

**Zestaw 5: Estymacja i parametryczne testy istotności**

**Zagadnienia:** estymacja przedziałowa, przedziały ufności, parametryczne testy istotności;

**Zad.1** Przed rozpoczęciem maratonu 31 zawodnikom w wieku 30-40 lat zmierzono ciśnienie skurczowe krwi. U jednego z nich stwierdzono 100 mmHg, u jednego 110 mmHg, u pięciu 120 mmHg, u siedmiu 130 mmHg, u dziewięciu 140 mmHg, u czterech 150 mmHg, u trzech 160 mmHg i u jednego 170 mmHg. Znajdź 95% przedział ufności dla ciśnienia skurczowego w rozpatrywanej populacji maratończyków.

**Zad.2** W trakcie testów nowego modelu samochodu badano czas przyspieszania od 0 do 100 km/h. W testach, w których wzięło udział 100 samochodów uzyskano średni czas  $\bar{x} = 6,7$  s, odchylenie odczytano natomiast z dokumentacji technicznej  $\sigma = 0,9$  s. Zakładając, że czasy mają rozkład normalny, na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0,95$  zbudować przedział ufności dla wartości oczekiwanej czasu przyspieszania.

**Zad.3** Odchylenie standardowe  $\sigma$  błędów przyrządu pomiarowego jest znane. Zakładamy, że rozkład błędów pomiarów jest rozkładem normalnym. W poniższej tabelce zapisano wyniki 10 pomiarów:

Nr pomiaru $k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wynik pomiaru $x_k$ [mm]	7	7,5	8,5	8	6	7,5	6,5	5,5	7,5	6

Znajdź wartości liczbowe krańców przedziału ufności (w mm) dla wartości przeciętnej  $\mu$ , przyjmując  $\sigma = 1$  i poziom ufności: **a)**  $1 - \alpha = 0,99$ , **b)**  $1 - \alpha = 0,98$ , **c)**  $1 - \alpha = 0,95$ .

**Zad.4** Wyznacz wartości liczbowe krańców przedziałów ufności dla parametru  $\mu$  z zadania 6, ale nie zakładając znajomości parametru  $\sigma$ .

**Zad.5** Jak liczną próbę Polaków należałoby poddać badaniom statystycznym, aby długość przedziału ufności dla średniego czasu spędzanego dziennie przed komputerem była nie większa niż 15 min. Przyjmujemy, że mamy do czynienia z rozkładem normalnym o znanej wartości odchylenia standardowego  $\sigma = 90$  min dla całej populacji oraz przyjmujemy  $\alpha = 0,05$ .

**Zad.6** Przeprowadzono testy systemu automatycznej detekcji twarzy na zdjęciach zamieszczanych w sieci. Ile zdjęć pojedynczych twarzy należałoby wylosować niezależnie od próby, aby oszacować procent niewykrytych twarzy, jeśli przy szacowaniu tego procentu, który jest rzędu 20%, nie chcemy się pomylić o więcej niż 5%. Przyjmujemy współczynnik ufności 0,95.

**Zad.7** Aby zbadać niezawodność  $\pi$  pewnego systemu wykrywającego tablice rejestracyjne samochodów (prawdopodobieństwa  $\pi$  poprawnego wykrycia) podano systemowi 400 zdjęć samochodów z widocznymi tablicami rejestracyjnymi. Stwierdzono, że w 330 przypadkach nastąpiło poprawne wykrycie. Wyznaczyć wartości liczbowe krańców przedziału ufności dla prawdopodobieństwa  $\pi$ , przyjmując poziom ufności 0,95.

*(oznaczenie częstości/prawdopodobieństwa  $\pi$  dla populacji odpowiada oznaczeniu  $p$  dla próby)*

**Zad.8** W doświadczeniu sprawdzono czas przejazdu pociągiem z Krakowa do Wrocławia. Rozkład czasu można przyjąć za normalny. Dokonano ośmiu pomiarów i otrzymano następujące czasy w godzinach:

4,7	5,3	4,0	3,8	6,2	5,5	4,5	6,0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Przyjmując poziom istotności  $\alpha = 0,05$  sprawdź czy prawdziwa jest informacja w rozkładzie jazdy, mówiąca, że średni czas przejazdu to 4 godziny. Zapisz hipotezę zerową i alternatywną.

**Zad.9** Zbadano ciśnienie krwi dla losowej próby 12 pacjentów uzyskując następujące wyniki:

145 130 140 125 155 150 135 120 160 140 145 128

Zweryfikuj hipotezę, że średnie ciśnienie ogółu chorych wynosi  $\mu = 150$ .

**Zad.10** Biometryczny system weryfikacji mówców identyfikuje płeć rozmówcy na podstawie częstotliwości podstawowej sygnału akustycznego głosu. Dokonano pomiaru średniej wartości tej częstotliwości dla 10 próbek głosu dla 2 mówców, uzyskując następujące parametry:

Osoba 1	$\bar{x} = 150 \text{ Hz}$
Osoba 2	$\bar{x} = 180 \text{ Hz}$

Wiedząc, że średnia częstotliwość podstawowa dla mężczyzn wynosi  $\mu = 130 \text{ Hz}$  z odchyleniem  $\sigma = 16 \text{ Hz}$ , a dla kobiet jest wyższa, na poziomie istotności  $\alpha = 0,02$  zweryfikować hipotezy zerowe mówiące o tym, że obydwaj mówcy są mężczyznami.

**Zad.11** Przeprowadzono badania nad wpływem codziennych ćwiczeń fizycznych na poziom cholesterolu we krwi. Pobrano do badania krew przed rozpoczęciem programu ćwiczeń oraz po zakończeniu 3-miesięcznego okresu treningu. Otrzymano następujące dane:

Przed	182	232	191	200	148	249	276	213	241	280	262
Po	198	210	194	220	138	229	219	161	210	213	226

Na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  zweryfikować hipotezę, że przeprowadzony program ćwiczeń obniżył poziom cholesterolu.

**Zad.12** Na podstawie zdjęć satelitarnych dokonano pomiaru pola powierzchni pewnej działki, stosując dwie metody pomiaru pola: A i B. Otrzymano następujące wyniki:

Metoda A	95,6	94,9	96,2	95,1	95,8	96,3	
Metoda B	93,3	92,1	94,7	90,1	95,6	90,0	94,7

Na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  sprawdź, czy obydwie metody charakteryzują się taką samą dokładnością (precyzją). *Wskazówka: test porównujący wariancje.*