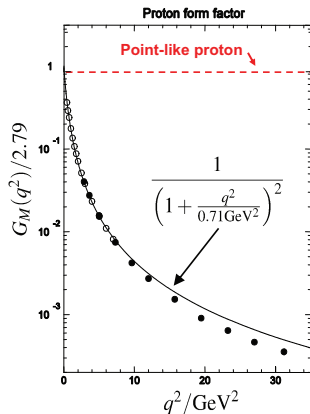
$$G_E(q^2) \approx \frac{G_M(q^2)}{2.79} \approx \frac{1}{(1 + q^2/0.71 \text{ GeV}^2)^2}$$

- ▶ Transformacja Fouriera prowadzi do:

$$\rho(r) \approx \rho_0 e^{-r/a}, \quad a \approx 0.24 \text{ fm}$$

Odpowiada to promieniowi rozkładu ładunku:

$$r_{\text{rms}} \approx 0.8 \text{ fm}$$



R.C.Walker et al., Phys. Rev. D49 (1994) 5671
A.F.Sill et al., Phys. Rev. D48 (1993) 29