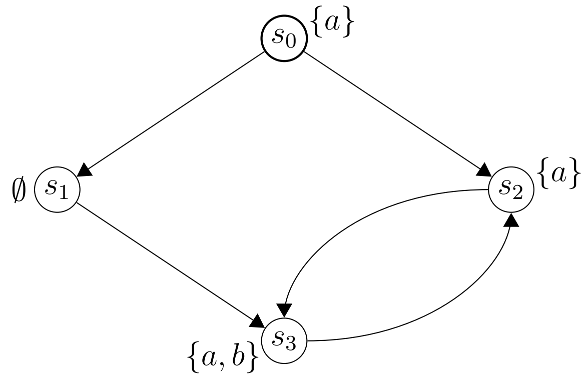
Zadania – zestaw 2

1. Podaj zbiór śladów $Traces(TS)$ dla systemu tranzycyjnego o podanym niżej grafie stanów ($I = \{s_0\}$).



2. Niech dany będzie zbiór formuł atomowych $AP = \{a, b, c\}$. Określ, która z nich jest niezmiennikiem, własnością bezpieczeństwa, własnością żywotności lub żadną z nich.

a) a nigdy nie występuje;

b) a powinno wystąpić dokładnie raz;

c) a i b występują łącznie nieskończenie wiele razy;

d) jeżeli w stanie początkowym spełnione jest a, to kiedyś musi wystąpić b.

e) a jest spełnione co najmniej 100 razy;

f) b jest spełnione co najwyżej 100 razy;

g) b jest spełnione co najmniej tyle razy co a;

h) a jest spełnione w co drugim stanie;

i) w każdym stanie spełnione są co najmniej dwie własności ze zbioru AP;

j) jeżeli w danym stanie spełnione jest tylko a, to w następnym spełnione jest tylko b, a w kolejnym tylko c;

k) a jest spełnione co najwyżej tyle razy co b;

l) a jest spełnione co najmniej tyle razy co b i c łącznie;

m) nigdy a, b i c nie są spełnione jednocześnie;

n) a i b są jednocześnie spełnione co najwyżej 5 razy;

o) jeżeli w danym stanie spełnione jest a, to w następnym stanie spełnione jest b lub c.

p) nigdy a nie jest spełnione w dwóch kolejnych stanach.

q) a jest spełnione więcej razy niż b;

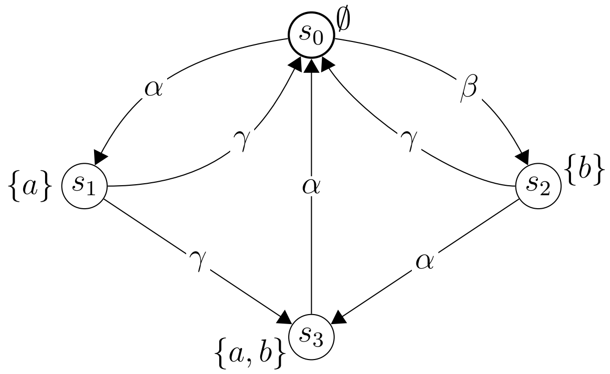
r) jeżeli w jakimś stanie spełnione jest a, to w kolejnych stanach nigdy już nie jest spełnione ani b ani c;

s) b jest spełnione co najmniej 2 razy więcej razy niż a;

t) a, b i c są spełnione tylko raz i nie wszystkie 3 jednocześnie;

u) a jest spełnione co najmniej tyle razy co b i c jest spełnione co najmniej tyle razy co d;

3. Rozważmy poniższy system tranzycyjny TS i zbiory akcji $B_1 = \{\alpha\}$, $B_2 = \{\alpha, \beta\}$ i $B_3 = \{\beta\}$.



Niech E_1, E_2 i E_3 będą następującymi LT-własnościami:

- E_1 jest zbiorem słów $A_0A_1 \ldots \in \left(2^{\{a,b\}}\right)^\omega$ takich, że $A_i \in \{\{a, b\}, \{b\}\}$ dla nieskończenie wielu i.
- E_2 jest zbiorem słów $A_0A_1 \ldots \in \left(2^{\{a,b\}}\right)^\omega$ takich, że $A_i \in \{\{a, b\}, \{a\}\}$ dla nieskończenie wielu i.
- E_3 jest zbiorem słów $A_0A_1 \ldots \in \left(2^{\{a,b\}}\right)^\omega$ takich, że nie istnieje $i \in \mathbb{N}$ takie, że $A_i = \{a\}$, $A_{i+1} = \{a, b\}$ i $A_{i+2} = \emptyset$.

