

Zagadnienia: rozkład normalny, centralne twierdzenie graniczne

Zad.1 Zmienna losowa ma rozkład normalny $N(1,83; 0,67)$. Oblicz:

- $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma)$
- $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma)$
- $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma)$

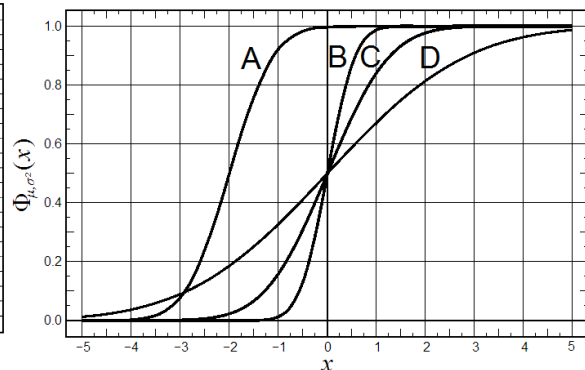
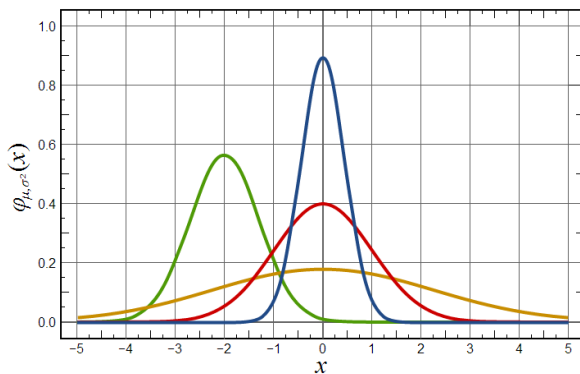
Zad. 2 Dystrybuanta zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym określona jest wzorem:

$$F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(t-1)^2}{8}\right] dt$$

- Określ parametry rozkładu zmiennej losowej X
- Oblicz prawdopodobieństwa: $P(0,5 < X \leq 1,5)$, $P(X \leq 2)$, $P(X > 1)$.

Zad.3 Na podstawie analizy poniższych wykresów:

- odczytaj wartości oczekiwane dla każdego rozkładu;
- do każdego z rozkładów dopasuj wariancję: $\sigma_1^2 = 0,2$; $\sigma_2^2 = 5$; $\sigma_3^2 = 1$; $\sigma_4^2 = 0,5$.
- do każdego z rozkładów dopasuj odpowiednią funkcję dystrybuanty;



Zad.4 Zmienna losowa ma rozkład normalny $N(\mu; 0,35)$. Oblicz wartość oczekiwaną μ tej zmiennej losowej, jeśli $P(X \leq 2,5) = 0,6915$.

Zad.5 W ofercie pewnego dostawcy internetu prędkość pobierania danych podlega rozkładowi normalnemu. Wiedząc, że średnia prędkość pobierania danych wynosi 41 Mb/s z odchyleniem standardowym równym 2,4 Mb/s, oblicz prawdopodobieństwo tego, że:

- Prędkość sprawdzona w dowolnej chwili będzie w granicach 40 do 43,5 Mb/s;
- Będzie większa niż 39,5 Mb/s.

Zad.6 Średnia temperatura ciała człowieka to 36,8 °C z odchyleniem standardowym 0,4°C. Zakładając, że temperatura w populacji przyjmuje rozkład normalny, odpowiedz na pytania:

- Przyjmując, że mówimy i gorączce przy co najmniej 37,5 °C, jakie jest prawdopodobieństwo zdiagnozowania u kogoś gorączki, choć w rzeczywistości będzie to jego normalna temperatura?
- Jaka część populacji ma typową temperaturę pomiędzy 36,4 a 37,2 °C?

Zad.7 Ceny mieszkań w pewnym rejonie Polski podlegają rozkładowi normalnemu, ze średnią ceną 4,8 tys zł/m² i odchyleniem standardowym 0,6 tys zł/ m². Pośrednicy z biura nieruchomości określają ceny jako:

Wysokie – dla ceny wyższej niż 2 odchylenia standardowe powyżej średniej,

Umiarkowane – dla ceny pomiędzy 1 a 2 odchyleniami standardowymi powyżej średniej,

Normalne – dla ceny w granicach 1 odchylenia standardowego poniżej lub powyżej średniej,

Niskie – dla ceny niższej od jednego odchylenia standardowego poniżej średniej.

- a) Jaki % mieszkań w tym rejonie Polski należy do każdej z powyższych grup?
- b) Jakie ceny stanowi pierwszy, drugi i trzeci kwartył?

Zad.8 Spośród swoich danych wybierz cechę ilościową A, dla której na jednych z poprzednich zajęć została wyliczona wartość średnia i odchylenie standardowe. Zakładając, że w populacji cecha ta ma rozkład normalny, oblicz granice przedziałów (których środkiem jest wartość średnia), w których będzie się znajdować:

- a) 68% elementów (osobników) populacji;
- b) 75% elementów (osobników) populacji;

Zad.9 W sposób losowy z wyprodukowanej partii pendrive'ów pobrano 49 sztuk. Waga każdego pendrive'a jest zmienną losową o wartości średniej równej 10 g i odchyleniu standardowym 0,1 g. Oblicz prawdopodobieństwo, że całkowita waga wylosowanych pendrive'ów mieści się w przedziale między 489 a 491 g.