

1. Zagadnienia teoretyczne:

Zmienne losowe ciągłe,
Rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej,
Rozkład normalny

2. Zadania:

1. Wyznacz taką stałą A , aby funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} A + x^2 & \text{dla } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X .

- Wyznacz dystrybuantę F zmiennej losowej X .
 - Oblicz prawdopodobieństwo $P(X > 0,5)$.
 - Oblicz wartość średnią μ_X , medianę $x_{1/2}$, oraz wariancję σ_X^2 zmiennej losowej w rozpatrywanym przedziale.
2. Rzucamy monetą, a następnie, jeżeli wypadnie reszka, kręcimy swobodnie butelką i badamy o jaki kąt się odchyli w stosunku do położenia wyjściowego (od 0 do 2π). Jeśli w rzucie monetą wypadnie orzeł, zaprzestajemy dalszego ciągu doświadczenia. Zdefiniujmy na przestrzeni wyników tego doświadczenia zmienną losową X w następujący sposób:

$$X(\{O\}) = -1; \quad X(\{(R, \omega)\}) = \omega \text{ dla każdego } \omega \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

- Wyznacz dystrybuantę F zmiennej losowej X . Czy X jest zmienną losową ciągłą czy dyskretną?
 - Oblicz prawdopodobieństwa: $P(X = -1)$, $P(X = 0)$, $P(X > 1)$.
3. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $X \sim N(1, 4)$. Oblicz:
- $P(X < 0)$
 - $P(X < 1)$
 - $P(X > -1)$
4. Wytrzymałość lin stalowych, pochodzących z masowej produkcji, jest zmienną losową X o rozkładzie normalnym $X \sim N(100 \text{ MPa}, 5 \text{ MPa})$. Oblicz:
- ile przeciętnie lin spośród 1000 ma wytrzymałość mniejszą niż 90 MPa,
 - co która przeciętnie lina ma wytrzymałość mniejszą niż 90 MPa.
5. Wynik pomiaru odległości jest obarczony błędem systematycznym b i błędem przypadkowym X . Błąd systematyczny $b = -50 \text{ mm}$ (polega na podawaniu odległości mniejszej niż rzeczywista). Błąd przypadkowy X jest zmienną o rozkładzie normalnym $X \sim N(0 \text{ mm}, 100 \text{ mm})$. Błąd całkowity Y można traktować jako sumę tych błędów.
- Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
- dokonując pomiaru nie pomylimy się o więcej niż 100 mm
 - odczytany wynik pomiaru nie przekracza rzeczywistej wartości mierzonej odległości