

ZESTAW IV

Mikroelektronika w Technice i Medycynie II rok
semestr zimowy 2016/2017

1 Zagadnienia teoretyczne:

Zmienne losowe ciągłe,

Rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej,

Wstęp do rozkładu normalnego

2 Zadania:

1. Wyznacz taką stałą A , aby funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ 5e^{-Ax} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

Była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Oblicz $P(X > 1)$.

2. Dana jest funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{B}{x^4} & \text{dla } |x| \geq 1 \\ 0 & \text{dla } |x| < 1 \end{cases}$$

Dla jakiej wartości B funkcja ta jest gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X ?
Oblicz prawdopodobieństwo tego, że zmienna losowa X przyjmie wartość większą od 2.

3. Dla jakiej wartości C funkcja $f(x)$ jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej X :

| | | | |
|--------|---------|-------------------|---------|
| x | $x < 0$ | $0 \leq x \leq 1$ | $x > 1$ |
| $f(x)$ | 0 | $c(1-x)$ | 0 |

- (a) Wyznacz dystrybuantę tej zmiennej
(b) Oblicz wartość oczekiwaną oraz wariancję
(c) Oblicz prawdopodobieństwa: $P(X \leq 0,5)$, $P(0 < X \leq 0,75)$, $P(X > 1)$.
4. Wyznacz wartość oczekiwaną zmiennej losowej X , gdy funkcja gęstości jest postaci:

| | | | |
|--------|---------|-------------------------------|---------------------|
| x | $x < 0$ | $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ | $x > \frac{\pi}{3}$ |
| $f(x)$ | 0 | $2\sin x$ | 0 |

5. Zmienna losowa ma rozkład normalny $N(1, 83; 0, 67)$. Oblicz:

- (a) $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma)$
(b) $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma)$
(c) $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma)$

6. Dystrybuanta zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym określona jest wzorem:

$$F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(t-1)^2}{8}\right] dt$$

- (a) Określ parametry rozkładu zmiennej losowej X .
- (b) Oblicz prawdopodobieństwa: $P(0,5 < X \leq 1,5)$, $P(X \leq 2)$, $P(X > 1)$.

7. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $X \sim N(1, 4)$. Oblicz:

- (a) $P(X < 0)$
- (b) $P(X < 1)$
- (c) $P(X > -1)$

8. Wytrzymałość lin stalowych, pochodzących z masowej produkcji, jest zmienną losową X o rozkładzie normalnym $N(100 \text{ MPa}, 5 \text{ MPa})$. Oblicz:

- (a) ile przeciętnie lin spośród 1000 ma wytrzymałość mniejszą niż 90 MPa,
- (b) co która przeciętnie lina ma wytrzymałość mniejszą niż 90 MPa.