Pytania:

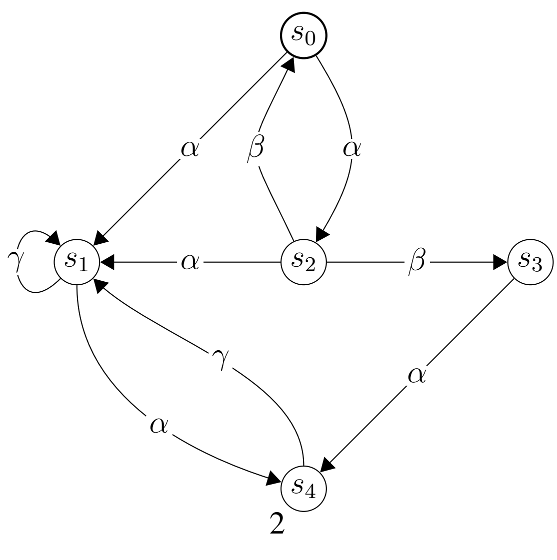
a) Dla których zbiorów akcji B_i i LT-własności E_j ($i, j \in \{1, 2, 3\}$) zachodzi $TS \models_{\mathcal{F}_i} E_j$, gdzie $\mathcal{F}_i = (\emptyset, \{B_i\}, \emptyset)$?

b) Dla których zbiorów akcji B_i i LT-własności E_j ($i, j \in \{1, 2, 3\}$) zachodzi $TS \models_{\mathcal{F}_i} E_j$, gdzie $\mathcal{F}_i = (\emptyset, \emptyset, \{B_i\})$?

Przykład:
Rozważmy punkt a) i przykład $TS \models_{\mathcal{F}_1} E_1$.
$\mathcal{F}_1 = (\emptyset, \{\{\alpha\}\}, \emptyset)$.
Własność E_1 oznacza, że ślad zawiera nieskończenie wiele liter $\{a, b\}$ lub $\{b\}$.
System tranzycyjny spełnia sprawiedliwie tę własność, jeżeli wszystkie sprawiedliwe ślady należą do E_1.

Nietrudno zauważyć, że ślady należące do E_1, to ślady takich ścieżek, w których nieskończenie wiele razy występuje stan s_1 lub s_3. Ślady możliwe w systemie i nie należące do E_1, to ślady takich ścieżek, w których stany s_1 i s_3 występują skończoną liczbę razy, a zatem nieskończenie wiele razy muszą wystąpić stany s_0 i s_2 (pętla, więc oba występują nieskończoną liczbę razy). Dowolna taka ścieżka nie jest sprawiedliwa, bo mamy nieskończenie wiele razy wykonalną akcję α (stan s_0), a tylko skończoną liczbę jej wykonań. Zatem wszystkie sprawiedliwe ślady należą do E_1.

4. Rozważmy poniższy system tranzycyjny TS ($AP = \emptyset$).



Określ, które z podanych założeń dotyczących sprawiedliwości $\mathcal{F}_i$ są realizowalne dla TS.

a) $\mathcal{F}_1 = (\{\{\alpha\}\}, \emptyset, \emptyset)$;

b) $\mathcal{F}_2 = (\{\{\alpha, \gamma\}\}, \emptyset, \emptyset)$;

c) $\mathcal{F}_3 = (\{\{\alpha, \gamma\}, \{\beta\}\}, \emptyset, \emptyset)$;

Uwaga:
Warunek $FairPaths(s) \neq \emptyset$ oznacza, że z każdego stanu do którego dojdziemy **istnieje** co najmniej jedna $\mathcal{F}$-sprawiedliwa ścieżka. Kluczowy jest tu mały kwantyfikator. W tym zadaniu do sprawdzenia jest pięć stanów. Wystarczy pokazać, że z każdego z nich istnieje $\mathcal{F}$-sprawiedliwa ścieżka.
Przykładowo, jeżeli $\mathcal{F} = (\{\{\gamma\}\}, \emptyset, \emptyset)$, to realizowalność tego założenia możemy uzasadnić następująco: *Z każdego stanu możemy przejść do s_1, a następnie wykonywać nieskończenie wiele razy akcję γ, zatem dla każdego osiągalnego stanu istnieje niepusty zbiór sprawiedliwych ścieżek.*